

Модель процесса с кусочно-постоянными экстремалами для минимизации потерь витаминов при сушке бахчевых культур

Екатерина В. Иночкина¹ inochkina_ev@mail.ru
Сергей В. Усатиков² sv@usatikov.com
Геннадий И. Касьянов¹ g_kasjanov@mail.ru

¹ Кубанский государственный технологический университет, ул. Московская, 2, г. Краснодар, 350042, Россия

² Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, г. Краснодар, 350040, Россия

Реферат. Продление сроков хранения плодов бахчевых культур является актуальной задачей перерабатывающей промышленности. Наиболее разработанным и доступным для внедрения является способ обезвоживания сырья за счет подвода теплоносителей. Кроме твердого сухого каркаса в сырье находится до 80–90% воды. В период удаления влаги из сырья происходят изменения теплофизических, структурно-механических и физико-химических характеристик. Соотношение воды и сухих веществ в растительном сырье во многом определяет режимы сушки и условия хранения готовой продукции. В период сушки действует ряд ограничений: температура сушки не должна превышать температуру деградации витаминов и белков, а величина конечного влагосодержания продукта зависит от предупреждения реакции меланоидинообразования сахаров при критическом содержании влаги. Важной проблемой сушильного производства является качественное управление стадиями сушки, динамику которых достаточно сложно описать с помощью математических моделей. К основным факторам оптимизации производственных процессов сушки относится сохранение ценных компонентов исходного сырья, продолжительность сушки, энерго- и ресурсосбережение. Разработка эффективного алгоритма управления процессом обезвоживания сырья описана в статье на примере сушки ломтиков дыни. Выполнен экспериментальный подход к двухэтапному процессу сушки дыни сорта Таманская, предложены регрессионные модели с релаксационным ядром зависимости влажности и содержания витамина С от переменных во времени температуры и давления, на основе имеющихся в литературе и собственных экспериментальных данных. Поставлена задача оптимального управления процессом сушки для поиска термобарического режима, максимизирующего содержание витамина С в конце сушки, при заданных условиях на влажность. Главные выводы заключаются в решении задачи для случая кусочно-постоянных температуры и давления на отдельных N шагах каждого из 2-х этапов экспериментальной сушки ломтиков дыни.

Ключевые слова: бахчевые культуры, дыня, сушка, оптимизация процесса, условный экстремум функции при смешанных ограничениях, содержание витаминов

Model of the process with piecewise-constant extremals to minimize losses of vitamins during the melting of melons and gourds

Ekaterina V. Inochkina¹ inochkina_ev@mail.ru
Sergey V. Usatikov² sv@usatikov.com
Gennady I. Kasyanov¹ g_kasjanov@mail.ru

¹ Kuban state technological university, Moscovskaya str., 2, Krasnodar, 350072, Russia

² Kuban state university, Stavropol'skaya str., 149, Krasnodar, 350040, Russia

Summary. The extension of periods of storage of fruits of gourds is an urgent task processing industry. The most developed and available for injection is a method of dehydration of raw materials due to supply of heat transfer fluids. In addition to solid dry frame in raw materials is 80–90% water. In the period of moisture removal from raw material changes of thermal-physical and structural-mechanical and physicochemical characteristics. The ratio of water and dry matter in vegetative raw materials largely determines the modes of drying and storage conditions of the finished product. During drying, there are a number of limitations: the drying temperature should not exceed the degradation temperature of vitamins and proteins, and the magnitude of course, the moisture content of the product depends on the reaction prevention malonodinitrile sugars at the critical moisture content. An important problem of the drying of production is quality control stages of drying, the dynamics of which is quite difficult to describe using mathematical models. The main factors of optimization of industrial drying processes is preservation of valuable components of the feedstock, the drying time, energy and resource conservation. Development of effective control algorithm for the process of dehydration of raw materials described in the article on the example of drying of slices of melon. Experimental approach a two-stage process of drying of melon varieties Taman, the proposed regression model with the relaxation-based on humidity and content of vitamin C from the variable in time temperature and pressure, based on the available literature and own experimental data. According to the optimal control of the drying process to search for the thermobaric regime that maximizes the vitamin C content at the end of the drying, under specified conditions, the humidity. The main findings are the solution of the problem for the case of piecewise constant temperature and pressure in the separate N steps each 2 stages of experimental drying slices of melon.

Keywords: melons, drying, process optimization, conditional extremum of function with mixed restrictions, vitamin content

Для цитирования

Иночкина Е.В., Усатиков С.В., Касьянов Г.И. Модель процесса с кусочно-постоянными экстремалами для минимизации потерь витаминов при сушке бахчевых культур // Вестник ВГУИТ. 2017. Т. 79. № 2. С. 37–45. doi:10.20914/2310-1202-2017-2-37-45

For citation

Inochkina E.V., Usatikov S.V., Kasyanov G.I. Model of the process with piecewise-constant extremals to minimize losses of vitamins during the melting of melons and gourds. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET]. 2017. vol. 79. no. 2. pp. 37–45. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2017-2-37-45

Введение

К бахчевым культурам относят плоды арбузов, дынь, кабачков и тыквы. По данным ФГБУН «ФИЦ питания и биотехнологии», рекомендуемая норма потребления бахчевых плодов составляет 30 кг на человека в год. Наиболее характерным представителем семейства тыквенных культур – *Cucurbitaceae* считается дыня, на которую приходится примерно 25% от потребления всех бахчевых культур.

Однако распределение ее потребления в свежем виде значительно отличается по зонам страны – от 60 кг в регионах устойчивого земледелия, до 1 кг в отдаленных северных районах. Мякоть дыни содержит 10–15% сахаров, крахмал, витамин С (20 мг/100 г), каротин и фолиевую кислоту. Плоды имеющие оранжевую мякоть, содержат более 1 мг% β -каротина [3]. Для продления сроков хранения дыни ее сушат ломтиками, в виде порошка или изготавливают варенье и джемы. Традиционные способы обезвоживания и продления сроков хранения плодов бахчевых культур и амаранта, приведены в источниках литературы [3–5]. В работе Е.В. Иночкиной описаны принципы совершенствования конвективной СВЧ и вакуум-осциллирующей сушки растительного сырья [1, 2]. Важное значение уделяется решению задач нелинейной оптимизации процессов теплопереноса при минимизации кусочно-линейного функционала [6]. В работах профессора С.В. Усатикова впервые вводится понятие «интеграла памяти» для моделирования процесса хранения растительного сырья [7, 8]. В работе Л.С. Петровой с помощью методов математического моделирования процессов тепловой обработки кусочно-однородных тел, учитывалась релаксация теплового потока [9].

