Оригинальнаястатья/Original article

УДК517.977.52:574.36

DOI: http://doi.org/10.20914/2310-1202-2017-3-68-74

Оптимальное управление отбором биомассы из аппарата

Юрий Е. Кожевников [1] kozh1234@mail.ru
Наталья В. Суханова [1] Suhanovanv1971@mail.ru

1 Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, Россия? 394036

Реферат. Представлен вариант решения задачи оптимального управления отбором биомассы из аппарата с использованием принципа максимума Понтрягина. В качестве критерия оптимальности выбрана максимальная продуктивность аппарата. На конечномерном пространстве определяется функция Понтрягина, функция Гамильтона и концевая функция. Для описания динамики развития популяции дрожжей используется уравнение Ферхюльста–Гаузе. Доказано, что оптимальное управление (в смысле выбранного критерия) возможно при найденных соотношениях коэффициента естественного роста ε и коэффициента β, учитывающего внутривидовую конкуренцию микроорганизмов. Для определения оптимального значения концентрации микроорганизмов и величины отбора биомассы необходимо по ходу процесса культивирования определять численные значения коэффициентов модели ε и β. Представлен метод определения коэффициентов модели и оптимального значения отбора биомассы из аппарата. Разработаны алгоритм и система оптимального управления отбором биомассы из аппарата, отличающаяся тем, что в ней используются найденные теоретические соотношения названных коэффициентов. Для исследования системы оптимального управления был проведен машинный эксперимент с использованием опытных данных о почасовом накоплении микроорганизмов, снятых на Воронежском дрожжевом заводе. Данные были получены для 13 часового процесса культивирования с отбором культуральной среды после 6 часа. Отбор ведется таким образом, что накопление (концентрация дрожжей) X во время отбора остается неизменной при постоянном отборе культуральной среды. То есть забирается объем биомассы, равный объему среды, подаваемой с подпиткой. Получены графики почасового изменения концентрации дрожжей и динамика отбора. Анализ результатов показывает, что использование такой системы в процессе управления дрожжевым производством позволяет сократить время культивирования на 1 час.

Ключевые слова: оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина, отбор биомассы, уравнение Ферхюльста–Гаузе, система оптимального управления

Optimal control of biomass selection from the apparatus

Yuriy E. Kozhevnikov [1] kozh1234@mail.ru
Natalia V. Sukhanova [1] Suhanovanv1971@mail.ru

1 Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, Russia, 394036

Summary.The variant of solving the problem of optimal control of biomass selection from the apparatus using the Pontryagin maximum principle is presented in the article. The maximum productivity of the device as an optimality criterion was chosen. On a finite-dimensional space the Pontryagin function, the Hamiltonian function, and the end function were defined. To describe the dynamics of the development of the yeast population, the Ferhulst-Gause equation was used. It is proved that optimal control (in the chosen criterion) is possible with the found ratios of the coefficient of natural growth ε and the coefficient β taking into account the intraspecies competition of microorganisms. To determine the optimal concentration of microorganisms and the biomass selection value, it is necessary to determine the numerical values of the coefficients of the model ε and β during the cultivation process. The method for determining the model coefficients and the optimal biomass selection from the apparatus was presented. The algorithm and the system for optimal control of the selection of biomass from the apparatus were developed. They differ in that here the found theoretical relationships of the named coefficients are used. To study the optimal control system, a computer experiment was carried out using experimental data on the hourly accumulation of microorganisms taken at the Voronezh yeast plant. The data were obtained for a 13 hour culture process with selection of the culture medium after 6 hours. The selection is conducted in such a way that the accumulation (yeast concentration) of X during sampling remains unchanged with a constant culture medium selection. That is, the volume of biomass equal to the volume of the medium supplied with the feeding is taken. The graphs of the hourly change in yeast concentration and the dynamics of selection were obtained. The results analysis shows that the use of such a system in the process of controlling yeast production makes it possible to shorten the cultivation time by 1 hour.

Keywords: the optimal control , the Pontryagin maximum principle, the selection of the biomass, Verhulst–Gause equation, the optimal control system

Введение

Для биотехнологического процесса выращивания дрожжей задачи оптимизации являются особо актуальными, поскольку они характеризуются влиянием множества факторов на скорость развития популяции, сложностью технологического регламента, плохой воспроизводимостью данных. Это обусловливает необходимость принятия оптимального решения (в смысле выбранного критерия) при известных начальных условиях и при любом ходе течения процесса.

