

Синтез Марковской модели термохимической деструкции полимера в растворе

Виталий К. Битюков	¹	president@vsuet.ru
Анатолий А. Хвостов	²	khvtol1974@yandex.ru
Сергей Г. Тихомиров	¹	tikhomirov_57@mail.ru
Андрей В. Иванов	¹	andrious@rambler.ru
Игорь А. Хаустов	¹	haustov_ia@mail.ru

¹ Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

² ВУНЦ ВВС Военно-воздушная академия им. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, Старых Большевиков, 54 «А», г. Воронеж, 394064, Россия

Реферат. В работе рассматривается задача математического моделирования процесса термохимической деструкции. Для синтеза математической модели используется аппарат цепей Маркова. Предлагается рассматривать процесс деструкции как случайный процесс, при котором изменяется состояние системы, характеризующееся долей макромолекул в каждой фракции молекулярно-массового распределения. Интенсивности переходов из состояния в состояние характеризуют соответствующие скорости процессов деструкции для каждой фракции молекулярно-массового распределения. Процессами сшивки и полимеризации в данной работе пренебрегли, и принято, что существует вероятность перехода из любого состояния с низким порядковым индексом (соответствующим фракции с более высокими молекулярными весами) в любое состояние с более высоким индексом (соответствующим фракциям с более низкими молекулярными весами). В качестве основы математической модели принята цепь Маркова с дискретными состояниями и непрерывным временем. В качестве среды моделирования использована интерактивная графическая среда имитационного моделирования MathWorksSimulink. Для оценки параметров математической модели были проведены экспериментальные исследования процесса деструкции полибутадиена в растворе. В качестве исходных данных для оценки ММР полимера использовались данные ГПХ раствора полибутадиена. Для численного поиска значений параметров минимизировалось среднеквадратичное отклонение расчетных данных от экспериментальных по каждой фракции и в заданные моменты времени. Результаты сравнения экспериментальных и рассчитанных по математической модели показали погрешность расчётов в среднем около 5%, что говорит о приемлемой ошибке оценки изменения долей фракций полимера в ходе процесса деструкции для рассматриваемого процесса и условий.

Ключевые слова: термохимическая деструкция, цепь Маркова, математическое моделирование

Synthesis of the Markov model of the thermochemical degradation of a polymer in solution

Vitalii K. Bitjukov	¹	president@vsuet.ru
Anatolii A. Khvostov	²	khvtol1974@yandex.ru
Sergei G. Tikhomirov	¹	tikhomirov_57@mail.ru
Andrei V. Ivanov	¹	andrious@rambler.ru
Igor A. Khaustov	¹	haustov_ia@mail.ru

¹ Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19, Voronezh, 394036, Russia

² MESCF AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin air force academy», Staryh Bolshevikov St., 54 «A», Voronezh, 394064, Russia

Summary. The paper deals with the problem of mathematical modeling of thermochemical destruction process. The apparatus of Markov's chains is used to synthesize a mathematical model. The authors of the study suggest to consider the destruction process as a random one, where the system state changes, which is characterized by the proportion of macromolecules in each fraction of the molecular- and weight distribution. The intensities of transitions from one state to another characterize the corresponding rates of destruction processes for each fraction of the molecular- and weight distribution. The processes of crosslinking and polymerization in this work were neglected, and it was accepted that there is a probability of transition from any state with a lower order index (corresponding to fractions with higher molecular weights) to any state with a higher index (corresponding to fractions with lower molecular weights). Markov's chain with discrete states and continuous time was taken as the mathematical model basis. Interactive graphical simulation environment MathWorksSimulink was used as a simulation environment. Experimental studies of polybutadiene destruction in solution were carried out to evaluate the mathematical model parameters. The GPC (gel-penetration chromatography) data of the polybutadiene solution were used as the initial (starting) data for estimating the polymer WMD (molecular weight distribution). Mean-square deviation of the calculated data from the experimental data for each fraction and at specified times was minimized for the numerical search of parameter values. The results of comparison of experimental and calculated on mathematical model data showed an error of calculations on the average about 5%, which indicates an acceptable error in estimating of polymer fractions proportions change during the process of destruction for the process under consideration and conditions.

Keywords: thermochemical destruction, Markov chain, mathematical modeling

Введение

Одним из перспективных новых способов получения низкомолекулярных полимеров является термохимическая деструкция полимеров в растворе. При этом в качестве сырья рассматриваются

как товарные каучуки промышленного назначения, так и отходы их производства [1]. Разработка таких технологий требует детального изучения кинетики происходящих химических реакций, в том числе и методом моделирования.

