

Соискатель И.С. Богомолов

(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра технологии хранения и переработки зерна, тел. (473) 255-65-11

Расчет профиля скоростей и температур расплава в кольцевом канале экспандера

Выполнен расчет неизоэтермического течения расплава в кольцевом канале экспандера, позволяющий рассчитать профиль скоростей, среднюю скорость расплава, а также профиль температуры расплава.

The calculation of non-isothermal melt flow in the expander ring channel, allowing to calculate a profile of velocities, average melt velocity and also melt temperature profile, was made.

Ключевые слова: расчет, профиль, скорость, температура, расплав, кольцевой канал, экспандер.

В литературе достаточно полно и детально освещены процессы течения расплавов в каналах различной формы: в круглом, щелевом, кольцевом и др. каналах [1]. Однако в приводимых автором решениях не учтены особенности течения расплава в экспандере, так как в нем обработка проводится при более высокой влажности (до 26 %), за счет ввода пара, и более низких температурах (от 80 до 130 °С) и давлении (до 40 МПа) в течение очень короткого периода (не более 6 секунд).

Выпрессовывание продукта в экспандере происходит через регулируемый кольцевой зазор, а не через матрицу с фильерами, как в экструдере [2].

В связи с тем, что обработка смеси зерновых и зернобобовых культур в экспандере проводится при более высокой влажности, а разогрев продукта осуществляется не только за счет трения (эффекта диссипации), но и за счет ввода пара, то для разработки и создания формулирующей головки экспандера необходимо определить ее форму и размеры, которые обеспечивали бы стабильную работу экспандера.

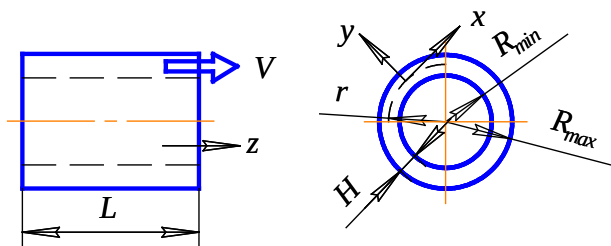


Рис. 1. Канал экспандера с кольцевым сечением

Для описания неизоэтермического течения расплава в кольцевом канале экспандера (рис. 1) используем следующие уравнения [1]:

- уравнение неразрывности, описывающее изменение плотности расплава в зависимости от времени как функция вектора потока массы $\rho \vec{v}$,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \quad (1)$$

- уравнения движения:

$$\begin{aligned} \rho \frac{d \vec{v}_x}{dt} &= \frac{\partial \rho}{\partial x} - \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \rho g_x \\ \rho \frac{d \vec{v}_y}{dt} &= \frac{\partial \rho}{\partial y} - \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + \rho g_y, \quad (2) \\ \rho \frac{d \vec{v}_z}{dt} &= \frac{\partial \rho}{\partial z} - \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z \end{aligned}$$

- реологическое уравнение течения расплава

$$\tau^m = \dot{\gamma} / \varphi. \quad (3)$$

Если в процессе неизоэтермического течения наблюдается теплопередача, то для описания такого процесса необходимо включить следующие уравнения [1, 4]:

- уравнения термодинамического состояния расплава (уравнение теплопроводности

Фурье):

$$\frac{\partial q}{\partial y} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (4)$$

- закон сохранения энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho U + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) = & - \left[\frac{\partial}{\partial x} v_x \left(\rho U + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} v_y \left(\rho U + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) + \frac{\partial}{\partial z} v_z \left(\rho U + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) \right] - \\ & - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \rho (v_x g_x + v_y g_y + v_z g_z) - \left(\frac{\partial}{\partial x} p v_x + \frac{\partial}{\partial y} p v_y + \frac{\partial}{\partial z} p v_z \right) - \\ & \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx} v_x + \tau_{xy} v_y + \tau_{xz} v_z) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx} v_x + \tau_{yy} v_y + \tau_{yz} v_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx} v_x + \tau_{zy} v_y + \tau_{zz} v_z) \right] + \Phi \end{aligned} \quad (5)$$