Для цитирования
Кожевников Ю.Е., Суханова Н.В. Оптимальное управление отбором биомассы // Вестник ВГУИТ. 2017. Т. 79. № 3. С. 68–74. doi:10.20914/2310-1202-2017-3-68-74

For citation
Kozhevnikov Y.E., Sukhanova N.V. Optimal control of biomass from the selection apparatus. *Vestnik VSUET [*Proceedings of VSUET].2017. vol. 79. no. 3. pp. 68–74. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2017-3-68-74

Постановка задачи оптимального управления отбором биомассы из аппарата

Одной из наиболее актуальных проблем при производстве хлебопекарных дрожжей является задача ведения отбора биомассы из аппарата по ходу процесса культивирования. Возникает необходимость использования текущих данных о процессе и математического описания для нахождения оптимального значения количества отбираемой биомассы из аппарата по ходу культивирования.

Для описания динамики развития популяции дрожжей используется уравнение Ферхюльста –Гаузе [1], характеризующее их рост:

$$\frac{dx}{dt} = \left[\varepsilon - \beta \cdot x\right] \cdot x, \qquad (1)$$

где ε – коэффициент естественного роста микроорганизмов, $\varepsilon > 0$; β – коэффициент, учитывающий внутривидовую конкуренцию микроорганизмов, $\beta > 0$; x – количество микроорганизмов, t – текущее время.

Необходимо иметь в виду, что:

$$x(0) = x^0,\ x(t) \equiv x^0,\ t \in [0; t_к],$$

где x^0 – количество микроорганизмов в аппарате во время отбора; $t_к$ – время выращивания микроорганизмов; т. е. необходимо так отбирать биомассу из аппарата, чтобы на всем промежутке времени от 0 до $t_к$, значение концентрации микроорганизмов в аппарате было равно некоторому значению, ниже которого отбор вести нецелесообразно.

В качестве критерия оптимальности выбирается максимальная продуктивность аппарата [2]:

$$\Phi = \int_0^{t_к} c \cdot u dt + c \cdot x(t_к), \qquad (2)$$

где x – удовлетворяет дифференциальному уравнению:

$$\frac{dx}{dt} = \left[\varepsilon - \beta \cdot (x - u)\right] \cdot \left[x - u\right] - u; \qquad (3)$$

$$x(0) = x^0,\ x(t) \equiv x^0,\ t \in [0; t_к].$$

Здесь u – количество микроорганизмов, отбираемых из аппарата в каждый момент времени $t \in [0; t_к]$. В данном случае u является управляющим воздействием и характеризует скорость отбора. Отобранная биомасса не участвует ни в размножении, ни в конкурентном взаимоотношении. c – стоимость единицы объема биомассы. При этом выполняется следующее ограничение:

$$0 \le u(t) \le x(t). \qquad (4)$$

Интегральный член в функционале (2) задает общую стоимость биомассы, отобранной из аппарата на всем интервале времени $[0, t_к]$. Терминальный член в функционале задает общую стоимость биомассы, оставшуюся в аппарате в конечный момент времени $t_к$. Определенный регламентом, интервал времени $[0, t_к]$ считается постоянным.

Задача оптимального управления формулируется следующим образом: на интервале времени от 0 до $t_к$, необходимо найти такое значение u(t), которое обеспечивает максимум Ф в выражении (2) при ограничении в виде (4), при котором концентрация x(t) удовлетворяет дифференциальному уравнению (3).

Определение оптимального значения отбора биомассы из аппарата

Для решения поставленной задачи введем дополнительную переменную x_0.

$$\frac{dx_0}{dt} = c \cdot \left[\varepsilon - \beta \cdot (x - u)\right] \cdot \left[x - u\right];\ x_0(0) = x^0. \qquad (5)$$

В этом случае задача оптимизации формулируется следующим образом [2,3,4]. Необходимо найти $\min[-x_0(t_к)]$ при следующих ограничениях:

$$\frac{dx_0}{dt} = c \cdot \left[\varepsilon - \beta \cdot (x - u)\right] \cdot \left[x - u\right],$$

$$\frac{dx}{dt} = c \cdot \left[\varepsilon - \beta \cdot (x - u)\right] \cdot \left[x - u\right] - u, \qquad (6)$$

$$x_0(0) = x^0, x(0) = x^0,\ x(t) \equiv x^0,$$

$$t \in [0; t_к],\ u - x \le 0,\ u > 0.$$

Функции x и x_0 являются абсолютно непрерывными, u – измеряемая ограниченная функция.