Для цитирования

Битюков В.К., Хвостов А.А., Тихомиров С.Г., Иванов А.В., Хаустов И.А. Синтез Марковской модели термохимической деструкции полимера в растворе // Вестник ВГУИТ. 2017. Т. 79. № 3. С. 57–64. doi:10.20914/2310-1202-2017-3-57-64

For citation

Bitjukov V.K., Hvostov A.A., Tikhomirov S.G., Ivanov A.V., Haustov I.A. Synthesis of the Markov model of the thermochemical degradation of a polymer in solution. *Vestnik VGUET/Proceedings of VSUET*. 2017. vol. 79. no. 3. pp. 57–64. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2017-3-57-64

Механизм деструкции представляет собой последовательность случайных событий (элементарных актов разрушения макромолекул) с конечным количеством исходов, которые можно рассматривать как в дискретные моменты времени, так и непрерывно. При этом вероятность перехода в новое состояние (молекулярно-массовое распределение (ММР) полимера) зависит только от состояния, из которого совершается переход и не зависит от всей предыстории процесса. Для описания такого рода процессов помимо уравнений химической кинетики [1], часто используется математический аппарат теории цепей Маркова [2]. В этом случае рассматривается не кинетика превращения на уровне отдельных макромолекул, а ММР всего полимера, участвующего в процессе деструкции. Случайным событием при таком подходе является совокупность элементарных актов деструкции, а состояниями – диапазоны (фракции) молекулярных масс ММР. Интенсивности переходов из состояния в состояние характеризуют скорость прямых и обратных процессов (деструкции и сшивки, полимеризации).

В работах [3, 4] показано применение аппарата цепей Маркова для описания процессов синтеза полимеров на уровне кинетики превращения отдельных макромолекул. В работе [5] предложено описание процесса разрушения зерен крахмала на основе цепей Маркова, в работе [6] рассмотрено описание динамики массового распределения жировых шариков молока в ходе его деструкции.

Методика моделирования

Предлагается использовать аппарат цепей Маркова для описания непосредственно измеряемого ММР полимера в ходе деструкции. В этом случае рассматривается не кинетика превращения на уровне отдельных макромолекул, а ММР всего полимера, участвующего в процессе деструкции. Случайным событием будет совокупность элементарных актов деструкции, а состояниями – диапазоны (фракции) молекулярных масс в ММР. При этом интенсивности переходов из состояния в состояние характеризуют скорость прямых и обратных процессов (деструкции и сшивки). Вероятность нахождения в определенном состоянии характеризует количество макромолекул соответствующей фракции ММР, а распределение вероятностей характеризует соответственно ММР полимера. Преимуществом такого подхода является простота описания процесса, возможность использовать измерения ММР полимера методами гель-проникающей хроматографии (ГПХ), не проводя их масштабирования и предварительной обработки, а представление интенсивностей в виде функций режимных параметров

процесса деструкции (расходов агента деструкции, температуры и т. п.) позволит создавать алгоритмы управления процессом, ориентируясь на желаемое ММР. В качестве недостатков можно отметить то, что полученные значения интенсивностей переходов будут феноменологическими и «привязаны» к технологическому оборудованию, на котором проводился эксперимент для идентификации значений интенсивностей переходов.

Основываясь на вышесказанном, предлагается следующая модель процесса деструкции полимера. Под действием агента деструкции с течением времени система макромолекул может переходить из одного состояния в другое. Система принимает состояния, которые будут ассоциироваться с диапазоном длин (масс) макромолекул, соответствующих определенной массовой или объемной фракции ММР. Дискретное конечное множество состояний в соответствии с принятой шкалой описывается множеством состояний в виде следующего множества $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, n \in \mathbb{N}$, где x_n – числовой диапазон длин (масс) макромолекул в n -ой фракции.

При синтезе структуры, в рамках теории цепей Маркова, приняты следующие допущения: процесс деструкции последовательный характер; интенсивность перехода из одного состояния в другое отражает интенсивность процесса деструкции и характеризуется величиной $\lambda_{i,j}$, а интенсивности обратных переходов равны нулю; процесс деструкции моделируется переходом из состояния x_i в x_j , где $j > i$, при этом интенсивностью переходов $\lambda_{j,i}$ пренебрегаем; состояние системы характеризуется вероятностью P_i , где $i = 1, N$, где N – количество фракций [7, 8]. При принятых допущениях граф состояний представлен на рисунке 1. Распределение макромолекул по фракциям соответствует индексам (пусть $i = 1$ фракция с наибольшей молекулярной массой или длиной).