Система уравнений (1-5) не может быть решена в общем виде. Поэтому для расчета полей скоростей и температур в регулируемом кольцевом зазоре экспандера были приняты следующие допущения: течение расплава в кольцевом зазоре экспандера представляет собой установившийся ламинарный поток; силами инерции и гравитации можно пренебречь по сравнению с силами трения и давления; скольжение расплава на стенке отсутствует; течение изотермическое, т. е. все частицы расплава имеют одинаковую температуру; расплав представляет собой несжимаемую жидкость, характеризующуюся постоянными теплопроводностью и температуропроводностью; конвективная теплопередача в направлении течения выше, чем теплопередача за счет теплопроводности, т. е. изменением теплопроводности в продольном направлении можно пренебречь; теплопередача в направлении, перпендикулярном направлению течения, происходит только за счет теплопроводности.

Для решения системы уравнений (1-5) были приняты следующие граничные условия по температуре: при прилипании расплава к стенкам канала тепловой поток в слое, прилегающем к стенке, определяется следующей формулой:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{\text{ст}} = \text{Bi} \frac{T_{\text{к}} - T_{\text{ст}}}{\delta}. \quad (6)$$

Оно относится только к тепловому потоку в направлении, перпендикулярном поверхности контакта между стенкой канала и расплавом.

Уравнения (1-6) совместно с начальными условиями $v_{x_0} = v_x(x, y, \tau = 0)$, $v_{y_0} = v_y(x, y, \tau = 0)$, $T_0 = T(x, y, \tau = 0)$ и соответствующими граничными условиями представляют замкнутую систему, позволяющую определять поля скоро-

сти и температуры однородной несжимаемой вязкой жидкости и их изменение со временем.

Температура расплава, контактирующего со стенкой, принимается равной температуре стенки, то есть $T_{\text{к}} = T_{\text{ст}}$. Это условие считается условием изотермичности стенки ($\text{Bi} \rightarrow \infty$).

Для решения системы уравнений (1-6) был использован численный метод конечных разностей, при использовании которого канал головки экспандера разбивался на расчетные ячейки с помощью сетки [3]. Сетка состояла из прямоугольных ячеек с постоянным шагом между узлами, которые точно лежат на границах области интегрирования. При этом дифференциальные уравнения преобразовывались в разностные уравнения путем замены производных в точке конечными разностями по границам ячейки [3, 4].

В результате были получены уравнения для определения текущей v_z и средней скорости $\bar{v}_z$ расплава в кольцевом канале экспандера:

$$v_z = \frac{\Delta p R^2}{4\eta L} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 + (k^2 - 1) \ln[(r/R) - k] \right]; \quad (7)$$

$$\bar{v}_z = \frac{\Delta p R^2}{8\eta L} \left(1 + k^2 + \frac{1 - k^2}{\ln k} \right), \quad (8)$$

где $k = R_{\text{min}} / R_{\text{max}}$.

Объемный расход V получают, умножая выражение для средней скорости на площадь поперечного сечения кольцевого зазора:

$$V = \frac{\pi \Delta p R^4}{8\eta L} \left[(1 - k^4) + \frac{(1 - k^2)^2}{\ln k} \right], \quad (9)$$

Было также получено решение для расчета профиля температуры расплава в кольцевом канале экспандера:

$$T(z) = T_{\text{ст}} + \frac{\varphi}{\lambda} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^{m+1} \times \frac{(R_{\text{max}} - R_{\text{min}})^{m+3} - y^{m+3}}{2(m^2 + 5m + 6)} \quad (10)$$

Полученное решение для профиля температуры справедливо при условии, что полная энергия, рассеиваемая при течении, отводится за счет теплопереноса в направлении, перпендикулярном направлению течения, т. е. через стенки кольцевого канала экспандера.

На рис. 2 представлены расчетные скорости и температуры расплава в кольцевом канале экспандера при постоянной температуре стенки рабочей камеры $T_{\text{ст}} = 398$ К и различной длине канала, мм: 1 – 1700; 2 – 1900; 3 – 2100.