Например, в работе [10] идентифицированы кусочно-линейные и кусочно-нелинейные процессы. Мощный алгоритм управления системой получен с помощью системы линейных дифференциальных уравнений.

Сушка сырья микроволновым излучением обладает высокой скоростью и повышенной эффективностью [11–14]. Суть «импульсных» технологий состоит в проведении технологии сушки циклически. Предложено использовать вакуумный импульсный способ сушки сырья за счет СВЧ-нагрева и с периодическим резким обдувом высушиваемого продукта инертным газом [1]. В [2] сформулированы выводы по режимам сушки, установлена зависимость давления в аппарате (при снижении влагосодержания ниже предела гигроскопичности) от температуры высушиваемого материала. Предложен способ регулировать процесс обезвоживания бахчевого сырья по его дифференциальной усадке. Лучшие результаты по качеству сухих

продуктов достигаются при длительности СВЧ-обработки в течение 2 мин и подачи импульса инертного газа в течение 20 с. Предложенная технология вакуумной импульсной сушки сырья с циклическим подводом тепла, позволяет получать сухую продукцию более высокого качества по сравнению с продукцией вакуумно-кондуктивной сушки [2].

Материалы и методы исследования

Основным объектом исследований выбрана дыня раннеспелого сорта Таманская, прошедшая Госсортоиспытание в Краснодарском крае (автор Н.И. Цибулевский). Для экспериментов использовали плоды дыни округлой формы массой 1,3–1,5 кг, с белой сладкой мякотью, с содержанием сухих веществ 13%, витамина С 30 мг%, с суммой легкоусвояемых углеводов 17,5% и суммой сахаров 10,6%.

Предложен новый CO_2 -сверхкритический способ сушки, физическая сущность которого заключается в повышении растворимости паров воды в сверхкритическом CO_2 . Досушивали сырьё обработкой в электромагнитном поле частотой 2400–3000 МГц и длине волны от 12 до 10 см.

При выполнении работы были использованы современные стандартные методики исследований химических, биохимических, микробиологических, органолептических исследований. Массовую долю сахаров определяли по ГОСТ 8756.13.87, сухих веществ по ГОСТ 28561-90, содержание витаминов и микроэлементов – по прописям Госфармакопеи.

Результаты исследований

Для оптимизации процесса обезвоживания бахчевого сырья с использованием экспериментальных данных получить регрессионные модели зависимости влажности W и содержания витамина С от температуры T и давления P в зависимости от времени t . Применение метода регрессионного анализа, как наиболее распространенного способа, связано с выбором многомерного анализа с максимальным индексом корреляции R , с возможно меньшим числом параметров и уровнях значимости α . Однако такой подход не позволяет описывать и строить модели протекания биохимических и физических процессов в сырье, а может только количественно связывать получаемые в эксперименте величины. В связи с этим упомянутые регрессионные зависимости нельзя применять за пределами экспериментальных данных из-за низкой прогнозной ценности. Далее, полученные регрессионные зависимости не имеют памяти и не учитывают влияние предыстории процесса на сегодняшнее состояние: в частности,

деструкция витамина С необратима, несмотря на то, что регрессии выдают показатели «мгновенно и обратимо реагирующими» на изменение факторов. В [5, 6] показаны возможности использования известных интегралов памяти (нелокальных по времени, с различной наследственностью, релаксационным ядром и др.) для вывода зависимости состояния сырья от динамики процесса.

В данной работе, на основе полученных в экспериментальных данных двухэтапного процесса сушки дыни сорта Таманская, предложены регрессионные модели с релаксационным ядром [5, 6] для зависимости влажности W и содержания витамина С от переменных по времени t температуры T и давления P . На рисунке 1 представлена кинетика двухстадийной сушки ломтиков дыни.

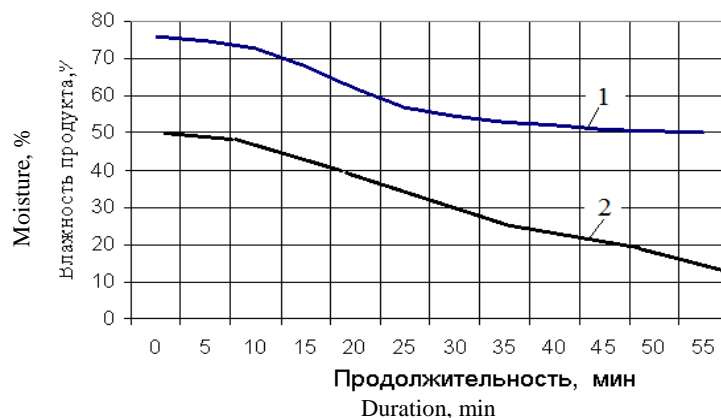


Рисунок 1. Кинетика двухстадийной сушки ломтиков дыни CO₂-сушка, 2 – СВЧ-досушка
 Figure 1. Kinetics of two-stage drying of melon slices 1 – CO₂-drying, 2 – microwave drying

Авторами поставлена задача оптимального управления процессом сушки для поиска термобарического режима $T(t)$ и $P(t)$, максимизирующего содержание витамина С в конце сушки, при заданных условиях на влажность. Получено решение задачи для случая кусочно-постоянных $T(t)$ и $P(t)$ на отдельных N шагах каждого из 2-х этапов.

Разработаны нелокальные по времени регрессионные модели (с релаксационным ядром) процесса сушки бахчевых культур.

В таблице 1 приведены данные о двухэтапном процессе ломтиков дыни.