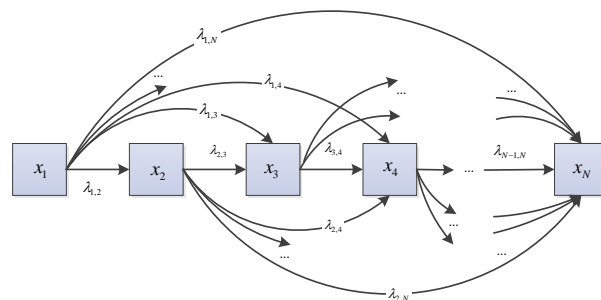


Рисунок 1. Граф состояний для принятых допущений

Figure 1. State graph for accepted assumptions

Запишем систему уравнений Колмогорова-Чепмена для графа, представленного на рисунке 1:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= -\sum_{j=2}^N \lambda_{1,j} P_1(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= \lambda_{1,2} P_1(t) - \sum_{j=3}^N \lambda_{2,j} P_2(t); \\ &\dots \\ \frac{dP_i(t)}{dt} &= \lambda_{1,i} P_1(t) + \lambda_{2,i} P_2(t) + \dots + \lambda_{i-1,i} P_{i-1}(t) - \\ &\quad - \sum_{j=i+1}^N \lambda_{i,j} P_i(t); \\ &\dots \\ \frac{dP_N(t)}{dt} &= \lambda_{1,N} P_1(t) + \lambda_{2,N} P_2(t) + \dots + \lambda_{i,N} P_i(t) + \\ &\quad + \dots + \lambda_{N-1,N} P_{N-1}(t); \\ P_1(0) &= P_{1,0}, P_2(0) = P_{2,0}, \dots, P_n(0) = P_{n,0}, \dots, \\ P_N(0) &= P_{N,0}; \\ \lambda_{i,j} &\geq 0, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, N}. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где t – время деструкции.

Пусть плотности потоков $\lambda_{i,j}$ постоянны, тогда, задаваясь матрицей интенсивностей прямых переходов λ и вероятностей состояний \mathbf{P}

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -\sum_{j=2}^N \lambda_{1,j} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_{1,2} & -\sum_{j=3}^N \lambda_{2,j} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ \lambda_{1,i} & \lambda_{2,i} & \dots & -\sum_{j=i+1}^N \lambda_{i,j} & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ \lambda_{1,N} & \lambda_{2,N} & \dots & & \lambda_{N-1,N} & 0 \end{bmatrix},$$

$$[P_i] = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_n \\ \dots \\ P_N \end{bmatrix}, \mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \\ \dots \\ P_{i0} \\ \dots \\ P_{N0} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

в матричном виде запишем

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \Lambda \cdot \mathbf{P}, \mathbf{P}|_{t=0} = \mathbf{P}_0. \quad (3)$$

В данной записи вектор \mathbf{P}_0 задает начальное ММР полимера до начала процесса деструкции.

Математическая модель

В качестве среды моделирования использована интерактивная графическая среда имитационного моделирования MathWorks Simulink™, позволяющая при помощи блок-диаграмм в виде направленных графов, строить динамические модели, включая дискретные, непрерывные и гибридные, нелинейные и разрывные системы. Кроме того, среда Simulink™ имеет в своем составе инструменты генерирования сигналов различной формы, анализа сигналов во временных и частотных областях, что позволяет осуществлять генерирование, имитацию прохождения и всесторонний анализ сигналов в рамках одной среды моделирования [9]. Преобразование системы дифференциальных уравнений в структурную Simulink™ модель осуществлялось по методике, представленной в [10]. Для интегрирования системы дифференциальных уравнений использовался метод Рунге-Кутты 4/5 порядка в модификации Дорманда-Принца (функция ode45), а в случае большого разброса в значениях интенсивностей метод конечных разностей переменного порядка в сочетании со схемой обратного дифференцирования (метод Гира функция ode15s) [11].

Для оценки параметров математической модели были проведены экспериментальные исследования процесса деструкции полибутадиена в растворе. В качестве исходных данных для оценки ММР полимера использовались данные ГПХ раствора полибутадиена [12]. Из исходной хроматограммы, содержащей 100 фракций усреднением выделено 6 фракций (рисунок 2). Определение молекулярных параметров и молекулярно-массового распределения образцов каучука осуществлялись с помощью ГПХ. В качестве оборудования для ГПХ анализа применялась система Breeze фирмы Waters. Результаты экспериментальных исследований представлены в таблице 1. Ввиду наибольшей интенсивности процесса деструкции в первый час и необходимости идентификации всех 6-ти фракций ММР разбиение на фракции в ходе процесса деструкции отличается от исходного.

