

Алгоритм решения многокритериальной задачи о назначениях на сетях

Юрий В. Бугаев	¹	y_bugaev52@mail.ru
Ольга В. Авсеева	¹	olga-avseeva@mail.ru
Людмила А. Коробова	¹	lyudmila_korobova@mail.ru
Ирина Ю. Шурупова	¹	i_shur@mail.ru

¹ Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Реферат. Аннотация Для описания сложных проектов или различных работ, которые составляют набор взаимосвязанных действий, используют сетевой график. Используются несколько вариантов моделей сетевого графика. 1. Для применения на практике наибольшее распространение получила диаграмма Ганта – это графическое представление последовательных интервалов времени и использования ресурсов. 2. Сетевой график изображают в виде графа, где вершины – событие (или его состояние в определенный момент времени), а соединяющие дуги (или ребра) – работы. В работе используется графовая модель. При этом события (факт окончания или начала выполнения работ) соответствуют вершинам графа, а работы – дугам, ориентация которых соответствует технологии этого процесса. Важную роль в модели управления проектами играет оптимальное назначение исполнителей на имеющийся перечень работ. При такой постановке задачи в качестве критерия возможно использование суммарное время реализации работ или длина критического пути на графе. В этом случае на критерий накладываться ограничение по директивным срокам выполнения работ (или проекта в целом). Таким образом, суммарное время, затраченное на реализацию проекта, и длина критического пути представляются одинаково важными характеристиками реализации проекта, и их следует рассматривать как два равноценных критерия многокритериальной задачи управления проектом. Нами предложен алгоритм, вообще говоря, приближенного нахождения множества Парето-оптимальных решений данной задачи.

Ключевые слова: управление проектами, сетевые графики, сетевая модель, задача о назначениях, метод идеальной точки.

Algorithm for solving multicriteria problem of appointments on the networks

Yuriy V. Bugaev	¹	y_bugaev52@mail.ru
Olga V. Avseeva	¹	olga-avseeva@mail.ru
Lyudmila A. Korobova	¹	lyudmila_korobova@mail.ru
Irina Yu. Shurupova	¹	i_shur@mail.ru

¹ Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Summary. To describe complex projects or various jobs that make up a set of interrelated activities, use the network schedule. Several variants of network models are used. 1. For practical use, the Gantt chart is the most widely used - it is a graphical representation of consecutive intervals of time and the use of resources. 2. The network graph is represented as a graph, where the vertices are an event (or its state at a certain point in time), and the connecting arcs (or edges) are works. The graph model is used in the work. In this case, the events (the fact of the completion or the beginning of the work) correspond to the vertices of the graph, and the work to the arcs, the orientation of which corresponds to the technology of this process. An important role in the project management model is played by the optimal assignment of performers to the existing list of works. With this formulation of the problem, the total implementation time or the length of the critical path on the graph can be used as a criterion. In this case, the criterion is imposed a restriction on the deadline for the execution of work (or the project as a whole). Thus, the total time spent on the project and the length of the critical path are represented by equally important characteristics of the project implementation, and they should be considered as two equivalent criteria for the multicriteria project management task. We have proposed an algorithm, in general, an approximate determination of the set of Pareto-optimal solutions of a given problem.

Keywords: project management, network graphics, network model, assignment problem, ideal point method.

Введение

Практика проектного менеджмента показала, что весьма часто реализуемые проекты не оканчиваются успешно из-за превышения ограничений по времени и/или стоимости [1]. Такая ситуация характерна и для России. Одной из главных причин является, по нашему мнению, принятие недостаточно обоснованных управленческих решений относительно назначения исполнителей на выполнение отдельных работ по проекту.

Реализация сложных проектов требует выполнения совокупности взаимозависимых работ, связи между которыми хорошо описываются с помощью сетевых графиков – ориентированных взвешенных графов без петель и контуров, элементам которых поставлены в соответствие некоторые характеристики. При этом события (факт окончания или начала выполнения работ) соответствуют вершинам графа, а работы – дугам, ориентация которых соответствует технологии этого процесса.

Для цитирования

Бугаев Ю.В., Авсеева О.В., Коробова Л.А., Шурупова И.Ю. Алгоритм решения многокритериальной задачи о назначениях на сетях // Вестник ВГУИТ. 2017. Т. 79. № 4. С. 71–74. doi:10.20914/2310-1202-2017-4-71-74

For citation

Bugaev Ju.V., Avseeva O.V., Korobova L.A., Shurupova I.Ju. Algorithm for solving multicriteria problem of appointments on the networks. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET]. 2017. vol. 79. no. 4. pp. 71–74. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2017-4-71-74

Методы сетевого планирования основаны на идее оптимизации критического пути и являются эффективным средством составления проектов и наблюдения за их выполнением [2].