Экспериментальные данные о двухэтапном процессе сушки дыни сорта Таманская
 Table 1. Experimental data on a two-stage process for drying a melon of Tamanskaya variety

1 этап сушки с использованием диоксида углерода в сверхкритическом состоянии 1 drying step using carbon dioxide in the supercritical state	№ шага опыта Step no. of experience	Условия опытов Experimental conditions			Результаты измерений Measurement results	
		Температура, °C Temperature, °C	Давление, МПа Pressure, MPa	Влагосодержание начальн., % Moisture content Initial, %	Витамин С мг/100 г. Vitamin C mg/100 g	Влагосодержание конечн., % Moisture content Finite, %
	1	33	32	90	22	74,5
	2	36	34	74,5	21,56	67,5
	3	38	36	67,5	21,10	52
	4	42	38	52	20,76	45,5
	5	44	40	45,5	20,43	41
2 этап сушки СВЧ + вакуум 2 stage of microwave drying + vacuum	1	35	0,007	41	20,58	35,5
	2	36	0,007	35,5	20,65	28,5
	3	37	0,008	28,5	20,77	20
	4	38	0,008	20	20,83	14,5
	5	38	0,008	14,5	20,88	12

Продолжительность каждого i -го ($i = 1 \dots, N; N = 5$) шага опыта $j = 1$ этапа – 30 мин, продолжительность каждого шага опыта $j = 2$ этапа – 2 мин

The duration of each i -th ($i = 1 \dots, N; N = 5$) of the experiment step $j = 1$ stage is 30 minutes, the duration of each experiment step is $j = 2$ stages – 2 min

Далее целью является построение модели прогноза величин показателей качества продукта с течением времени, если известны их величины в некоторый начальный момент времени. Общий вид регрессионной модели с интегралом памяти (типа Вольтерра, 2 рода), учитывающий предысторию процесса, для некоторого показателя R следующий:

$$R(t) = f(t, W(t), T(t)) + \int_0^t K(t-\tau, W(\tau), T(\tau), R(\tau)) d\tau, \quad (1)$$

где вид функций f и K (ядро типа свёртки) должен быть задан. Если ядро K линейно по W, T с множителем P , а также линейно либо показательно (т. е. с «кратковременной памятью») по времени, то (1) как частный случай интегрального уравнения с вырожденным ядром эквивалентно некоторому релаксационному дифференциальному уравнению, с решением в виде, либо затухающих колебаний, либо монотонно устанавливающимся. Явные регрессионные модели с памятью получаются при ядре K , не зависящем от искомого показателя R . Далее ниже рассмотрены f , квадратичное по W и T , а также K , показательное (т. е. с «кратковременной памятью») по времени:

$$R(t) = R(0) + \int_0^t \left(a_1 T(\tau) + b_1 W(\tau) + a_2 (T(\tau))^2 + \right. \\ \left. + b_2 (P(\tau))^2 + c T(\tau) P(\tau) \right) e^{-\alpha(\tau-t)} d\tau, \quad (2)$$

где параметры регрессии $a_1^j, a_2^j, b_1^j, b_2^j, c^j$ и α^j определяются для каждого j -го этапа методом наименьших квадратов по N шагам-измерениям с интервалом Δt^j по времени показателя R_i^j в зависимости от влажности W_i^j и температуры зерна T_i^j ($1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 2$). После сплайн-интерполяции функций $W^j(t)$ и $T^j(t)$ по измерениям W_i^j и T_i^j минимизируется функция ошибки:

$$E(a_1, a_2, b_1, b_2, c, \alpha) = \\ = \sum_{i=1}^N \left(R_i - \left\{ R_0 + \int_0^{i\Delta t} \left(a_1 T(\tau) + b_1 W(\tau) + a_2 (T(\tau))^2 + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + b_2 (P(\tau))^2 + c T(\tau) P(\tau) \right) e^{-\alpha(i\Delta t - \tau)} d\tau \right\} \right)^2 \quad (3)$$

Заметим, что стандартные пакеты математической статистики не производят обработку моделей (1) или (2), необходимо применение средств пакетов MathCAD, Maple, MatLab, Wolfram Mathematica или подобных.

Обработка по (3) данных таблицы 1 в MathCAD позволила получить следующую связь между термобарическим режимом и показателями сырыя (рисунок 2):

$$C^j(t) = C_0^j + \int_0^t \left(a_1^j T + a_2^j T^2 + b_1^j P + \right. \\ \left. + b_2^j P^2 + c^j TP \right) e^{-\alpha^j(t-\tau)} d\tau, \quad (4)$$

где
$$\begin{pmatrix} a1 \\ a2 \\ b1 \\ b2 \\ c \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.399 \times 10^{-3} \\ 0.015 \\ 0.022 \\ 0.017 \\ -0.032 \\ 0.143 \end{pmatrix} \quad \text{при } j = 1$$

и
$$\begin{pmatrix} a1 \\ a2 \\ b1 \\ b2 \\ c \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.027 \\ 8.742 \times 10^{-4} \\ 0.022 \\ 0.017 \\ -0.027 \\ 0.474 \end{pmatrix} \quad \text{при } j = 2;$$

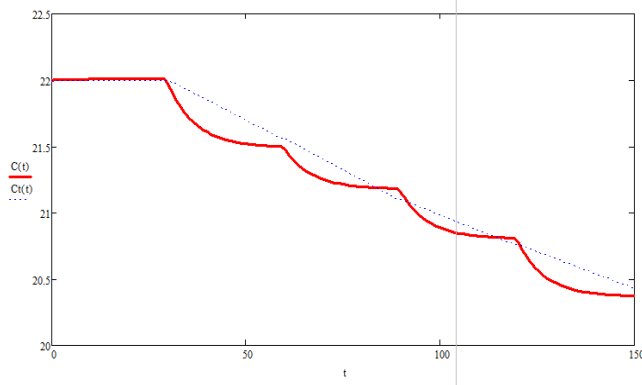
$a1$ -мг/100г/сек/град; $a2$ -мг/100г/сек/град/град;
 $b1$ -мг/100г/сек/МПа; $b2$ -г/100г/сек/МПа/МПа;
 c -мг/100г/сек/МПа/град; α -1/сек.