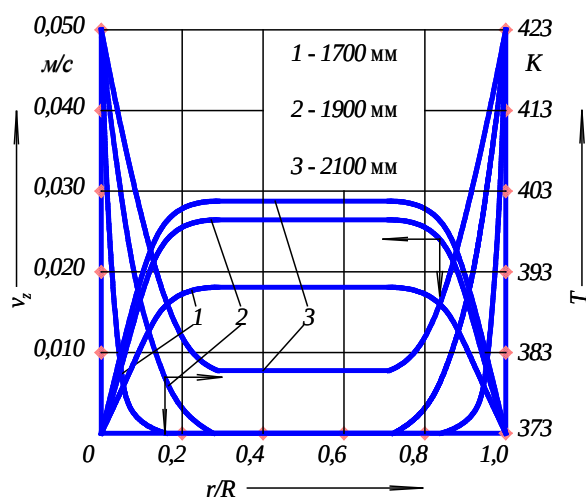


Рис. 2. Профили скорости и температуры расплава в кольцевом канале экспандера при постоянной температуре стенки $T_{\text{ст}} = 398$ К и различной длине канала, мм: 1 – 1700; 2 – 1900; 3 – 2100.

Полученные зависимости достаточно адекватно описывают профиль скоростей и температур расплава в кольцевом канале экспандера и могут быть использованы в методике инженерного расчета экспандера [4].

Условные обозначения

g – вектор ускорения свободного падения; v_x, v_y и v_z – компоненты вектора скорости; $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$; $\vec{q}$ – вектор потока теплоты (с компонентами q_x, q_y, q_z); Bi – число Био; $T_{\text{ст}}$ – температура расплава на стенке, К; T_k – температура корпуса кольцевой головки экспандера, К; v_z – скорость расплава вдоль оси z , м/с; $\bar{v}_z$ – средняя скорость в кольцевом канале экспандера, м/с; ρ – плотность расплава, кг/м³;

x, y, z – координатные оси, $\eta = 1/\varphi$ – коэффициент динамической вязкости, Па·с; φ – показатель консистенции (текучесть); p – давление, Па; $\partial p / \partial z$ – градиент давления, Па; m – индекс течения; L – длина выходной зоны, м; H – глубина винтового канала, м; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); δ – толщина зазора, м; t – время, с; τ – напряжение сдвига, Па·с; Φ – диссипационный член; q – удельный тепловой поток, Вт/(м²·К); r, R – текущий радиус и радиус кольцевого канала, м; U – внутренняя энергия, Дж; V – объемный расход, м³/с; $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига, с⁻¹.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Микаэли, В. Экструзионные головки для пластмасс и резины. Конструкция и технические расчеты [Текст] / В. Микаэли, под ред. В. П. Володина. – СПб: Профессия, 2007. – 472 с.
- 2 Остриков, А. Н. Техника и технологии экструдированных комбикормов [Текст]: монография / А. Н. Остриков, В. Н. Василенко. – Воронеж: Изд-во ВГУИТ, 2011. – 435 с.
- 3 Tornig, W. Numerische losung vor partiellen differentialgleichungen der technik [Text] / W. Tornig, M. Gipser, B. Kaspar. – Stuttgart, 1985.
- 4 Остриков, А. Н. Математическое моделирование течения аномально-вязких сред в каналах экструдеров [Текст]: монография / А. Н. Остриков, О. В. Абрамов, В. Н. Василенко, А. С. Попов. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр ВГУ, 2010. – 240 с.

REFERENCES

- 1 Michaeli, B. Extrusion heads for plastics and rubber. Construction and technological calculations [Text] / W. Michaeli, ed. V. P. Volodin. – St.P.: Profession, 2007. – 472 p.
- 2 Ostrikov, A. N. Technique and technology of extruded feed [Text]: monograph / A. N. Ostrikov, V. N. Vasilenko. – Voronezh: Publishing house of VSUET, 2011. – 435 p.
- 3 Tornig, W. Numerische losung vor partiellen differentialgleichungen der technik [Text] / W. Tornig, M. Gipser, B. Kaspar. – Stuttgart, 1985.
- 4 Ostrikov, A. N. Mathematical modeling of the flow of abnormally viscous fluids in extruders channels [Text]: monograph / A. N. Ostrikov, O. V. Abramov, V. N. Vasilenko, A. S. Popov. – Voronezh: Publishing and printing center of VSU, 2010. – 240 p.