В настоящее время существует несколько вариантов сетевой модели управления проектами, например, [3–5], центральным моментом которых является оптимальное назначение исполнителей на заданный перечень работ.

В качестве критерия используется суммарное время реализации проекта, либо длина критического пути на графе. Как вариант, на длину критического пути может накладываться ограничение по директивным срокам.

Таким образом, суммарное время, затраченное на реализацию проекта, и длина критического пути представляются одинаково важными характеристиками реализации проекта, и их следует рассматривать как два равноценных критерия многокритериальной задачи управления проектом. Нами предложен алгоритм, вообще говоря, приближённого нахождения множества Парето-оптимальных решений данной задачи.

Исходные параметры математической модели

Пусть $I = \{1, \dots, n\}$ – множество всех работ (операций); $J = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество исполнителей; без ограничения общности можно считать, что число работ и исполнителей совпадает, в противном случае несложно провести дробление работ на более мелкие или ввести фиктивных исполнителей.

V_{ij} – время, которое требуется j -му исполнителю для выполнения i -й работы; при фиксированном назначении V_{ij} можно интерпретировать как вес (длину) i -й дуги графа.

Варьируемые параметры математической модели

$Z_{ij} \in \{0; 1\}$ – распределение операций по исполнителям: $Z_{ij} = 1$, если i -я операция поручена j -му исполнителю, $Z_{ij} = 0$ в противном случае.

y_i – фактический срок окончания i -й операции; он вычисляется после назначения исполнителей на работы как суммарная длина дуг критического пути $P(i)$, ведущего от начальной вершины 1-й по сроку операции к конечной вершине i -й операции:

$$y_i = \sum_{k \in P(i)} \sum_{j \in J} V_{kj} Z_{kj} \quad \forall i \in I^d.$$

Для поиска критического пути существует несколько алгоритмов, например, описанный в источнике [6].

Ограничения математической модели

Каждая i -я работа может начать выполняться только после выполнения всех работ, предшествующих ей.

Каждая работа выполняется лишь одним исполнителем:

$$\sum_{j \in J} Z_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (1)$$

Каждому исполнителю поручается лишь одна работа:

$$\sum_{i \in I} Z_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \quad (2)$$

Целевые функции.

Минимизировать суммарное время выполнения проекта

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} V_{ij} Z_{ij} \rightarrow \min \quad (3)$$

Минимизировать протяжённость критического пути в графе

$$\max_{i \in I} y_i \rightarrow \min \quad (4)$$

Алгоритм решения

Хотя к настоящему времени предложено несколько методов решения таких моделей, основанных на целочисленном и булевском программировании (например, в [7, 8]), высокая размерность задач препятствует их успешному применению. Поэтому авторы предлагают новый комбинированный алгоритм.

При использовании частного критерия (3) мы имеем обычную задачу о назначениях. Известно несколько методов решения этой задачи, наиболее простой – метод Мака [9]. Для приближённого решения многокритериальной задачи предлагается алгоритм линейной свёртки критериев (АЛСК). Как известно [10], в общем случае использование линейной свёртки не гарантирует нахождение всех эффективных решений дискретной многокритериальной задачи. Вопрос же о полной разрешимости сетевой многокритериальной задачи о назначениях посредством АЛСК в настоящее время не исследован, поэтому предлагаемый нами метод следует трактовать как приближённый.

Описание алгоритма

1. Решаем классическую задачу о назначениях. Очевидно, что найденное решение доставляет минимум критерию суммарного времени и максимум на множестве Парето критерию протяжённости критического пути.

2. Далее за счёт перераспределения работ стремимся улучшить значение критерия (4). Для этого умножим возможные веса V_{ij} всех дуг, участвующих в критическом пути на некоторый коэффициент $\alpha > 1$. Тем самым увеличим значимость этих работ. Далее решаем новую задачу о назначениях.

3. Посредством увеличения значения α получаем новые Парето-оптимальные решения.

Пример. Имеем модель процесса реализации проекта в виде графа, представленного на рисунке 1.