Research results

№ фракции (fraction)	масса М (ln M)	доля	масса (mass) М (lnM)	доля			
		0 ч		2 ч	3 ч	4 ч	5 ч
P _{6,0}	6–7.7	0	31000 (10.34)	0.667	0.887	0.98	0.992
P _{5,0}	7.7–9.3	0,01	93000 (11.44)	0.234	0.097	0.02	0.007
P _{3,0}	9.3–11	0,62	155000 (11.95)	0.058	0.016	0	0
P _{4,0}	11–12.7	0.255	217000 (12.3)	0.02	0	0	0
P _{2,0}	12.7–14.3	0.39	279000 (12.54)	0.011	0	0	0
P _{1,0}	14.3–16	0.01	341000 (12.74)	0.01	0	0	0

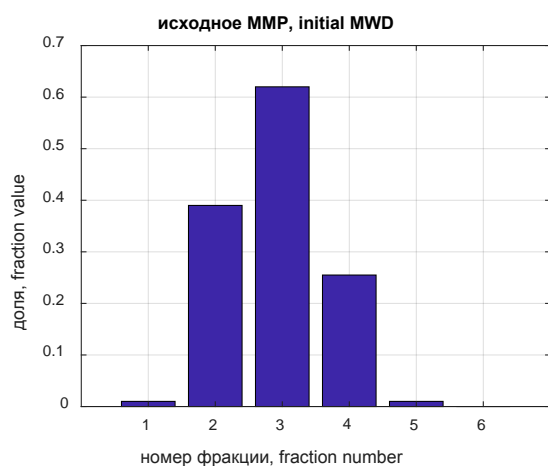


Рисунок 2. ММР исходного полимера

Figure 2. MWD of the starting polymer

Соответствующий сделанным допущениям граф представлен на рисунке 3.

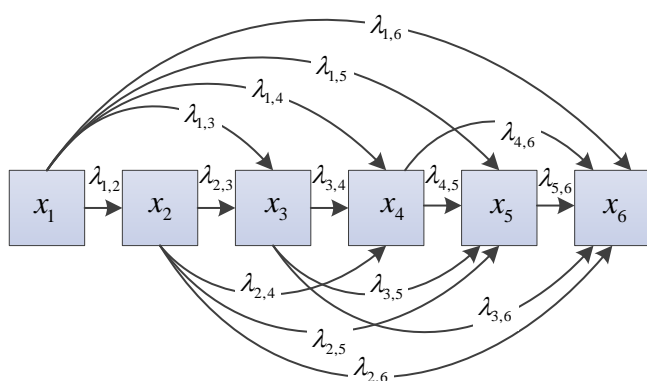


Рисунок 3. Граф, моделирующий процесс деструкции полимера с ММР из шести фракций

Figure 3. Graph modeling the process of destruction of polymer with MMP from six fractions

Математическая модель процесса деструкции для случая 6-ти фракций описывается системой (4).

$$\begin{cases}
 \frac{dP_1(t)}{dt} = -\sum_{i=2}^6 \lambda_{1,i} P_1(t); \\
 \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_{1,2} P_1(t) - \sum_{i=3}^6 \lambda_{2,i} P_2(t); \\
 \frac{dP_3(t)}{dt} = \sum_{i=1}^2 \lambda_{i,3} P_i(t) - \sum_{i=4}^6 \lambda_{3,i} P_3(t); \\
 \frac{dP_4(t)}{dt} = \sum_{i=1}^3 \lambda_{i,4} P_i(t) - \sum_{i=5}^6 \lambda_{4,i} P_4(t); \\
 \frac{dP_5(t)}{dt} = \sum_{i=1}^4 \lambda_{i,5} P_i(t) - \lambda_{5,6} P_5(t); \\
 \frac{dP_6(t)}{dt} = \sum_{i=1}^5 \lambda_{i,6} P_i(t); \\
 P_1(0) = P_{1,0}, P_2(0) = P_{2,0}, P_3(0) = P_{3,0}, \\
 P_4(0) = P_{4,0}, P_5(0) = P_{5,0}, P_6(0) = P_{6,0}; \\
 \lambda_{i,j} \geq 0.
 \end{cases} \quad (4)$$

где $P_{i,0}, i = \overline{1..6}$ задает начальное ММР полимера до начала процесса деструкции из таблицы 1.

Структурная схема, в формате MathWorksSimulink™, реализующая математическую модель (4) представлена на рисунке 4.