Для решения задачи оптимизации воспользуемся принципом максимума Понтрягина [2, 3]. Определим на конечномерном пространстве x_0, x, ψ_0, ψ_1, u, l_I, l_1, l_2, функцию Понтрягина H, функцию Гамильтона $\Re$ и концевую функцию L следующим образом:

$$H(x_0, x, u, \psi_0, \psi_1) = -\psi_0 \times$$

$$\times \left\{c \cdot \left[\varepsilon - \beta \cdot (x - u)\right] \cdot \left[x - u\right]\right\} -$$

$$-\psi_1 \left\{c \cdot \left[\varepsilon - \beta \cdot (x - u)\right] \cdot \left[x - u\right] - u\right\},$$

$$\Re\ (x_0, x, u, \psi_0, \psi_1, l_1, l_2) = -\psi_0 \times$$

$$\times \left\{c \cdot \left[\varepsilon - \beta \cdot (x - u)\right] \cdot \left[x - u\right]\right\} +$$

$$+\psi_1 \cdot \left\{c \cdot \left[\varepsilon - \beta \cdot (x - u)\right] \cdot \left[x - u\right] - u\right\} +$$

$$+l_1 \cdot \left[u - x\right] - l_2 \cdot u,$$

$$L\ (l_I, x_0(t_к)) = -l_I \cdot x_0(t_к).$$

Из [2,3] следует, что если процесс $(x_0(t),x(t),u(t))$ является оптимальным, то он удовлетворяет интегральному принципу максимума. В этом случае на интервале $[0,t_к]$ существуют абсолютно непрерывные функции $\psi_0(t)$, $\psi_1(t)$, константа $l_I>0$, интегрируемые функции $l_1(t)$, $l_2(t)$, такие, что имеет место:

$$\frac{d\overline{x_0}}{dt}=\frac{d\Re}{d\psi_0},\ \frac{d\bar{x}}{dt}=\frac{d\Re}{d\psi_1}, \qquad (7)$$

$$x_0(0)=x^0,\ x(0)=x^0,\ x(t)\equiv x^0,\ t\in[0;t_к];$$

$$\frac{d\psi_0}{dt}=-\frac{d\Re}{dx_0},\ \frac{d\psi_1}{dt}=-\frac{d\Re}{dx}, \qquad (8)$$

$$\psi_0(t_к)=-\frac{dl_1}{dx_0(t_к)}, \qquad (9)$$

$$\psi_1(t_k)=-\frac{dl_2}{dx(t_k)},\ \frac{d\Re}{du}=0. \qquad (10)$$

Практически при всех $t\in[0;t_k]$ имеет место:

$$H(\overline{x_0},\bar{x},\bar{u},\psi_0,\psi_1)=\max_{0\le u\le\bar{x}}\Re\,(\overline{x_0},\bar{x},u,\psi_0,\psi_1), \qquad (11)$$

$$\frac{d\Re}{du}=0, \qquad (12)$$

и выполняется условие нормировки:

$$l_I+\|\psi_0\|+\|\psi_1\|+\|l_1\|+\|l_2\|>0. \qquad (13)$$

Уравнение (7) дает дифференциальную связь поставленной задачи оптимизации, уравнение (8) удовлетворяет сопряженным переменным $\psi_0(t)$ и $\psi_1(t)$, выражение (9) – условие локального минимума, а (10) – условие дополнительной нежесткости.

Принцип максимума Понтрягина записывается в виде выражений (11) и (12) [3–10].

Функции $\psi_0(t)$ и $\psi_1(t)$ являются абсолютно непрерывными, поскольку, как видно из выражения (7), траектория x(t) никогда не выходит на ограничениех x(t) =0. Из выражения (8) для сопряженных переменных следует, что $\frac{d\psi_0}{dt}=0$ и $\psi_0\equiv -l_1$.

Следует отметить, что функции $\psi_0(t)$ и $\psi_1(t)$ на всем интервале $[0,\ t_к]$ одновременно не могут обращаться в ноль, так как из условия $\frac{d\Re}{du}=0$ следует, что $l_1-l_2=0$, при любом t имеет место $\bar{x}(t)>0$ и из условия дополнительной нежесткости $l_1\equiv l_2\equiv 0$ [2,4]. По виду функции $\Re$ получаем: $\frac{d\Re}{dx}=-\frac{d\Re}{du}+\psi_1+l_2$, и в силу условия (9) следует, что:

$$\frac{d\psi_1}{dt}=\psi_1+l_2,\ \psi_1(t)=0,\ t\in[0;t_k]. \qquad (14)$$

Воспользовавшись принципом максимума Понтрягина (11), получим, что если

$$\bar{x}\ge\varepsilon\cdot c\cdot\frac{\psi_0}{2\cdot\beta[c\cdot\psi_0+\psi_1]}+[1+\varepsilon]\cdot\frac{\psi_1}{2\cdot\beta[c\cdot\psi_0+\psi_1]}, \qquad (15)$$

то выражение (11) эквивалентно условию:

$$\frac{dH}{dx}=-\frac{d\Re}{du}+l_2-l_1.$$

Тогда из условия (10) вытекает $l_1-l_2=0$.