$$W^j(t) = W_0^j + \int_0^t \left(A_1^j T + A_2^j T^2 + B_1^j P + \right. \\ \left. + B_2^j P^2 + C^j TP \right) e^{-\beta^j(t-\tau)} d\tau, \quad (5)$$

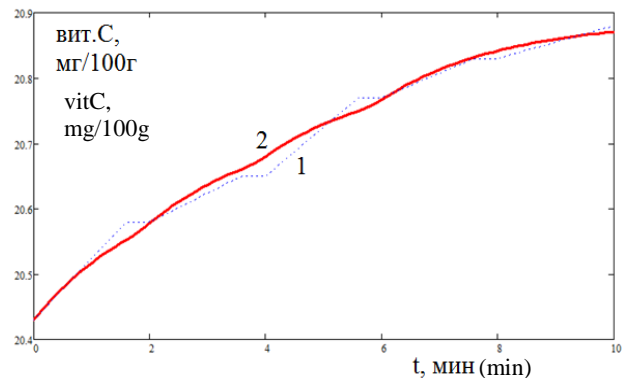
где
$$\begin{pmatrix} a1 \\ a2 \\ b1 \\ b2 \\ c \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.152 \times 10^{-3} \\ 6.534 \times 10^{-5} \\ -0.015 \\ -5.308 \times 10^{-3} \\ 5.188 \times 10^{-3} \\ -6.887 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad \text{при } j = 1$$

и
$$\begin{pmatrix} a1 \\ a2 \\ b1 \\ b2 \\ c \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.655 \\ -0.092 \\ 0.396 \\ -1.420 \times 10^{-3} \\ 64.868 \\ 0.396 \end{pmatrix} \quad \text{при } j = 2.$$

$A1$ -%/сек/град; $A2$ -%/сек/град/град; $B1$ -%/сек/МПа;
 $B2$ -%/сек/МПа/МПа; C -%/сек/МПа/град; β -1/сек



a



b

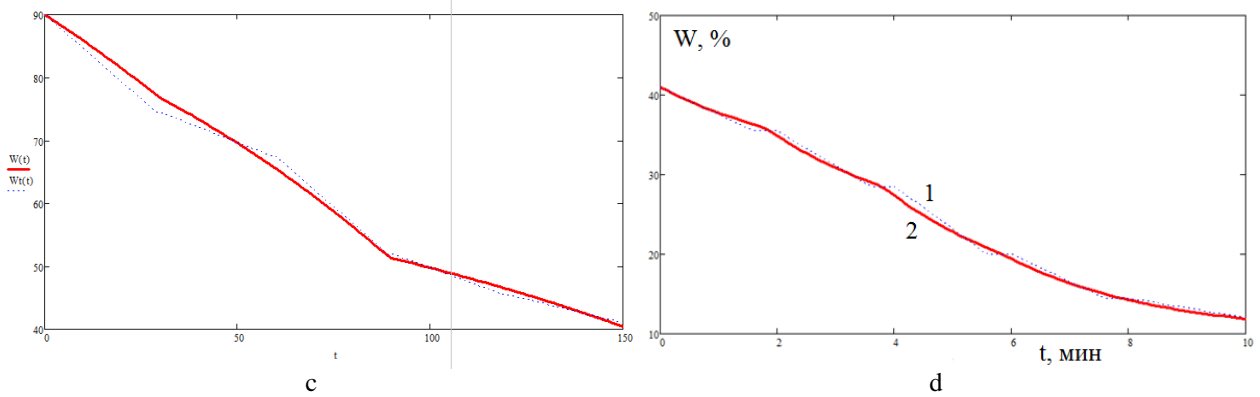


Рисунок 2. Регрессионная модель для содержания витамина С (a – j = 1, b – j = 2) и влажности (c – j = 1, d – j = 2): 1 – данные табл. 1, 2 – соотношения (4) и (5)

Figure 2. Regression model for the content of vitamin C (a – j = 1, b – j = 2) and humidity (c – j = 1, d – j = 2) : 1 – data of tables 1, 2 – relations (4) and (5)

Задача оптимизации с целью снижения потерь витаминов при сушке бахчевых культур

Соотношения (4) и (5) устанавливают связь между термобарическим режимом и показателями сырья для каждого этапа. Это позволяет поставить задачу оптимального управления процессом сушки для поиска термобарического режима $T(t)$ и $P(t)$, максимизирующего содержание С в конце каждого j -го этапа сушки – в моменты времени t_k^j , при заданных условиях W_k^j на влажность:

$$vit C_k^j = C_0^j + \int_0^{t_k^j} \left(a_1^j T + a_2^j T^2 + b_1^j P + \frac{1}{b_2^j P^2 + c^j TP} \right) e^{-\alpha^j(t_k^j - \tau)} d\tau \rightarrow max$$

при $T^j(t) \geq 0$; $P^j(t) \geq 0$; $W^j(t_k^j) = W_k^j$, где

$$W^j(t_k^j) = W_0^j + \int_0^{t_k^j} \left(A_1^j T + A_2^j T^2 + B_1^j P + \frac{1}{B_2^j P^2 + C^j TP} \right) e^{-\beta^j(t_k^j - \tau)} d\tau$$

$$W_k^j = W^j(t_k^j) = W_0^j + \int_0^{t_k^j} \left(A_1^j T + A_2^j T^2 + B_1^j P + \frac{1}{B_2^j P^2 + C^j TP} \right) e^{-\beta^j(t_k^j - \tau)} d\tau$$

В технологических процессах сушки обычно в пределах каждого шага каждого этапа $T(t)$ и $P(t)$ поддерживаются постоянными: равными T_1^j, \dots, T_N^j ; P_1^j, \dots, P_N^j . Тогда задача (6) примет вид:

$$vit C_k^j(T_1^j, \dots, T_N^j, P_1^j, \dots, P_N^j) \rightarrow max \quad (7)$$