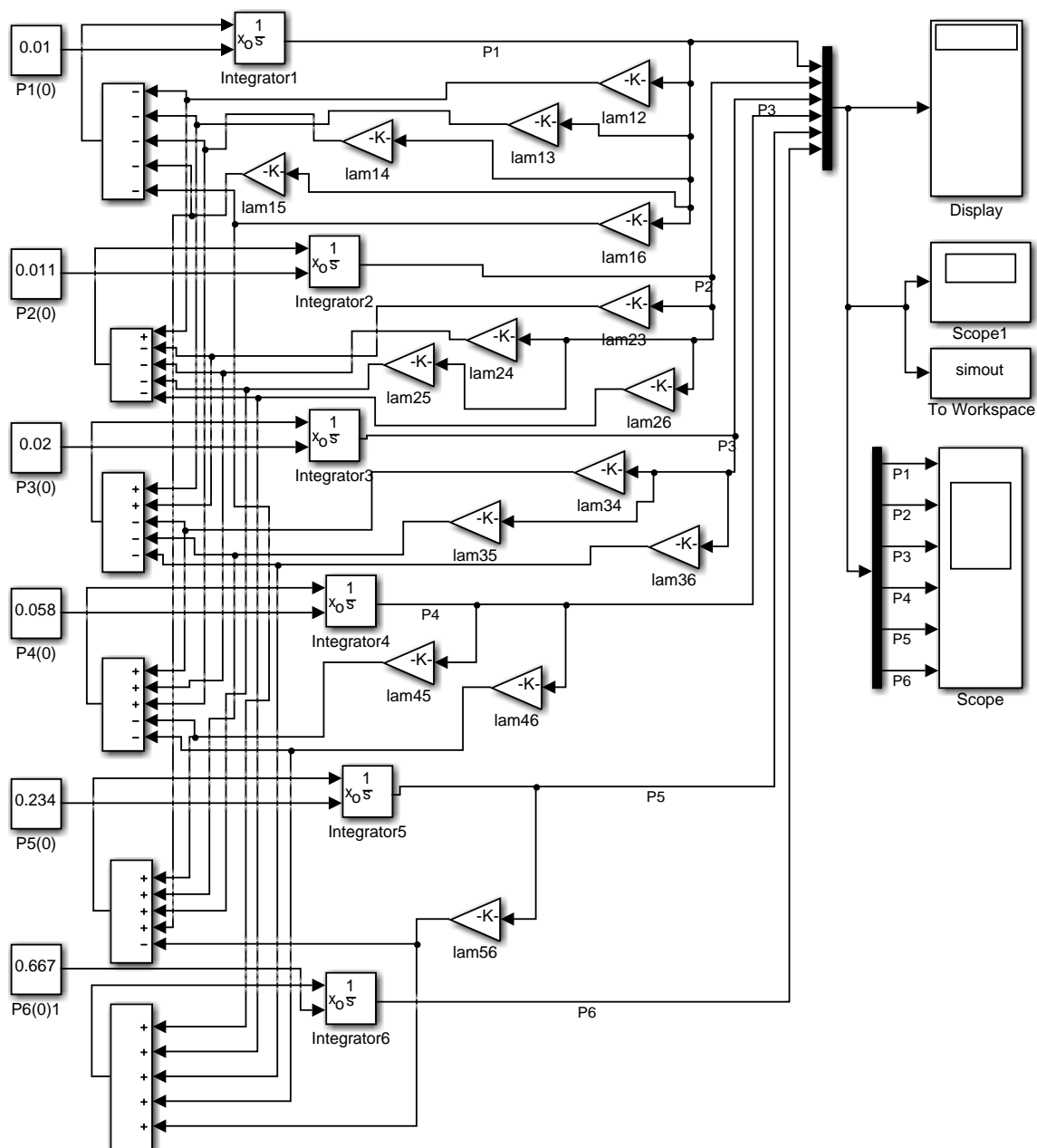


Рисунок 4. Модель Simulink

Figure4. Simulink model

Для корректного использования аппарата сетей Маркова были нормированы, исходя из условия

$$\sum_{i=1}^N P(t_i) = 1, \quad (5)$$

где N – количество фракций.

Для этого вводился дополнительно коэффициент нормировки $k_{\text{норм}}$, на который умножаются значения таблицы 1 для каждого образца, обеспечивающего выполнение равенства (5):

$$k_{\text{норм}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N P(p_i)}. \quad (6)$$

Для численного поиска значений параметров минимизировалось среднеквадратичное отклонение расчетных данных от экспериментальных по каждой фракции

$$S = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N (P_j(t_i)^{\text{экс}} - P_j(t_i)^{\text{расч}})^2 \xrightarrow{\lambda} \min, \quad (7)$$

где M , N – количество фракций и точек контроля при заданном времени деструкции соответственно.

Для минимизации критерия (7) использовался нелинейный метод наименьших квадратов на основе алгоритма Левенберга–Марквардта [13] из библиотеки Optimization-ToolboxMathWorks™ [14].