В силу этого с учетом справедливости (15) выражение (9) эквивалентно условию (11), и при этом управление u(t) представляется в виде:

$$\bar{u}=\bar{x}-\frac{\varepsilon\cdot c\cdot\psi_0}{2\beta\cdot[c\psi_0+\psi_1]}-\frac{[1+\varepsilon]\cdot\psi_1}{2\beta\cdot[c\psi_0+\psi_1]}. \qquad (16)$$

Из выражения (13) вытекает, что на интервале $[0;t_к]$ $\psi_1\le 0$. При нарушении неравенства (15) в силу принципа максимума Понтрягина (11) следует, что максимум H достигается на одном из концов отрезка [0;x]. Следует отметить, что неравенство (15) эквивалентно выражению $dH/du\le 0$. Поскольку $d\Re/du=dH/du+l_1-l_2$, то из условия локального минимума (9) следует $l_1=0$, $l_2\ne 0$, что по условию(10) дает $u\ne 0$. Окончательно выражение для управления можно записать в виде:

$$\bar{u}=\begin{cases}\bar{x}-\dfrac{\varepsilon}{2\beta}-\dfrac{\psi_1}{2\beta\,[\psi_0c+\psi_1]},\\ \text{при }\bar{x}\ge\dfrac{\varepsilon}{2\beta}+\dfrac{\psi_1}{2\beta\,[\psi_0c+\psi_1]},\\ 0,\ \text{при }\bar{x}<\dfrac{\varepsilon}{2\beta}+\dfrac{\psi_1}{2\beta\,[\psi_0c+\psi_1]}.\end{cases} \qquad (17)$$

В интегральном принципе максимума $l_I\ne 0$. В противном случае это приводит к нарушению условия нормировки (13). Для общности будем полагать $l_I=1$.

Подставляя управление $\bar{u}$ из (17) в уравнение (6) для траектории $\bar{x}$ получим:

$$\frac{d\bar{x}}{dt}=\begin{cases}\dfrac{\varepsilon^2}{4\beta}-\bar{x}+\dfrac{\varepsilon}{2\beta}-\dfrac{2\psi_1[\psi_0c+\psi_1]-\psi^2}{4\beta\,[\psi_0c+\psi_1]^2},\\ \text{при }\bar{x}\ge\dfrac{\varepsilon}{2\beta}+\dfrac{\psi_1}{2\beta\,[\psi_0c+\psi_1]},\\ [\varepsilon-\beta\cdot\bar{x}]\cdot\bar{x},\ \text{при }\bar{x}<\dfrac{\varepsilon}{2\beta}+\dfrac{\psi_1}{2\beta\,[\psi_0c+\psi_1]}.\end{cases} \qquad (18)$$

Из уравнения (18) следует, что если $\bar{x}(0) \geq \frac{\varepsilon}{2\beta}$, то всюду на интервале $[0;t_к]$ $\bar{x}(t) > \frac{\varepsilon}{2\beta}$, к тому же, если при каком либо $t^* \in [0;t_к]$ выполняется неравенство $\bar{x}(t^*) \geq \frac{\varepsilon}{2\beta}$, то на интервале $[t^*;t_к]$ имеет место $\bar{x} > \frac{\varepsilon}{2\beta}$.

Из условия (10) в этом случае следует: $\psi_1(t_к) = 0$, и неравенство $\bar{x}(0) \geq \frac{\varepsilon}{2\beta}$ приводит к тому, что $\psi_1(t_к) = 0$ при всех $t \in [0;t_к]$.

В случае $\bar{x}(0) < \frac{\varepsilon}{2\beta}$ из условий (10) и (12) вытекает, что $\psi_1 \neq 0$, траектория $\bar{x}$ монотонно возрастает одновременно с ψ_1, в момент выхода $\bar{x}$ на уровень $\frac{\varepsilon}{2\beta}$ сопряженная переменная ψ_1 обращается в ноль и, начиная с этого момента, траектория $\bar{x}$ изменяется, как и в предыдущем случае.