при $W^j(T_1^j, \dots, T_N^j, P_1^j, \dots, P_N^j) = W_k^j$

и $T_1^j \geq 0, \dots, T_N^j \geq 0$, $P_1^j \geq 0, \dots, P_N^j \geq 0$,

где

$$vit C_k^j = C_0^j + \frac{e^{-\alpha^j t_k^j}}{\alpha^j} \sum_{i=1}^N \left(a_1^j T_i^j + a_2^j (T_i^j)^2 + b_1^j P_i^j + \frac{1}{b_2^j (P_i^j)^2 + c^j T_i^j P_i^j} \right) e^{\alpha^j t_{i-1}^j} = C_0^j + \frac{1}{\alpha^j} \sum_{i=1}^N \left(a_1^j T_i^j + a_2^j (T_i^j)^2 + b_1^j P_i^j + \frac{1}{b_2^j (P_i^j)^2 + c^j T_i^j P_i^j} \right) e^{-\alpha^j 30(N-i)} (1 - e^{-30\alpha^j}). \quad (8)$$

$$W^j(T_1^j, \dots, T_N^j, P_1^j, \dots, P_N^j) = W_0^j + \frac{1}{\beta^j} \sum_{i=1}^N \left(A_1^j T_i^j + A_2^j (T_i^j)^2 + B_1^j P_i^j + \frac{1}{B_2^j (P_i^j)^2 + C^j T_i^j P_i^j} \right) e^{-\beta^j 30(N-i)} (1 - e^{-30\beta^j}).$$

Задача математического программирования (7)–(8), как задача на условный экстремум функции при смешанных ограничениях (при одном ограничении типа равенства и двух типа неравенств – требования неотрицательности аргументов T и P), может быть решена методом множителей Лагранжа λ . Функция Лагранжа имеет вид, $\lambda^j = \{\lambda_0^j, \lambda_1^j, \lambda_2^j, \lambda_3^j\}$:

$$L^j(T_1^j, \dots, T_N^j, P_1^j, \dots, P_N^j, \lambda^j) = \lambda_0^j vit C_k^j + \lambda_1^j W_k^j - \lambda_2^j T - \lambda_3^j P \quad (9)$$

Необходимое условие экстремума первого порядка приводит к алгебраической системе уравнений с $2N + 1$ неизвестными:

$$\begin{cases} \frac{e^{-\alpha^j 30(N-i)} \cdot (1 - e^{-30\alpha^j})}{\alpha^j} a_1^j + 2a_2^j (T_i^j) + c^j P_i^j + \lambda_1^j \frac{e^{-\beta^j 30(N-i)} \cdot (1 - e^{-30\beta^j})}{\beta^j} A_1^j + 2A_2^j (T_i^j) + C^j P_i^j = 0 \\ \frac{e^{-\alpha^j 30(N-i)} \cdot (1 - e^{-30\alpha^j})}{\alpha^j} b_1^j + b_2^j (P_i^j) + c^j T_i^j + \lambda_1^j \frac{e^{-\beta^j 30(N-i)} \cdot (1 - e^{-30\beta^j})}{\beta^j} B_1^j + B_2^j (P_i^j) + C^j T_i^j = 0 \\ W^j(T_1^j, \dots, T_N^j, P_1^j, \dots, P_N^j) = W_k^j \end{cases} \quad (10)$$

где $i = 1, \dots, N$ – указывает № шага каждого j -го ($j = 1; 2$) этапа.

При $N = 5$ алгебраическая система (10) имеет 11 уравнений с 11 неизвестными:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 4} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 T_1 + cP_1) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 4} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 T_1 + CP_1) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 3} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 T_2 + cP_2) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 3} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 T_2 + CP_2) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 2} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 T_3 + cP_3) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 2} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 T_3 + CP_3) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 1} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 T_4 + cP_4) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 1} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 T_4 + CP_4) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 0} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 T_5 + cP_5) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 0} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 T_5 + CP_5) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 4} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 P_1 + cT_1) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 4} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 P_1 + CT_1) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 3} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 P_2 + cT_2) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 3} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 P_2 + CT_2) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 2} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 P_3 + cT_3) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 2} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 P_3 + CT_3) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 1} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 P_4 + cT_4) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 1} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 P_4 + CT_4) \cdot \lambda = 0 \\ & \frac{e^{-\alpha \cdot 30 \cdot 0} (1 - e^{-30\alpha})}{\alpha} (a_1 + 2a_2 P_5 + cT_5) + \frac{e^{-\beta \cdot 30 \cdot 0} (1 - e^{-30\beta})}{\beta} (A_1 + 2A_2 P_5 + CT_5) \cdot \lambda = 0 \end{aligned} \right.$$

Для случая кусочно-постоянных $T(t)$ и $P(t)$ на отдельных N шагах каждого из 2-х этапов, получено средствами MathCAD v. 15 решение системы (10): рисунок 2 и 3 для 1 этапа, рисунок 4 – для 2 этапа.

На 1 этапе решение (10) существует и единственно, доставляет максимум vitC , увеличивая конечное содержание C на 22,7% (с 22% до 27%) за счёт оптимального снижения температуры и давления. Термобарические экстремали 1 этапа показаны на рисунке 4а.

