

Модель тепловой нагрузки при динамической абразивной обработке пищевых материалов

Геннадий В. Алексеев	¹	gva2003@mail.ru
Борис А. Вороненко	²	boris_voronenko@mail.ru
Денис В. Харитонов	³	denis.kharitonov1@yandex.ru
Анна Г. Лей	¹	anna.leu@mail.ru

¹ кафедра процессов и аппаратов пищевых производств, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, ул. Ломоносова, 9, Санкт-Петербург, Россия

² кафедра технологических машин и оборудования, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, ул. Ломоносова, 9, Санкт-Петербург, Россия, Россия

³ кафедра продуктов питания животного происхождения, Воронеж. гос. ун-т. инж. техн., пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Реферат. Современный этап совершенствования пищевых производств обусловлен напряженной борьбой за их экономическую эффективность, что определяется в значительной мере максимальной эффективностью использования сельскохозяйственного сырья. В то же самое время проблемы с неблагоприятными экологическими условиями, сопровождающими жизнь нашего общества, требуют от принимаемой человеком пищи всемерного воздействия по оздоровлению организма. Для решения этой проблемы исследователи самых разных стран объединяют свои усилия по решению затронутых вопросов. Совершенствование и развитие технологий должно опираться на исследование существующих. В основу исследований могут лечь математические модели продуктов питания и соответствующих процессов, создаваемые в разных исследовательских организациях. Разработка качественных, востребованных, конкурентоспособных продуктов – это цель каждого современного производителя, выбирающего для себя наиболее простой, результативный и экономически оправданный путь решения данной задачи. Современные изыскания в теории и практике контроля качества и анализа позволяют применять принципиально новые методы при определении возможных негативных изменений в продуктах питания произошедших в них, в частности, при тепловой обработке. Данные методы, кроме традиционных органолептических и сенсорных составляющих, учитывают еще и комплекс аналитических моделей, для позиционирования нежелательных температурных режимов для обработки продукта в целевой группе потребителей (например для целей лечебно-профилактического питания).

Ключевые слова: аналитические модели, тепловая обработка в динамическом режиме, обеспечение расчетных режимов при абразивной обработке конфигурированием рабочих органов

Model of the heat load under dynamic abrasive processing of food material

Gennadii V. Alekseev	¹	gva2003@mail.ru
Boris A. Voronenko	²	boris_voronenko@mail.ru
Denis V. Kharitonov	³	denis.kharitonov1@yandex.ru
Anna G. Leu	¹	anna.leu@mail.ru

¹ processes and devices of food manufactures department, Saint Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Lomonosov str., 9, Saint Petersburg, Russia

² technological machines and equipment department, Saint Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Lomonosov str., 9, Saint Petersburg, Russia

³ foodstuffs of animal origin department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Summary. The modern stage of the improvement food production is conditioned by tense fight for their cost-performance that is defined in significant measure by maximum efficiency of the use agricultural cheese. At the same time problems with disadvantage ecological condition, accompanying life our society, require from taken person of the food different influences on recovery of the organism. For decision of this problem to researchers most different countries unite their own efforts on decision of the touched questions. The improvement and development technology must rest in study existing. In base of the studies can lie the mathematical product models of the feeding and corresponding to processes created in different exploratory organization. The development qualitative, claimed, competitive products – a purpose of each modern producer, choosing for itself most idle time, effective and economic justified way of the decision given problems. Modern prospecting in theories and practical person of the checking quality and analysis allow to use in principal new methods at determination of the possible negative changes to product of the feeding happened in them, in particular, under heat processing. The given methods, except traditional touch component, take into account else and complex of the analytical models of the models, for positioning undesirable warm-up mode for processing the product in target group of the consumers (for instance for integer medical-preventive feeding).