С учетом этого уравнение (18) примет вид:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2}{4\beta} + \frac{\varepsilon}{2\beta} - \bar{x}, & \text{при } \bar{x} \geq \frac{\varepsilon}{2\beta}, \\ [\varepsilon - \beta \cdot \bar{x}] \cdot \bar{x}, & \text{при } \bar{x} < \frac{\varepsilon}{2\beta}. \end{cases} \quad (19)$$

При достаточно большом интервале времени $[0;t_к]$ начиная с некоторого момента траектория $\bar{x}$ удовлетворяет неравенству $\bar{x} \geq \frac{\varepsilon}{2\beta}$ и следовательно:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \frac{\varepsilon^2}{4\beta} + \frac{\varepsilon}{2\beta} - \bar{x}. \quad (20)$$

В случае стационарного процесса при $\frac{d\bar{x}}{dt} = 0$, траектория для $\bar{x}$ описывается выражением:

$$\bar{x} = \frac{\varepsilon^2}{4\beta} + \frac{\varepsilon}{2\beta}. \quad (21)$$

При этом в силу $\bar{x} \geq \frac{\varepsilon}{2\beta}$ управление имеет вид:

$$\bar{u} = \frac{\varepsilon^2}{4\beta}. \quad (22)$$

Метод определения коэффициентов модели и оптимального значения отбора биомассы из аппарата

Структура макроскопической модели периодического процесса культивирования дрожжей, имеет вид [5]:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = X(\mu - \tilde{\mu}), \\ \frac{dS_i}{dt} = -Xq_{si}, \end{cases} \quad i = \overline{1,3} \quad (23)$$

где уравнение $dX/dt = X(\mu - \tilde{\mu})$ – модель Ферхюльста – Гаузе (1), записанная в краткой форме; $\tilde{\mu}$ – удельная скорость автолиза биомассы, которая вычисляется по формуле:

$\tilde{\mu} = K_4 X$, где K_4 – константа.

Рассмотрим математическую модель процесса в следующем виде [1,5]:

$$\begin{cases} \theta\frac{dX}{dt} = \theta \cdot \mu_m \cdot \frac{S_1^{(i)}}{K_1 + S_1^{(i)}} \cdot \frac{S_2^{(i)}}{K_2 + S_2^{(i)}} \cdot \frac{S_3^{(i)}}{K_3 + S_3^{(i)}} \cdot X^{(i)} - \\ \theta \cdot K_4 \cdot X^{2(i)} - \theta \cdot \frac{F}{V^{(i)}} \cdot X^{(i)} + (X^{(i)} - X^{(i-1)}); \\ \theta\frac{dS_1}{dt} = -\frac{\theta}{Y_{X/S1}} \cdot \mu_m \cdot \frac{S_1^{(i)}}{K_1 + S_1^{(i)}} \cdot \frac{S_2^{(i)}}{K_2 + S_2^{(i)}} \cdot \\ \frac{S_3^{(i)}}{K_3 + S_3^{(i)}} \cdot X^{(i)} - \theta \cdot m \cdot X^{(i)} + \\ + \theta\frac{F_1}{V^{(i)}} \cdot (S_{01} - S_1^{(i)}) + (S_1^{(i)} - S_1^{(i-1)}); \\ \theta\frac{dS_2}{dt} = -\theta \cdot \mu_m \cdot \frac{S_1^{(i)}}{K_1 + S_1^{(i)}} \cdot \frac{S_2^{(i)}}{K_2 + S_2^{(i)}} \cdot \frac{S_3^{(i)}}{K_3 + S_3^{(i)}} \cdot \\ X^{(i)} \cdot \left[\alpha_{02} + \frac{(\alpha_{m2} - \alpha_{02}) \cdot S_2^{(i)}}{K_5 + S_2^{(i)}} \right] + \\ + \theta \cdot \frac{F_2}{V^{(i)}} \cdot (S_{02} - S_2^{(i)}) + (S_2^{(i)} - S_2^{(i-1)}); \\ \theta\frac{dS_3}{dt} = -\theta \cdot \mu_m \cdot \frac{S_1^{(i)}}{K_1 + S_1^{(i)}} \cdot \frac{S_2^{(i)}}{K_2 + S_2^{(i)}} \cdot \frac{S_3^{(i)}}{K_3 + S_3^{(i)}} \cdot \\ X^{(i)} \cdot \left[\alpha_{03} + \frac{(\alpha_{m3} - \alpha_{03}) \cdot S_3^{(i)}}{K_6 + S_3^{(i)}} \right] + \\ + \theta \cdot \frac{F_3}{V} \cdot (S_{03} - S_3^{(i)}) + (S_3^{(i)} - S_3^{(i-1)}); \\ F = F_1 + F_2 + F_3; \\ \theta\frac{dT}{dt} = T^{(i)} + T_в^{(i)} + \theta \cdot \varphi^{(i)} \cdot a_0 \cdot (X^{(i)} - \\ X^{(i-1)}) \cdot V^{(i)} - \theta\gamma^{(i)} G_{воз} \cdot \Delta I. \end{cases} \quad (24)$$