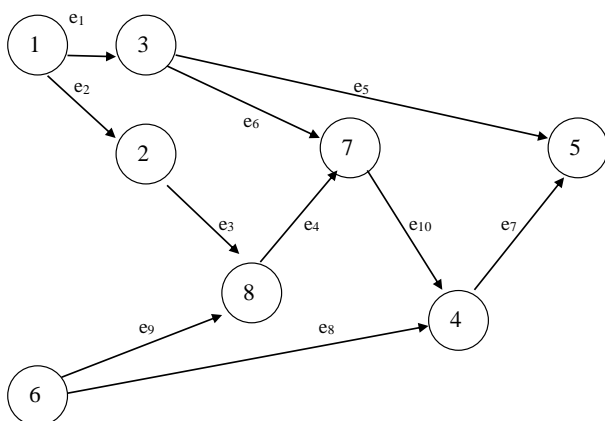


Рисунок 1. Граф процесса реализации проекта

Figure 1. The graph of the project implementation process

Номера дуг указывают номера работ. Матрица длительностей выполнения работ в количествах условных временных единиц имеет вид:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	29	16	19	28	13	39	11	13	11	15
2	21	19	38	18	18	26	37	30	32	17
3	34	24	23	28	34	26	37	25	25	37
4	26	17	16	31	11	17	34	33	24	11
5	21	35	37	17	38	25	13	31	37	25
6	38	16	39	14	32	29	18	37	28	15
7	36	17	23	19	25	30	20	37	29	39
8	27	15	13	20	27	22	30	20	36	31
9	29	17	18	23	17	21	14	31	34	25
10	28	23	22	25	24	40	32	16	27	24

Решаем задачу о назначениях с данной матрицей. Получаем следующее распределение операций по исполнителям (первая эффективная точка).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Hayes, S. Complex Project Management Global Perspectives and the Strategic Agenda to 2025. [Текст] / S. Hayes // The task force report. ICCPM : King-ston, 2012. 64 p.
- 2 Бурков, В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными структурами [Текст] / В.Н. Бурков, А.Ю. Заложнев, Д.А. Новиков. – М.: Синтег, 2001. – 124 с.
- 3 Катаев, А.В. Управление проектами: математические модели оптимального назначения исполнителей проектных работ [Текст] / А.В. Катаев, Т.М. Катаева, Е.Л. Макарова // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Экономика. Управление. Право. – 2016. Т. 16, вып. 3. С. 294–299.

Операции	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Исполнители	9	1	6	10	7	4	2	3	5	8
Длительности	11	<u>21</u>	<u>26</u>	<u>11</u>	13	14	<u>17</u>	13	17	<u>16</u>

Суммарная длительность всех работ реализации проекта составила 159 единиц. Длительность критического пути (работы 2, 3, 4, 10, 7 в списке они подчеркнуты) составляет 91 единицу.

Увеличим длительности выполнения этих работ для всех исполнителей в 2 раза (умножим на $\alpha = 2$ соответствующие строки матрицы V) и найдём вторую эффективную точку.

Операции	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Исполнители	9	10	6	5	1	4	2	3	7	8
Длительности	11	<u>17</u>	<u>26</u>	<u>11</u>	21	14	<u>17</u>	13	14	<u>16</u>

Суммарная длительность всех работ реализации проекта составила 160 единиц. Длительность полученного критического пути (работы 2, 3, 4, 10, 7) составляет 87 единицу.

Положим $\alpha = 4$. Поучим третью эффективную точку.

Операции	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Исполнители	9	10	3	5	1	4	2	6	7	8
Длительности	11	<u>17</u>	<u>23</u>	<u>11</u>	21	14	<u>17</u>	22	14	<u>16</u>

Суммарная длительность всех работ реализации проекта составила 166 единиц. Длительность критического пути (работы 2, 3, 4, 10, 7) составляет 84 единицу.

Дальнейшее увеличение α не даёт новых решений. Следовательно, данный алгоритм позволил найти три Парето-оптимальных решения, соответствующих следующим значениям критериев задачи:

Решение Decision	Значение критерия (3) Criteria value (3)	Значение критерия (4) Criteria value (4)
1	159	91
2	160	87
3	166	84

Оптимальное решение может быть найдено методом идеальной точки. Очевидно, это решение № 2.

4 Новикова, Т.П. Математическая модель оптимального распределения работ в сетевых канонических структурах [Текст] / Т.П. Новикова, О.В. Авсеева, А.И. Новиков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологий. – Орел, 2013. № 5 (301). С. 48–53.

5 Доппа, Р.В. Метод сетевого планирования разработки сложных технических систем [Текст] // Р.В. Доппа, Р.Ю. Кордюков, А.А. Беглецов и др. // Программные продукты и системы. – 2014. № 2. С. 22–26.