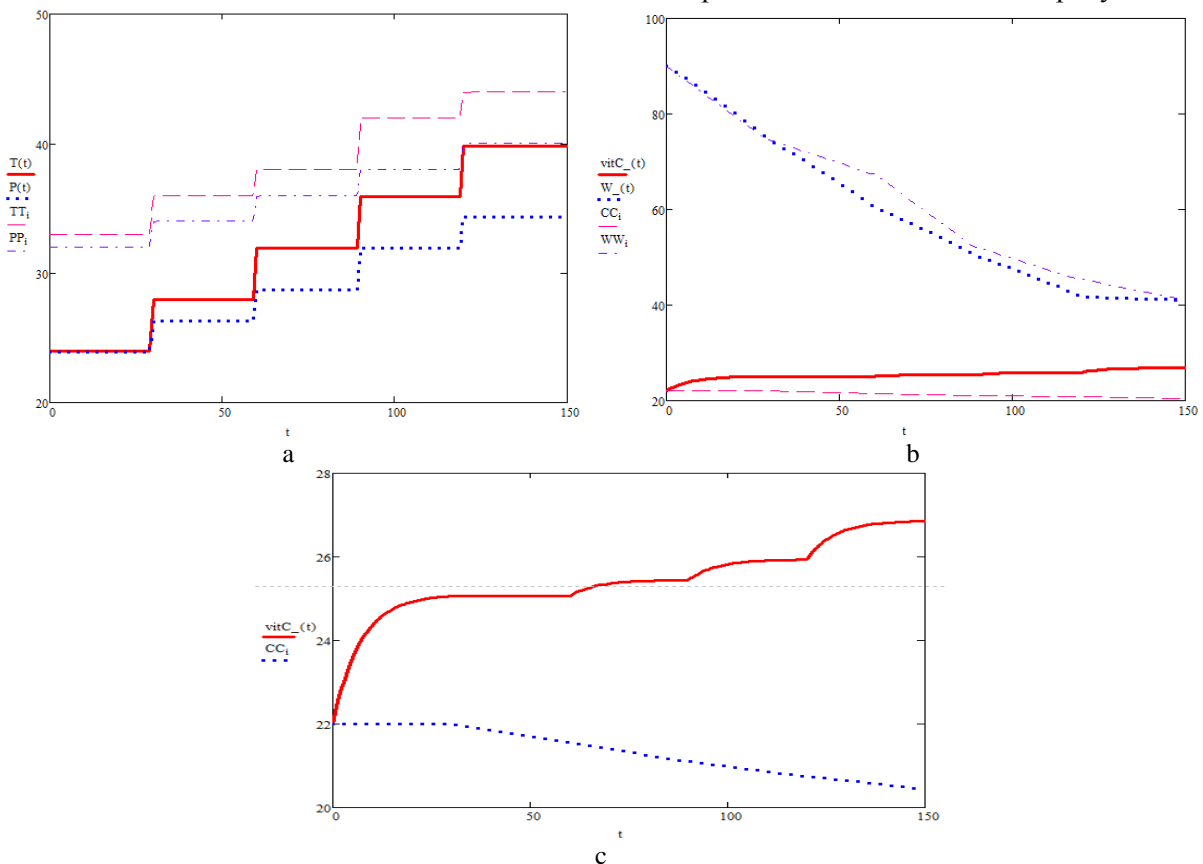


Рисунок 3. Оптимальный режим 1-го этапа: а – термобарические экстремали; б – динамика влажности; с – динамика содержания витамина С

Figure 3. Optimum mode of the 1st stage: a – thermobaric extremals; b – dynamics of humidity; c – dynamics of vitamin C content

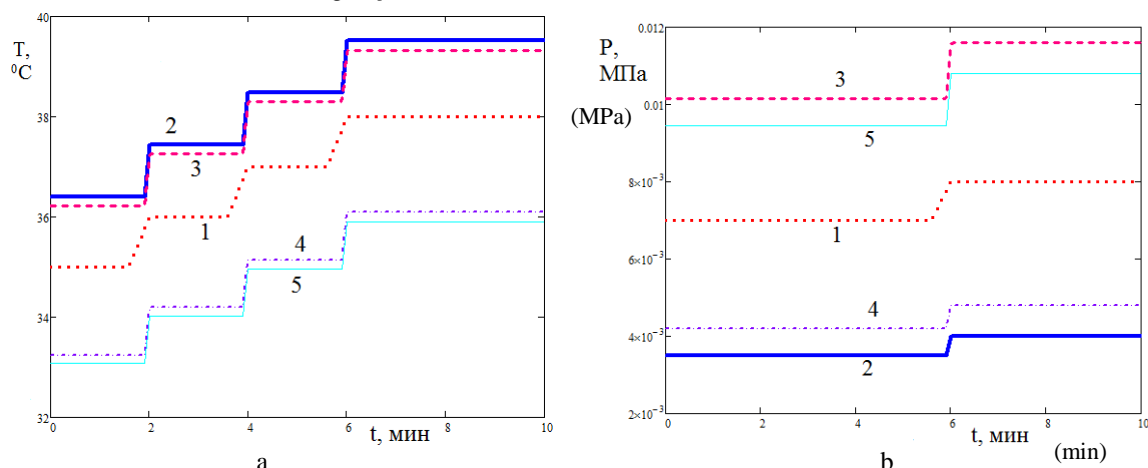


Рисунок 4. Варьирование температуры T и давления P на 2 этапе: 1 – заданные T и P в эксперименте, 2 – повышение T на 4% и понижение P на 50%; 3 – повышение T на 3% и повышение P на 45%; 4 – понижение T на 5% и понижение P на 40%; 5 – понижение T на 6% и повышение P на 35%

Figure 4. Variation of temperature T and pressure P in stage 2: 1 – given T and P in the experiment, 2 – increase of T by 4% and decrease of P by 50%; 3 – increase of T by 3% and increase of P by 45%; 4 – decrease in T by 5% and decrease in P by 40%; 5 – decrease in T by 6% and increase in P by 35%.

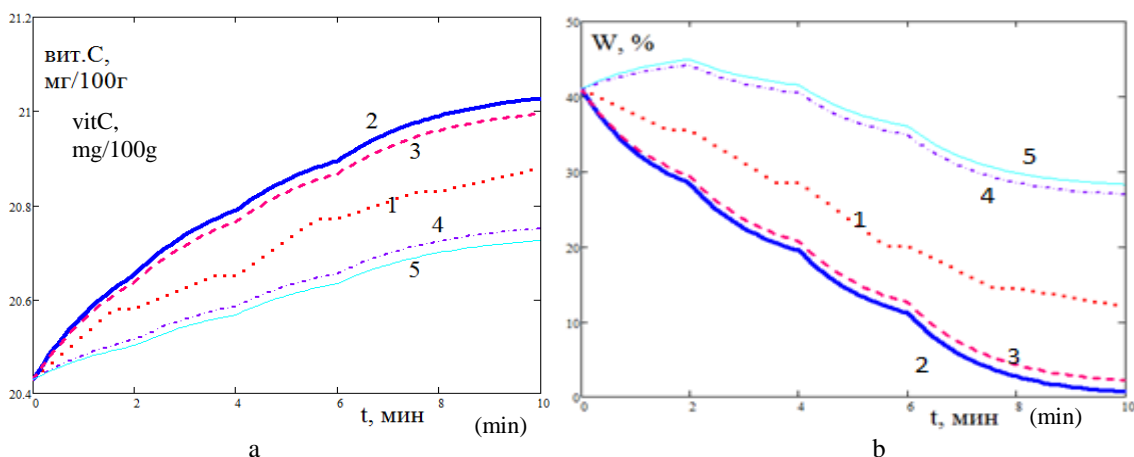


Рисунок 5. Влияние варьирования температуры T и давления P 2-го этапа на содержание витамина С (а) и влажность W (б): 1 – при заданных T и P в эксперименте, 2 – при повышении T на 4% и понижении P на 50%; 3 – при повышении T на 3% и повышении P на 45%; 4 – при понижении T на 5% и понижении P на 40%; 5 – при понижении T на 6% и повышении P на 35%