Keywords: analytical models, heat processing in dynamic mode, providing calculated modes for abrasive processing by configuring working bodies

Для цитирования

Алексеев Г. В., Вороненко Б. А., Харитонов Д. В., Лей А. Г. Модель тепловой нагрузки при динамической абразивной обработке пищевых материалов // Вестник ВГУИТ. 2016. № 4. С. 56–60. doi:10.20914/2310-1202-2016-4-56-60

For citation

Alekseev G. V., Voronenko B. A., Kharitonov D. V., Leu A. G. Model of the heat load under dynamic abrasive processing food material. *Vestnik VSUET* [Proceedings of VSUET]. 2016. no. 4. pp. 56–60. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2016-4-56-60

Введение

Значительная часть оборудования в пищевой промышленности использует абразивное воздействие (например, шелушение зерна и его помол). В этом случае объект изначально предполагается непрерывно контактирующим с рабочим органом. Последние исследования в области обработки пищевых продуктов одним из путей повышения энергосбережения является дискретный подвод энергии, то есть прерывистый контакт обрабатываемого объекта с абразивом. Предполагая, что технически организация такого процесса возможна, следует решить вопрос о технологических параметрах процесса [1–4]. В рассматриваемом случае определяющими показателями эффективности такой организации технологического процесса, по-видимому, будут более полное использование перерабатываемого сырья (снижение количества отходов) и сохранение его пищевой ценности (витаминов, нативных свойств клейковины и др.).

Если первый вопрос существенно зависит от конструкции рабочих органов и технологических режимов и может быть решен только опытным путем, то для решения второго (соблюдения определенного температурного режима) можно провести некоторые аналитические и численные оценки [5].

Рассмотрение траекторий перемещения обрабатываемого пищевого продукта свидетельствует о том, что он может в частности подвергаться кратковременному статическому нагреву в разных точках поверхности от абразивного контакта или от нагретых родственных объектов [6, 7].

Постановка задачи

Описанная физическая модель может быть соответственно формализована в виде тепловой аналитической задачи о теплопередаче шару [9].

Классическая постановка тепловой задачи в этом случае может быть записана в виде:

$$u_t = \alpha^2 u_{xx}, 0 \leq x \leq \infty, 0 \leq t \leq \infty \quad (1)$$

$$\text{с НУ: } u(x, 0) = u_0, 0 \leq x \leq \infty \quad (2)$$

$$\text{и ГУ: } u_x(0, t) - u(0, t) = 0, 0 \leq t \leq \infty. \quad (3)$$

Для нахождения решения данной краевой задачи будем использовать преобразование Лапласа по переменной t (отметим, что здесь можно выполнять преобразование по переменной x , т. к. ее диапазон изменения $[0, \infty]$).

Найдем образы частных производных, входящих в уравнение (1):

$$L_t[u] = \int_0^\infty u_t(x, t) e^{-st} dt = u(x, t) e^{-st} \Big|_0^\infty +$$

$$s \int_0^\infty u(x, t) e^{-st} dt = sU(x, s) - u(x, 0),$$

$$L[u_x] = \int_0^\infty u_x e^{-st} dt = \frac{\partial}{\partial x} U(x, s),$$

$$L[u_{xx}] = \int_0^\infty u_{xx} e^{-st} dt = \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, s),$$

Подставляя полученные выражения в (1), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$sU(x) - u_0 = \frac{d^2 U}{dx^2}, 0 \leq x \leq \infty. \quad (4)$$

Начальные для уравнения (4), получаем преобразованием (2):

$$\frac{dU}{dx}(0) = U(0).$$

Дифференциальное уравнение (4) является обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка. Для нахождения решения краевой задачи для данного уравнения необходимо задать еще одно условие, которое достаточно очевидно из физических соображений: при $x \rightarrow +\infty$.

Общее решение уравнения (4) есть сумма общего решения однородного уравнения:

$$\frac{d^2 U}{dx^2} - sU(x) = 0$$

и частного решения неоднородного уравнения u_0/s :

$$U(x) = c_1 e^{\sqrt{s}x} + c_2 e^{-\sqrt{s}x} + \frac{u_0}{s} \quad U(x) \rightarrow 0. \quad (5)$$

Из физических соображений ясно, что константа $c_1 \equiv 0$. Из граничных условий для уравнения (4) следует, что константа c_2 является решением уравнения $-c_2 \sqrt{s} = c_2 + \frac{u_0}{s}$, полученного подстановкой (5) в (4),

$$c_2 = -\frac{u_0}{s(\sqrt{s} + 1)}. \quad (6)$$

Подставляя полученное значение (6) в (5), получаем окончательное выражение для $U(x)$:

$$U(x) = u_0 \left(1 - \frac{1}{s(\sqrt{s} + 1)} \right). \quad (7)$$

Для определения температурного поля $u(x, t)$ необходимо вычислить следующий интеграл:

$$u(x, t) = L^{-1}[U(x, s)] = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} U(s) e^{st} ds = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s(\sqrt{s} + 1)} \right) e^{st} ds, \quad (8)$$

используя для этого, например, методы функций комплексного переменного.