где F – объемная скорость подачи питательных веществ; F_1, F_2, F_3 – объемные скорости подачи

мелассы, сульфата аммония и диаммонийфосфата соответственно; S_{01}, S_{02}, S_{03} – концентрации сахаров, азота и фосфора в подпитке соответственно, $Y_{X/S1}$ – экономический коэффициент, m – скорость потребления субстрата на поддержание жизнедеятельности, α_{0i} и α_{mi} – минимальное и максимальное содержание элемента в биомассе, q_{Si} – удельная скорость потребления субстрата, θ – время роста микроорганизмов в аппарате, a_0 – коэффициент удельного тепловыделения дрожжей; $G_{воз}$ – массовый расход воздуха, ΔI – приращение теплосодержания воздуха, T – температура культуральной среды в аппарате; $T_в$ – температура воды в рубашке аппарата.

Для определения оптимального значения концентрации микроорганизмов и величины оптимального отбора биомассы, необходимо по ходу процесса культивирования определять численные значении коэффициентов модели ε и β. Анализ математической модели, описывающей рост микроорганизмов (24), показывает, что коэффициенты ε и β можно выразить следующим образом:

$$\varepsilon = \left(\mu - \frac{F}{V} + \frac{1}{\theta}\right), \beta = K_4. \qquad (25)$$

Расчет значений ε и β необходимо производить непосредственно по ходу процесса, используя его математическое описание (систему уравнений (24)).

Отбор биомассы из аппарата начинается при достижении текущей концентрации X уровня $\frac{\varepsilon}{2\beta}$. Для определения объема биомассы, отбираемой из аппарата, используется выражение:

$$\frac{dX}{dt} = \mu \cdot X^{(i)} - K_4 \cdot X^{(i)2} - \frac{F}{V} \cdot X^{(i)} + \frac{1}{\theta}(X^{(i)} - X^{(i-1)}).$$

При условии, что весь прирост биомассы должен быть отобран во время отбора, можно записать:

$$u = \frac{dX}{dt}. \qquad (26)$$

Принимая во внимание нулевые начальные условия, т. е. $X^{(i-1)} = 0$, объем отбираемой биомассы определяется как:

$$V_{от} = \frac{F}{\frac{u}{X^{(i)}} - \mu + K_4 \cdot X^{(i)} + \frac{1}{\theta}}. \qquad (27)$$

Система оптимального управления отбором биомассы дрожжей из аппарата

На основе описанной выше методики была разработана автоматическая система управления отбором биомассы дрожжей из аппарата по ходу процесса культивирования [1]. Для исследования системы оптимального управления был проведен машинный эксперимент с использованием опытных данных о почасовом накоплении микроорганизмов, полученных на Воронежском дрожжевом заводе. Данные были получены для 13 часового процесса культивирования с отбором культуральной среды после 6 часа.

Отбор ведется таким образом, что накопление (концентрация дрожжей) X во время отбора остается постоянной при постоянном объеме культуральной среды. То есть забирается объем биомассы, равный объему среды, подаваемой с подпиткой.

Алгоритм исследования системы заключается в следующем. По математической модели (система уравнений (24)) с периодичностью Δt =1 ч рассчитываются параметры процесса: X^p, S_1, S_2, S_3, V и определяются коэффициенты модели ε и β по уравнениям (25). Рассчитывается величина $\frac{\varepsilon}{2\beta}$ и сравнивается с введенным экспериментальным значением X (из опытных данных) соответствующим данному моменту времени t. Процедура повторяется до тех пор, пока X не будет больше или равен величине $\frac{\varepsilon}{2\beta}$, или время t не станет больше или равно времени начала регламентного отбора t'.

Рассмотрим оба случая.

1) В случае, если концентрация X больше или равна величине $\frac{\varepsilon}{2\beta}$, рассчитывается новое значение времени культивирования $t_к^н = t_к - \left(t' - t_{|\, x \geq \frac{\varepsilon}{2\beta}}\right)$. Определяется величина управляющего воздействия u из выражения (22) и величина отбираемого объема из выражения (27). Определяется скорость изменения концентрации X' (по системе уравнений (24)) и для следующего момента времени $t = t + \Delta t$ предсказывается значение концентрации дрожжей $X^п$ без учета отбора и значение концентрации X с учетом отбора. Процедура продолжается до тех пор, пока время t не достигнет значения времени культивирования $t = t_к^н$.