Figure 5. Influence of temperature variation T and pressure P of the 2nd stage on the content of vitamin C (a) and humidity W (b): 1 – for given T and P in the experiment, 2 – for T increase by 4% and P decrease for 50%; 3 – with an increase of T by 3% and an increase of P by 45%; 4 – with a decrease in T by 5% and a decrease in P by 40%; 5 – with a decrease in T by 6% and an increase in P by 35%

На 2 этапе решения (10), доставляющего максимум vitC, не существует. Это означает, что при заданной конечной влажности W_k оптимальными для 2-го этапа следует признать те $T(t)$ и $P(t)$, которые обеспечивают W_k , т. е. если заданная начальная влажность W_0 равна экспериментальной, то реализованный в эксперименте термобарический режим будет оптимальным. Это показано на рисунках 4, 5. Повышение температуры приводит к повышению содержания витамина С вследствие уменьшения влажности, но кроме пересушивания, возникает нежелательное разрушение витамина С. Уменьшение давления тоже приводит к уменьшению влажности и повышению содержания витамина С, причём без нежелательного его разрушения, но влияние давления намного (на порядок)

меньше влияния температуры и существенное снижение давления может оказаться неприемлемо технически и материально затратным.

Выводы

1. Предложена нелокальная по времени регрессионная модель прогноза динамики содержания витамина С и влажности в процессе двухэтапного процесса сушки дыни сорта Таманская, позволяющая учесть предысторию процесса и его влияние на текущее состояние сырья. Применение модели с «кратковременной памятью» даёт возможность корректировать такие ограничения традиционно применяемого регрессионного анализа, которым в литературе не уделяется достаточного внимания: предложение только количественных связей, наблюдаемых

в эксперименте величин вместо описания и построения моделей биохимической и физической сути процессов, а также отсутствие учёта влияния предыстории процесса на его текущее состояние.

2. Модели с «кратковременной памятью» устанавливают связь между термобарическим режимом и показателями сырья для каждого этапа. Это позволяет поставить задачу оптимального управления процессом сушки для поиска термобарического режима $T(t)$ и $P(t)$, максимизирующего содержание витамина С в конце каждого j -го этапа сушки, при заданных условиях на влажность. В технологических процессах сушки обычно в пределах каждого шага каждого этапа $T(t)$ и $P(t)$ поддерживаются постоянными. Тогда задача сводится к математическому программированию, решение которой может быть получено методом множителей Лагранжа.

3. Задача математического программирования решена средствами MathCAD. На 1 этапе решение существует и единственно, доставляет максимум содержания витамина С, увеличивая

конечное его содержание на 22,7% (с 22% до 27%) за счёт оптимального снижения температуры и давления. На 2 этапе решения, доставляющего максимум содержания витамина С, не существует. Это означает, что при заданной конечной влажности W_k оптимальными для 2-го этапа следует признать те $T(t)$ и $P(t)$, которые обеспечивают W_k , т. е. если заданная начальная влажность W_0 равна экспериментальной, то реализованный в эксперименте термобарический режим будет оптимальным. Повышение температуры приводит к повышению содержания витамина С вследствие уменьшения влажности, но кроме пересушивания, возникает нежелательное его разрушение. Уменьшение давления тоже приводит к уменьшению влажности и повышению содержания витамина С, причём без нежелательного разрушения витамина, но влияние давления намного (на порядок) меньше влияния температуры и существенное снижение давления может оказаться неприемлемо технически и материально затратным.

ЛИТЕРАТУРА

1 Иночкина Е. В. Совершенствование технологии конвективной СВЧ-сушки плодов // Известия вузов. Пищевая технология. 2014. № 5. С. 62–65.

2 Иночкина Е. В. Исследование вакуум-осциллирующей сушки овощей // Материалы междунаучно-практич. конф. Инновационные технологии переработки сырья животного происхождения. 2015. С. 110–114.

3 Киселева Т. Ф. Технология сушки. Кемерово: Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, 2007. 117 с.

4 Мирзоев Г. Х., Деревенко В. В., Лобанов А. А. Основные свойства семян бахчевых культур важные в процессах их переработки // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. 2015. № 4. С. 84–94.

5 Журавлев А. В., Бородкина А. В., Черноусов И. М. Разработка математической модели сушки семян амаранта в аппарате со взвешенно-закрученным слоем // Вестник ВГУИТ. 2015. № 1. С. 58–62.

6 Керимбеков А. К., Красниченко Л. С. Приближенное решение задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов при граничном управлении в случае минимизации кусочно-линейного функционала // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета. 2013. Т. 13. № 1. С. 75–79.

7 Усатиков С. В., Шаззо А. Ю., Малеева О. Л. Моделирование процесса хранения зерновой массы с использованием интеграла памяти // Изв. вузов. Пищевая технология. 2009. № 5. С. 61–63.

8 Усатиков С. В., Малеева О. Л. Применение интеграла памяти для моделирования потребительских свойств риса-зерна при хранении // Труды КГАУ. 2010. № 3(24). С. 71–76.

9 Петрова Л. С. Математическое моделирование процессов нагрева кусочно-однородных тел с учетом релаксации теплового потока // Интернет-журнал Науковедение. 2017. Т. 9. № 1(38). С. 38.

10 Жбанова Н. Ю., Блюмин С. Л. Параметрическая идентификация кусочно-линейных и кусочно-нелинейных многоэтапных нечетких процессов // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2016. Т. 20. № 11. С. 84–93.