Результаты математического моделирования

Результаты численного эксперимента представлены на рисунке 5, где показаны динамика изменения доли каждой фракции во времени (рисунок 5а) и фракционный состав в заданные моменты времени (5б). Погрешность расчётов в среднем составила около 5%, что говорит о приемлемой ошибке оценки изменения долей фракций полимера в ходе процесса деструкции для рассматриваемого процесса и условий. Параметры математической модели (4) (матрица интенсивностей переходов),

полученные в результате минимизации критерия (6) представлены в таблице 2.

Таблица 2.
Матрица интенсивностей переходов

Table 2.

Transition intensity matrix

$\lambda_{i,j}$	p1	p2	p3	p4	p5	p6
p1	0	1.0015	1.0077	1.0395	1.1457	0.88349
p2	0	0	1.0098	1.0687	1.2755	0.84755
p3	0	0	0	1.1516	1.7132	0.73419
p4	0	0	0	0	2.8476	0.082361
p5	0	0	0	0	0	1.3532
p6	0	0	0	0	0	0

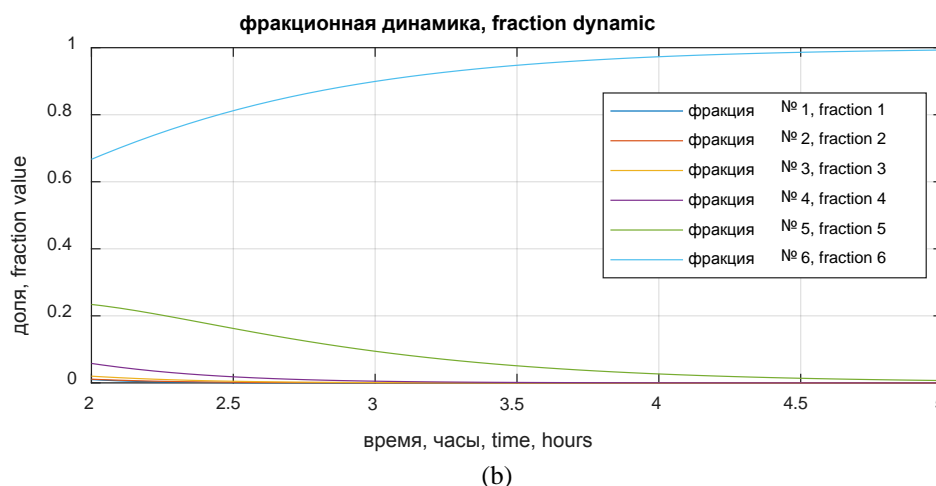
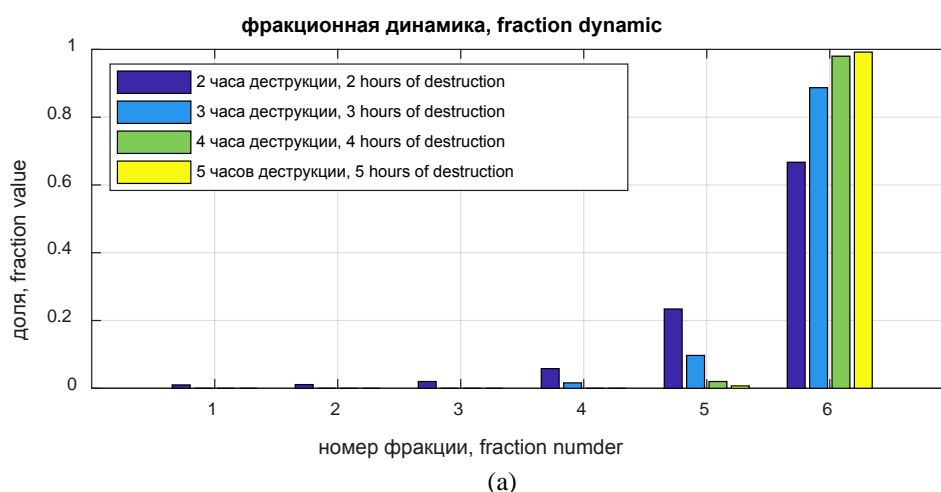


Рисунок 5. Фракционная динамика в ходе процесса деструкции, (а) динамика изменения доли каждой фракции во времени, (б) фракционный состав в заданные моменты времени

Figure 5. Fractional dynamics during the process of destruction, (a) the dynamics of the change in the fraction of each fraction in time, (b) the fractional composition at specified times

Выводы

Как видно из представленных данных предложенная математическая модель качественно верно описывает как динамику изменения долей фракций, так характер изменения фракционного состава. Кроме этого, проведенные экспериментальные исследования и оценка параметров математической модели (6) показали приемлемую погрешность расчетов долей

фракций полимера в ходе процесса его деструкции для рассматриваемого процесса и условий.