При этом выводятся значения t, X, V, u.

2) В случае, если концентрация X до момента времени t' (регламентное время отбора) не достигнет уровня $\frac{\varepsilon}{2\beta}$, алгоритм выходит на регламентное определение концентрации: $X(t+\Delta t) = X(t)$; при этом время культивирования $t_к$ остается прежним.

Заключение

Были получены графики почасового изменения концентрации дрожжей и динамика отбора (рисунок 1).

В таблице 1 приведены результаты исследования системы оптимального управления.

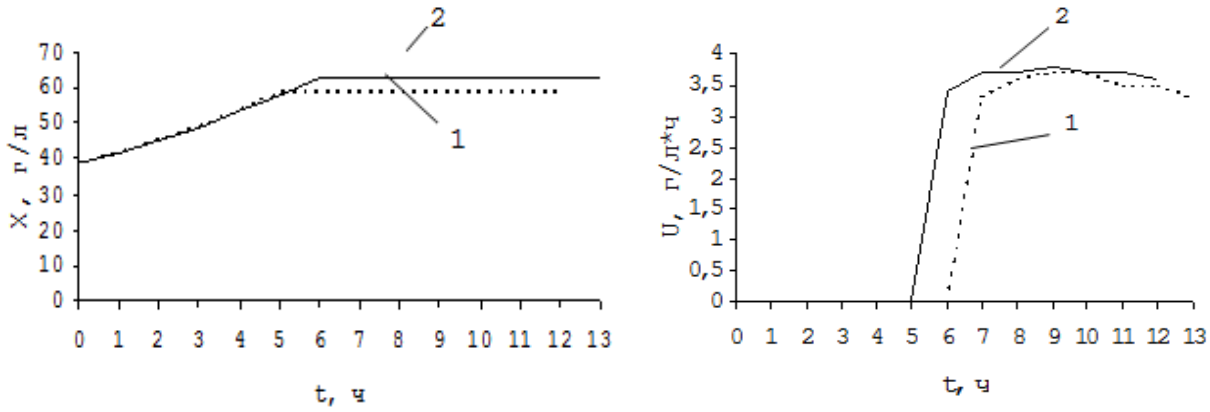

Рисунок 1. Графики почасового изменения концентрации дрожжей X и динамика отбора U – (1 – регламентный; 2 – с учетом оптимального управления)

Figure 1. Hourly charts changes in the concentration of yeast X and the dynamics of selection U (1-regulations; 2 – taking into account optimal control)

Таблица 1

Результаты исследования работы системы оптимального управления (машинный эксперимент)

Table 1

The research results of work of system of optimal control (engine experiment)

Время культивирования t, ч Cultivation time t, h	Накопление X, кг/м^3 The accumulation X, kg/m^3	Объем V, м^3 Volume V, m^3	Отбор биомассы u, кг/м^3·ч The selection of biomass u, kg/m^3· h
0	39	50	0
1	42	52	0
2	45	56	0
3	49	60	0
4	54	64	0
5	59	68	0
6	59	68	3,4
7	59	68	3,7
8	59	68	3,7
9	59	68	3,8
10	59	68	3,7
11	59	68	3,7
12	59	68	3,6

Анализ результатов показывает, что использование такой системы в процессе управления дрожжевым производством позволяет снизить время культивирования на 1 час. Оптимальная концентрация X =59 кг/м^3, t' – время отбора – начало 6 часа; $t_к$ =12 ч – время культивирования.

ЛИТЕРАТУРА

1 Ануфриев В.В., Кожевников Ю.Е., Суханова Н.В. Одно решение задачи кинетики роста микроорганизмов // Проблемы химии и химической технологии: тез.докл. 2-ой региональной научной конференции. Тамбов, 1994. С. 126 – 127.

2 Галлеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В. Оптимальное управление. М: Изд-во МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2008. 320 с.

3 Покорный Ю.В. Оптимальные задачи. М: Изд-во Регулярная и хаотичная динамика, 2008. 160 с.

4 Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации: учеб. пособие. М: Изд-во Физматлит, 2008. 368 с.

5 Grognard F., Akhmetzhanov A. R., Bernard O. Optimal strategies for biomass productivity maximization in a photobioreactor using natural light // Automatica. 2014. V. 50. №. 2. P. 359-368.

6 Liu C., Gong Z. Optimal control of switched autonomous systems // Optimal Control of Switched Systems Arising in Fermentation Processes. Berlin Heidelberg: Springer, 2014. P. 77-87.

7 Basset N. et al. Integrating the selection of PHA storing biomass and nitrogen removal via nitrite in the main wastewater treatment line // Bioresource technology. 2016. V. 200. P. 820-829.