11 Aktaş M. и др. Analysis of drying of melon in a solar-heat recovery assisted infrared dryer // Solar Energy. 2016. Т. 137. С. 500–515.

12 Amiri M., Tavakolipour H., Gharehyakheh S. Modeling of melon drying by application of micro-wave using mamdani fuzzy inference system // European Journal of Experimental Biology. 2014. Т. 4. № 1. С. 44–52.

13 Horuz E., Maskan M. Hot air and microwave drying of pomegranate (*Punica granatum L.*) arils // Journal of Food Science and Technology. 2015. Т. 52. № 1. С. 285–293.

14 da Silva G. D. и др. Pretreatments for melon drying implementing ultrasound and vacuum // LWT-Food Science and Technology. 2016. Т. 74. С. 114–119.

REFERENCES

1 Inochkina E. V. Improvement of technology convective microwave drying of fruits. *Izvestiya vuzov. Pishchevaya tekhnologiya* [Izvestiya vuzov. Food technology]. 2014. no. 5. pp. 62–65. (in Russian).

2 Inochkina E. V. The study of vacuum-oscillating drying of vegetables.. *Materialy mezhdun. nauchno-praktich. konf. Innovatsionnye tekhnologii pererabotki syr'ya zhivotnogo proiskhozhdeniya* [International scientific-practical conference Innovative technologies of processing raw materials of animal origin]. 2015. pp. 110–114. (in Russian).

3 Kiseleva T. F. *Tekhnologiya sushki* [Drying technology]. Kemerovo, KTIFP, 2007. 117 p. (in Russian).

4 Mirzoev G. Kh., Derevenko V. V., Lobanov A. A. The basic properties of melons seeds kulturlinie in the processes of their processing. *Nauchnye trudy Kubanskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta* [Scientific works of the Kuban state technological University]. 2015. no. 4. pp. 84–94. (in Russian).

5 Zhuravlev A. V., Borodkina A. V., Chernousov I. M. Development of mathematical model of drying of amaranth seeds in the machine with carefully-spun layer. *Vestnik VGUET* [Messenger VSUET]. 2015. no. 1. pp. 58–62. (in Russian).

6 Kerimbekov A. K., Krasnichenko L. S. Approximate solution of problems of nonlinear optimization of thermal processes with boundary control, minimizing a piecewise-linear functional. *Vestnik Kyrgyzsko-Rossiiskogo slavyanskogo universiteta* [Proceedings of Kyrgyz-Russian Slavic University]. 2013. vol. 13. no. 1. pp. 75–79. (in Russian).

7 Usatkov S. V., Shazzo A. Yu., Maleeva O. L. Modeling of process of storage of grain mass with the use of integral memory. *Izvestiya vuzov. Pishchevaya tekhnologiya* [News universities. Food technology]. 2009. no. 5. pp. 61–63. (in Russian).

8 Usatkov S. V., Maleeva O. L. The use of integral memory for modeling the properties of rice grain during storage. *Trudy KGAU* [Works KGAU]. 2010. no. 3(24). pp. 71–76. (in Russian).

9 Petrova L. S. Mathematical modelling of process of heating of the piecewise-homogeneous bodies taking into account the relaxation of heat flow. *Internet-zhurnal Naukovedenie* [The Internet journal of the sociology of Science]. 2017. vol. 9. no. 1(38). pp. 38. (in Russian).

10 Zhananova N. Yu., Blyumin S. L. Parametric identification of piecewise linear and piecewise nonlinear fuzzy multi-stage processes. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of Irkutsk state technical University]. 2016. vol. 20. no. 11. pp. 84–93. (in Russian).

11 Aktaş M. et al. Analysis of drying of melon in a solar-heat recovery assisted infrared dryer. *Solar Energy*. 2016. vol. 137. pp. 500–515.

12 Amiri M., Tavakolipour H., Gharehyakheh S. Modeling of melon drying by application of microwave using mamdani fuzzy inference system. *European Journal of Experimental Biology*. 2014. vol. 4. no. 1. pp. 44–52.

13 Horuz E., Maskan M. Hot air and microwave drying of pomegranate (*Punica granatum L.*) arils. *Journal of Food Science and Technology*. 2015. vol. 52. no. 1. pp. 285–293.

14 da Silva G. D. et al. Pretreatments for melon drying implementing ultrasound and vacuum. *LWT-Food Science and Technology*. 2016. vol. 74. pp. 114–119.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Екатерина В. Иночкина ст. преподаватель кафедры общей математики, Кубанский государственный технологический университет, ул. Московская, 2, г. Краснодар, 350042, Россия, inochkina_ev@mail.ru

Сергей В. Усатиков д.физ.-мат. н., профессор, профессор кафедры математических и компьютерных методов, Кубанский государственный технологический университет (КубГТУ), ул. Ставропольская, 149, г. Краснодар, 350040, Россия, профессор кафедры общей математики КубГТУ, ул. Московская, 2, г. Краснодар, 350072 sv@usatikov.com

Геннадий И. Касьянов д.т.н., профессор, кафедра технологии продуктов питания животного происхождения, Кубанский государственный технологический университет, ул. Московская, 2, г. Краснодар, 350042, Россия, g_kasjanov@mail.ru

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 01.04.2017

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 01.05.2017

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Ekaterina V. Inochkina Senior Lecturer, Department of General Mathematics, Kuban state technological university, Moscovskaya str., 2, Krasnodar, 350072, Russia, inochkina_ev@mail.ru

Sergey V. Usatikov doctor of physical-mathematical sciences, professor, mathematical and computer methods department, Kuban state university, Stavropol'skaya str., 149, Krasnodar, 350040, Russia, Professor of the Department of General Mathematics, Kuban State Technical University, ul. Moscow, 2, Krasnodar, 350072, sv@usatikov.com

Gennady I. Kasjanov doctor of technical sciences, professor, m, Kuban state technological university, Moscovskaya str., 2, Krasnodar, 350072, Russia, g_kasjanov@mail.ru

CONTRIBUTION

All authors equally took part in writing the manuscript and are responsible for plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 4.1.2017

ACCEPTED 5.1.2017