Визуализация найденной в ходе исследования матрицы интенсивности даёт наглядную картину интенсивности процесса деструкции для каждой фракции (рисунок 6), что существенно облегчает анализ процесса деструкции и позволяет в дальнейшем оптимизировать его с учетом фракционной динамики.

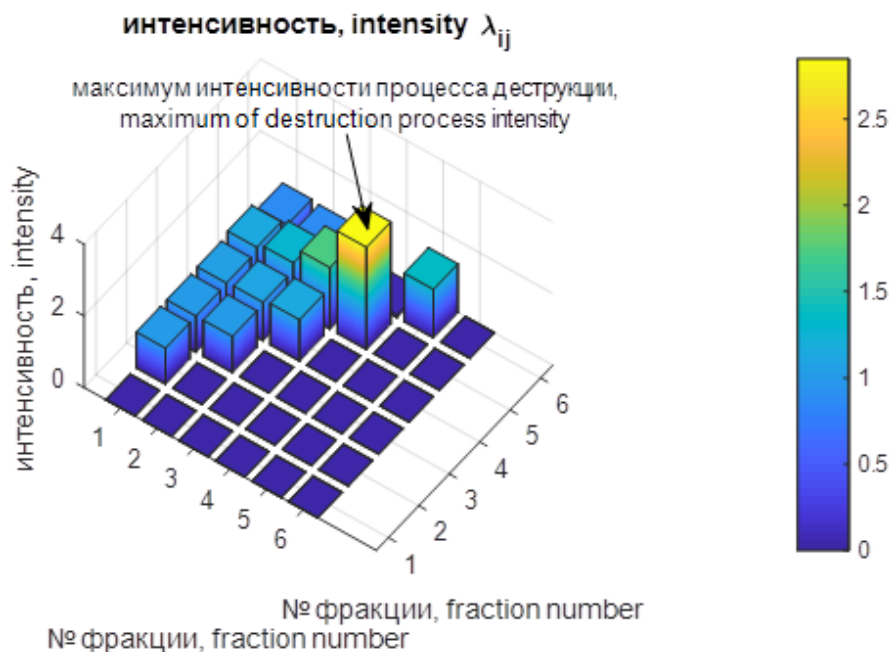


Рисунок 6. Визуализация матрицы интенсивности переходов $\lambda_{i,j}$

Figure 6. Visualization of the intensity matrix of transitions $\lambda_{i,j}$

Все это позволяет использовать предложенную математическую модель для исследования процессов деструкции, отладки алгоритмов управления процессом и его оптимизации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Битюков В.К., Хаустов И.А., Хвостов А.А., Попов А.П. Системный анализ процесса термоокислительной деструкции полимеров в растворе как объекта управления // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2014. № 3 (61). С. 61–66.
- 2 Paul A. Gagniuc Markov Chains: From Theory to Implementation and Experimentation // John Wiley & Sons. 2017.
- 3 Кучанов С.И. Методы кинетических расчетов в химии полимеров. М.: Мир, 1978.
- 4 Улитин Н.В., Терещенко К.А. Методы моделирования кинетики процессов синтеза и молекулярно-массовых характеристик полимеров. Казань: Изд-во КНИТУ, 2014. 228 С.
- 5 Падохин В.А., Кочкина Н.Е., Кокина Н.Р., Назаров Д.В. и др. Стохастическая модель кинетики разрушения зерен крахмала // Химия и химическая технология. 2012. Т. 53. № 12. С. 123–124.
- 6 Хвостов А.А., Журавлёв А.А., Богер А.А., Шипилова Е.А. и др. Математическое моделирование процесса гомогенизации молочных продуктов с использованием цепей Маркова // Молочная промышленность. 2016. № 8. С. 16–19.
- 7 Podvalny S., Khvostov A., Tikhomirov S. et al. Mathematical Model of the Polymer Destruction Process Based on the Markov Chain // 2017 IEEE 11th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT) 20-22 Sep. 2017. P. 218-221.

В качестве перспективы развития работы стоит отметить возможность использования в качестве параметров модели (интенсивностей переходов) функций управляющих параметров: температуры, концентрации деструктора и т. п.

- 8 Хвостов А.А., Тихомиров С.Г., Рязских В.И., Хаустов И.А. Стохастическая модель деструкции полимера в растворе на основе цепи Маркова // Математические методы в технике и технологиях: сб. тр. междунар. науч. конф.: т. 3. СПб.: Изд-во СПбПУ, 2017. С. 42-45.
- 9 MathWorks (official site). Available at: <http://matlab.ru/> Date of inspect 04.06.2017.
- 10 Herman R. Solving Differential Equations Using Simulink, 2017.
- 11 Cleve B. Moler: Numerical Computing with MATLAB. Massachusets: MathWorks, Inc., Natick, 2010.
- 12 Голоденко Б.А., Чеснокова Е.В., Голоденко А.Б. Моделирование одномерного гармонического осциллятора в среде MATLAB/SIMULINK // Вестник ВГУИТ. 2012. № 2. С. 81-84.
- 13 Branch M.A., Grace A. MATLAB Optimization Toolbox User's Guide. Massachusets: MathWorks, 2007.
- 14 Achille Messac Optimization in Practice with MATLAB. Cambridge University Press, 2015.