Результат его вычисления известен и приводится в справочниках по специальным функциям:

$$u(x, t) = u_0 - u_0 \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{t}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\sqrt{t} + \frac{x}{2\sqrt{t}} \right) e^{x^2/t} \right], \quad (9)$$

где $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-\xi^2} d\xi$ – функция, дополни-

тельная к интегралу вероятностей. Выражение (9) является решением краевой задачи уравнений в частных производных (1).

Если в качестве модели обрабатываемого объекта выбрать сферу, на которую периодически подаются тепловые импульсы от трения ее об абразивные участки рабочих органов технологического оборудования, то тепловой процесс, возникающий при снятии кожуры овощей или же оболочки зерновых, может быть описан известным уравнением теплопроводности для тела сферической формы [8–11]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (10)$$

$$(0 < r < R, \tau > 0,$$

где $t(r, \tau)$ – температура; τ – время; r – радиус обрабатываемого продукта (например, картофеля); R – радиус рабочей камеры машины (радиус пружины для картофелеочистительной машины

непрерывного действия); a – коэффициент температуропроводности.

Начальная температура процесса постоянная [12]:

$$t(r, 0) = t_0 = \text{const} \quad (11)$$

Граничными условиями, при которых протекает процесс, являются граничные условия первого рода:

$$t(R, \tau) = \begin{cases} t_1 = t_{\min} & \text{для } 0 < \tau < \tau_1; \\ t_2 = t_{\text{мп}} = t_{\max} & \text{для } \tau_1 < \tau < \tau_2 \quad (t_1 > t_2); \end{cases} \quad (12)$$

условие симметрии – граничное условие второго рода:

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0 \quad (13)$$

и условие физической ограниченности температуры в центре шара:

$$t(0, \tau) < \infty \quad (14)$$

Период:

$$T = \tau_2 \quad (0 < \tau_2 < T), \Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 \quad (15)$$

Число циклов:

$$N = \frac{2\pi R}{L}, \quad (16)$$

где L – длина части внешней окружности клубня, которую абразив проходит за период T .

Поставленная краевая задача решена методом интегрального преобразования Лапласа, и распределение полей температуры в теле получено в следующем безразмерном виде:

$$\begin{aligned} T(X, Fo) = & 1 - \frac{Fo_1}{Fo_2} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{-(n\pi)^2 Fo_2 (1 - \frac{Fo_1}{Fo_2})}}{1 - e^{-(n\pi)^2 Fo_2}} \cdot \frac{\sin(n\pi X)}{\pi n X} \cdot e^{-(n\pi)^2 Fo_1} - \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(P_1 \cos(\frac{2\pi m}{Fo_2} (Fo - \frac{Fo_1}{2})) + P_2 \sin(\frac{2\pi m}{Fo_2} (Fo - \frac{Fo_1}{2}))) \sin(\pi m \frac{Fo_1}{Fo_2})}{ch(2 \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}}) - \cos(2 \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}})} \cdot \frac{\pi m X}{\pi m X}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} P_1 = & sh \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} \cos \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} sh(\sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} X) \cos(\sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} X) + ch \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} \sin \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} ch(\sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} X) \sin(\sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} X); \\ P_2 = & ch \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} \sin \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} sh(\sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} X) \cos(\sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} X) - sh \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} \cos \sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} ch(\sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} X) \sin(\sqrt{\frac{\pi m}{Fo_2}} X), \end{aligned}$$

где $T(X, Fo) = (t(r, \tau) - t_1) / (t_2 - t_1)$ – безразмерная относительная температура, $0 < T < 1$; $X = r/R$ – безразмерная координата;

$Fo = a\tau/R^2$ – число Фурье (критерий гомохронности поля потенциала теплопереноса); $Fo_i = \alpha\tau_i/R^2$ ($i=1,2$).