6 Липский, В. Комбинаторика для программистов [Текст] / В. Липский / Пер. с польск. – М.: Мир, 1988. – 213 с.

7 Gronkvist, M. The Tail Assignment Problem [Текст] / M. Gronkvist // Ph. D. thesis. Chalmers University of Technology and Goteborg University. Gote-borg, 2005.

8 Kilborn, E. Aircraft Assignment Using Constraint Programming [Текст] / E. Kilborn // Tech. Rep. Chalmers University of Technology. Goteborg, 2007.

9 Банди, Б. Основы линейного программирования [Текст] / Б. Банди / Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 176 с.

10 Кравцов, М.К. Неразрешимость задач векторной дискретной оптимизации в классе алгоритмов линейной свертки критериев [Текст] / М.К. Кравцов // Дискретная математика – 1996. Т. 8, № 2. С. 89–96.

REFERENCES

1 Hayes, S. Complex Project Management Global Perspectives and the Strategic Agenda to 2025. [Текст] / S. Hayes // The task force report. ICCPM : King-ston, 2012. 64 p.

2 Burkov, VN, Zalozhnev A. Yu., Novikov DA Graph theory in the management of organizational structures / VN Burkov, A. Yu. Zalozhnev, DA Novikov. – Moscow: Sinteg, 2001. – 124 p.

3 Kataev, AV Project Management: Mathematical Models for the Optimal Designation of Design Work Implementers [Text] / AV Kataev, TM Kataeva, EL Makarova // Izvestiya Saratovskogo Universiteta. New episode. Series: Eco nomic. Control. Right. – 2016. Vol. 16, no. 3. P. 294–299.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Юрий В. Бугаев д.ф.-м.н., профессор, кафедра информационных технологий моделирования и управления, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, y_bugaev52@mail.ru

Ольга В. Авсева к.т.н., зав. кафедрой, кафедра информационных технологий моделирования и управления, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, olga-avseeva@mail.ru

Людмила А. Коробова к.т.н., доцент, кафедра информационных технологий моделирования и управления, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, lyudmila_korobova@mail.ru

Ирина Ю. Шурупова к.ф.-м.н., доцент, кафедра информационных технологий моделирования и управления, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, i_shur@mail.ru

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 08.09.2017

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 01.11.2017

4 Novikova, TP Mathematical model of the optimal distribution of works in network canonical structures [Text] / TP Novikova, OV Avseeva, AI Novikov // Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology. – Eagle, 2013. № 5 (301). Pp. 48–53.

5 Dopira, RV The method of network planning for the development of complex technical systems [Text] / RV Dopira, R. Yu. Kordyukov, AA Begletsov, etc. // Software products and systems. – 2014. № 2. P. 22–26.

6 Lipsky, V. Combinatorics for programmers [Text] / V. Lipsky / Trans. from Polish. – Moscow: Mir, 1988. – 213 p.

7 Gronkvist, M. The Tail Assignment Problem [Текст] / M. Gronkvist // Ph. D. thesis. Chalmers University of Technology and Goteborg University. Gote-borg, 2005.

8 Kilborn, E. Aircraft Assignment Using Constraint Programming [Текст] / E. Kilborn // Tech. Rep. Chalmers University of Technology. Goteborg, 2007.

9 Bundy, B. Fundamentals of linear programming [Text] / B. Bandi / Per. with English. – Moscow: Radio and Communication, 1989. – 176 p.

10 Kravtsov, MK Undecidability of vector discrete optimization problems in the class of algorithmic algorithms for linear convolution of criteria [Text] / MK Kravtsov // Discrete Mathematics – 1996. Vol. 8, No. 2. P. 89–96.

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Yuriy V. Bugaev doctor of physical-mathematical sciences, professor, informational technologies of modeling and control department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, y_bugaev52@mail.ru

Olga V. Avseeva candidate of technical sciences, head of department, informational technologies of modeling and control department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, olga-avseeva@mail.ru

Lyudmila A. Korobova candidate of technical sciences, assistant professor, informational technologies of modeling and control department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, lyudmila_korobova@mail.ru

Irina Yu. Shurupova candidate of physical-mathematical sciences, assistant professor, informational technologies of modeling and control department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, i_shur@mail.ru

CONTRIBUTION

All authors equally participated in writing the manuscript and responsible for the plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 9.8.2017

ACCEPTED 11.1.2017