8 Aloisio J. M., Tuininga A. R., Lewis J. D. Crop species selection effects on stormwater runoff and edible biomass in an agricultural green roof microcosm // Ecological Engineering. 2016. V. 88. P. 20-27.

9 Casler M. D., Vogel K. P. Selection for biomass yield in upland, lowland, and hybrid switchgrass // Crop science. 2014. V. 54. №. 2. P. 626-636.

10 Суханова Н. В. Оптимальное управление процессом выращивания микроорганизмов при конкурентном взаимодействии двух популяций // Системный анализ и моделирование процессов управления качеством в инновационном развитии агропромышленного комплекса: материалы II международной научно - практической конференции. Воронеж. гос. ун-т инж. технол. Воронеж, 2016. С. 76 –78.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Юрий Е. Кожевников старший преподаватель, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, Россия, kozh1234@mail.ru

Наталья В. Суханова к. т. н., доцент, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, 19, г. Воронеж, Россия, Suhanovanv1971@mail.ru

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Юрий Е. Кожевников предложил вариант решения задачи оптимального управления отбором биомассы из аппарата и организовал производственные испытания

Наталья В. Суханова обзор литературных источников по исследуемой проблеме, выполнила расчеты, написала рукопись, корректировала ее до подачи в редакцию и несет ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 09.08.2017
ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 21.08.2017

REFERENCES

1 Anufriev V.V., Kozhevnikov Y.E., Sukhanova N.V. One solution to the problem of the kinetics of microbial growth. Problemyi himii i himicheskoy tehnologii: tez.dokl. 2-oy regionalnoy nauchnoy konferentsii [Problems of chemistry and chemical technology: abstracts of the 2nd regional scientific conference]. Tambov, 1994. pp. 126–127.(in Russian).

2 Galeev E.M., Zelikin M.I., Konyagin S.V. Optimalnoe upravlenie [Optimal control] Moscow, Publishing house MCCME (Moscow center for continuous mathematical education), 2008. 320 p. (in Russian).

3 Pokorny J.V. Optimalnyie zadachi [Optimal task]. Moscow, Publishing house Regular and chaotic dynamics, 2008.160 p.(in Russian).

4 Sukharev A.G., Timokhov A.V., Fedorov V.V. Kurs metodov optimizatsii [Course of optimization methods]. Moscow, Publishing house Fizmatlit, 2008. 368 p. (in Russian).

5 Grognard F., Akhmetzhanov A. R., Bernard O. Optimal strategies for biomass productivity maximization in a photobioreactor using natural light. Automatica. 2014. vol. 50. no. 2. pp. 359-368.

6 Liu C., Gong Z. Optimal control of switched autonomous systems. Optimal Control of Switched Systems Arising in Fermentation Processes. Springer Berlin Heidelberg, 2014. pp. 77-87.

7 Basset N. et al. Integrating the selection of PHA storing biomass and nitrogen removal via nitrite in the main wastewater treatment line. Bioresource technology. 2016. vol. 200. pp. 820-829.

8 Aloisio J. M., Tuininga A. R., Lewis J. D. Crop species selection effects on stormwater runoff and edible biomass in an agricultural green roof microcosm. Ecological Engineering. 2016. vol. 88. pp. 20-27.

9 Casler M. D., Vogel K. P. Selection for biomass yield in upland, lowland, and hybrid switchgrass. Crop science. 2014. vol. 54. no. 2. pp. 626-636.

10 Sukhanova N. V. Optimal control of the process of growing microorganisms in a competitive interaction between the two populations. Sistemnyj analiz i modelirovanie protsessov upravleniya kachestvom v innovatsionnom razvitii agropromyshlennogo kompleksa: materialy II mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferentsii. [System analysis and simulation of quality management processes in innovative development of agro industrial complex: materials of II international scientific-practical conference]. Voronezh state university of engineering technologies. Voronezh, 2016. pp. 76-78. (in Russian).

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Yuriy E. Kozhevnikov senior lecturer, information and control systems department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, Russia, kozh1234@mail.ru

Natalia V. Sukhanova candidat of technical sciences ,associate professor, information and control systems department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, Russia, Suhanovanv1971@mail.ru

CONTRIBUTION

Yuriy E. Kozhevnikov proposed the alternative solutions of the optimal control problem of the selection of the biomass apparatus and organized production trials

Natalia V. Sukhanova review of the literature on an investigated problem, performed computations, wrote the manuscript, correct it before filing in editing and is responsible for plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 8.9.2017
ACCEPTED 8.21.2017