REFERENCES

- 1 Bityukov V.K., Khaustov I.A., Khvostov A.A., Popov A.P. System analysis of the process of thermooxidative degradation of polymers in solution as a control object. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of Voronezh State University of Engineering Technologies] 2014. no. 3 (61). pp. 61-66. (in Russian)
- 2 Paul A. Gagniuc Markov Chains: From Theory to Implementation and Experimentation. John Wiley & Sons, 2017

3 Kuchanov S.I. Metody kineticheskikh raschetov v khimii polimerov [Methods of kinetic calculations in the chemistry of polymers] Moscow, Mir, 1978. (in Russian)

4 Ulitin N.V., Tereshchenko K.A. Metody modelirovaniya kinetiki protsessov sinteza i molekulyarno-massovykh kharakteristik polimerov [Methods for modeling the kinetics of synthesis processes and molecular-mass characteristics of polymers] Kazan, KNITU, 2014. 228 p. (in Russian)

5 Padokhin VA, Kochkina NE, Kokina NR, Nazarov DV Stochastic model of kinetics of destruction of starch grains. *Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya* [Chemistry and chemical technology] 2012. pp. 53. no. 12. pp. 123-124. (in Russian)

6 Khvostov A.A., Zhuravlyov A.A., Boger A.A., Shipilova E.A. et al. Mathematical modeling of the process of homogenization of dairy products using Markov chains. *Molochnaya promyshlennost'* [Dairy industry] 2016. no 8. pp. 16-19. (in Russian)

7 Podvalny S., Khvostov A., Tikhomirov S. et al. Mathematical Model of the Polymer Destruction Process Based on the Markov Chain [2017 IEEE 11th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT) 20-22 Sep.] 2017. pp. 218-221

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Виталий К. Битюков д.т.н., профессор, президент, Воронежского государственного университета инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, president@vsuet.ru

Анатолий А. Хвостов д.т.н., профессор, кафедра математики, ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», ул. Старых Большевиков, 54 «А», г. Воронеж, Россия, khvtol1974@yandex.ru

Сергей Г. Тихомиров д.т.н., профессор, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, tikhomirov_57@mail.ru

Андрей В. Иванов к.т.н., доцент, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, andrious@rambler.ru

Игорь А. Хаустов д.т.н., профессор, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, haustov_ia@mail.ru

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 13.04.2017

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 03.08.2017

8 Khvostov A.A., Tikhomirov S.G., Ryazhskikh V.I., Khaustov I.A. Stochastic model of polymer degradation in a solution based on the Markov chain. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologii* [Mathematical methods in engineering and technology] Saint-Petersburg, SPbPU, 2017. pp. 42-45 (in Russian)

9 MathWorks (official site). URL: <http://matlab.ru/> Date of inspect 04.06.2017.

10 Herman R. Solving Differential Equations Using Simulink, 2017.

11 Cleve B. Moler: Numerical Computing with MATLAB. Massachusetts, MathWorks, Inc., Natick, 2010.

12 Golodenko B.A., Chesnokova E.V., Golodenko A.B. Simulation of a one-dimensional harmonic oscillator in the MATLAB / SIMULINK environment. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET] 2012. no. 2. pp. 81-84. (in Russian)

13 Branch M.A., Grace A. MATLAB Optimization Toolbox User's Guide. Massachusetts, MathWorks, 2007.

14 Achille Messac Optimization in Practice with MATLAB. Cambridge University Press, 2015.

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Vitalii K. Bitukov doctor of technical sciences, professor, Information & control system department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, president@vsuet.ru

Anatolii A. Khvostov doctor of technical sciences, professor, Department of Mathematic, MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Staryh Bolshevikov St., 54 «A», Voronezh, 394064, Russia, khvtol1974@yandex.ru

Sergei G. Tikhomirov doctor of technical sciences, professor, Information & control system department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, tikhomirov_57@mail.ru

Andrei V. Ivanov candidate of technical sciences, assistant professor, Information & control system department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, andrious@rambler.ru

Igor A. Khaustov doctor of technical sciences, Information & control system department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, haustov_ia@mail.ru

CONTRIBUTION

All authors equally took part in writing the manuscript and are responsible for plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 4.13.2017

ACCEPTED 8.3.2017