Обсуждение результатов

Аналитическое решение рассмотренной модели в виде сформулированной выше краевой задачи теплопроводности дает возможность прогнозировать и управлять температурным полем обрабатываемого продукта, моделируемого телом сферической формы (клубня картофеля, зерна злаков), предотвращая перегрев продукта, и тем самым влияя на его качество.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Темершин Д.Д., Карпов М.О., Леу А.Г. Резервы ресурсосбережения по получению крахмала при переработке растительного сырья // "Инновационные технологии нового тысячелетия" сборник статей Международной научно-практической конференции: в 2-х частях. 2016. С. 119–121.
- 2 Cahill D.G. et al. // Appl. Phys. Rev. 2014. V. 1. № 1. P. 011305 (1–44)
- 3 Карпов М.О., Леу А.Г. Связь ресурсосбережения с экологичностью пищевых производств // Научная мысль XXI века: конвергенция знаний. Материалы Международной научно-практической конференции НИЦ "Поволжская научная корпорация". 2016. С. 157–159.
- 4 Холявин И.И., Кравцова Е.В., Леу А.Г. Математическое моделирование возможностей ресурсосбережения // Интеграция науки, общества, производства и промышленности" Сборник статей Международной научно-практической конференции. 2016. С. 52–54.
- 5 Cahill D.G. et al. // J. Appl. Phys. 2003. V. 93. № 2. P. 793–818
- 6 Фролова Л.Н., Василенко В.Н., Драган И.В., Дерканосова А.А. и др. Эксергетический анализ линии комплексной двухступенчатой переработки масличных культур // Вестник Международной академии холода. 2015. № 4. С. 78–84.
- 7 Шевцов А.А., Дерканосова А.А., Коротаева А.А., Дятлова С.А. Кинетические закономерности и оптимизация процесса сушки жома красного клевера // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2013. № 4 (58). С. 41–46.
- 8 Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. М. – Л.: Госэнергоиздат, 1963. 536 с.
- 9 Алексеев Г.В., Мосина Н.А. Абразивная обработка картофеля и овощей с дискретным энергоподводом: монография. Саратов, 2013
- 10 Ma Y. // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 101. P. 211905 (1–4)
- 11 Maldovan M. // J. Appl. Phys. 2011. V. 110. P. 034308 (1–6)
- 12 Арет В.А., Алексеев Г.В., Верболоз Е.И., Кондратов А.В. Возможности управления процессом измельчения путем изменения структурно-механических свойств пищевой смеси // Известия Санкт-Петербургского государственного университета низкотемпературных и пищевых технологий. 2008. № 4. С. 54–58
- 13 Буянов О.Н., Буянова И.В. Расчет тепловой нагрузки на модули скороморозильного аппарата комбинированного типа // Вестник Международной академии холода. 2016. № 2. С. 63–66.

Полученное решение позволяет решить обратную задачу по нахождению времени, необходимого для достижения нужной температуры в любой точке обрабатываемого тела.

Задав время τ_1 , можно определить интервалы $[\tau_1, \tau_2]$, за которое температура тела достигает своей верхней границы, т. е. оптимальное соотношение периодов $[0, \tau_1]$ и $[0, \tau_2]$, что дает возможность минимизировать расход энергии на поддержание соответствующего режима.

REFERENCES

- 1 Temershin D.D., Karpov M.O., Leu A.G. On reception of the starch at conversion vegetable cheese. In collection. Innovatsionnye tekhnologii novogo tysyacheletiya [Innovation technologies of the new millennium. The Collection article International scientifically-practical conference: in 2-h parts] 2016. pp. 119–121. (in Russian)
- 2 Cahill D.G. et al. Appl. Phys. Rev., 2014, vol. 1, no. 1, pp. 011305 (1–44)
- 3 The Karpov M.O., Leu A.G. The Relationship with ecological capacity food production. Nauchnaya mysl' XXI veka: konvergentsiya znaniy [In collection: Scientific thought XXI age: knowledges Material International scientifically-practical conference Face Downwards "Povolzhskaya scientific corporation"] 2016, pp. 157–159. (in Russian)
- 4 Kholyavin I.I., Kravtsova E.V., Leu A.G. The Mathematical modeling of the possibilities. Integratsiya nauki, obshchestva, proizvodstva i promyshlennosti [In collection: "Integration of the science, society, production and industry". The Collection article International scientifically-practical conference] 2016, pp. 52–54. (in Russian)
- 5 Cahill D.G. et al. J. Appl. Phys., 2003, vol. 93, no. 2, pp. 793–818
- 6 Frolova L.N., Vasilenko V.N., Dragan I.V., Derkanosova A.A. et al. Exergic line analysis of complex two-step processing of oilseeds. Vestnik Mezhdunarodnoi akademii kholoda [Proceedings of the International Academy of Refrigeration] 2015, no. 4, pp. 78–84. (in Russian)
- 7 Shevtsov A.A., Derkanosova A.A., Korotaeva A.A., Dyatlova S.A. Kinetic laws and optimization of process of drying the pulp of red clover. Vestnik VGUET [Proceedings of Voronezh State University of Engineering Technology] 2013, no. 4 (58), pp. 41–46. (in Russian)
- 8 Lykov A.V., Mikhailov Yu.A. Teoriya teplo- i massopereenosa [Theory heat – and mass- transfer] Moscow, Gosenergoizdat, 1963. 536 p. (in Russian)
- 9 Alekseev G.V., Mosina N.A. Abrazivnaya obrabotka ovoshchei i kartofelya s diskretnym energopodvodom [Abrasive processing the potatoes and with discrete energy] Saratov, 2013 (in Russian)
- 10 Ma Y. Appl. Phys. Lett., 2012, vol. 101, pp. 211905 (1–4)
- 11 Maldovan M. J. Appl. Phys., 2011, vol. 110, pp. 034308 (1–6)
- 12 Aret V.A., Alekseev G.V., Verboloz E.I., Kondratov A.V. The Possibilities of management process pulverizing by change structured-mechanical characteristic food mixture. Izvestiya Sankt-Petersburgskogo gosudarstvennogo universiteta nizkotemperaturnykh i pishchevykh tekhnologii [Notify Saint-Petersburg state university food technology] 2008, no. 4, pp. 54–58 (in Russian)
- 13 Buyanov O.N., Buyanova I.V. Calculation of the thermal load on the module combined type quick-freezing machine. Vestnik Mezhdunarodnoj akademii kholoda. [Journal of the International Academy of Refrigeration]. 2016, no. 2, pp. 63–66.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Геннадий В. Алексеев д.т.н., профессор, кафедра процессов и аппаратов пищевых производств, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, ул. Ломоносова, 9, Санкт-Петербург, Россия, gva2003@mail.ru

Борис А. Вороненко д.т.н., профессор, кафедра технологических машин и оборудования, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, ул. Ломоносова, 9, Санкт-Петербург, Россия, boris_voronenko@mail.ru

Денис В. Харитонов студент, кафедра продуктов питания животного происхождения, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, denis.kharitonov1@yandex.ru

Анна Г. Леу магистрант, кафедра процессов и аппаратов пищевых производств, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, ул. Ломоносова, 9, Санкт-Петербург, Россия, anna.leu@mail.ru

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Геннадий В. Алексеев консультация в ходе исследования

Борис А. Вороненко выполнил расчёты

Денис В. Харитонов обзор литературных источников по исследуемой проблеме

Анна Г. Леу написала рукопись и несёт ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 14.11.2016

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 02.12.2016

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Gennadii V. Alekseev doctor of technical sciences, professor, Saint Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Lomonosov str., 9, Saint Petersburg, Russia, gva2003@mail.ru

Boris A. Voronenko doctor of technical sciences, professor, technological machines and equipment department, Saint Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Lomonosov str., 9, Saint Petersburg, Russia, boris_voronenko@mail.ru

Denis V. Kharitonov student, foodstuffs of animal origin department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, denis.kharitonov1@yandex.ru

Anna G. Leu master student, processes and devices of food manufactures department, Saint Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Lomonosov str., 9, Saint Petersburg, Russia, anna.leu@mail.ru

CONTRIBUTION

Gennadii V. Alekseev consultation during the study

Boris A. Voronenko performed computations

Denis V. Kharitonov review of the literature on an investigated problem

Anna G. Leu wrote the manuscript and is responsible for plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 11.14.2016

ACCEPTED 12.2.2016