

## Процессы и аппараты пищевых производств

Оригинальная статья/Original article

УДК 664.123.6:001.57

DOI: <http://doi.org/10.20914/2310-1202-2018-1-11-19>

### Распределение полей температур и влагосодержаний в частице свекловичного жома прямоугольной формы при конвективной сушке

Александр Н. Остриков	<sup>1</sup>	<a href="mailto:ostrikov27@yandex.ru">ostrikov27@yandex.ru</a>
Александр А. Шевцов	<sup>1</sup>	<a href="mailto:shevalol@rambler.ru">shevalol@rambler.ru</a>
Алексей В. Дранников	<sup>1</sup>	<a href="mailto:drannikov@list.ru">drannikov@list.ru</a>
Александр В. Квасов	<sup>1</sup>	<a href="mailto:alex-kvasov1994@yandex.ru">alex-kvasov1994@yandex.ru</a>

<sup>1</sup> Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

**Реферат.** Приведена математическая модель, описывающая распределение полей температур и влагосодержаний в частице свекловичного жома прямоугольной формы при конвективной сушке. В качестве исходных уравнений были приняты дифференциальные уравнения материального и теплового балансов, в которой перенос теплоты и массы обусловлен фазовыми превращениями. Для решения математической модели разработан алгоритм численного решения нестационарной краевой задачи теплопроводности с переменными теплообменными коэффициентами высушиваемого продукта, граничными и начальными условиями, а также фазовым переходом с подвижной границей раздела фаз. При этом исходная система уравнений приведена к безразмерному виду. Для решения задачи нестационарной теплопроводности использован зональный метод расчета температурных полей при сушке свекловичного жома. Процесс сушки разбивался на некоторые временные интервалы. В пределах каждого интервала геометрическая форма частицы, ее плотность, теплофизические и массообменные характеристики; начальное распределение температуры и влагосодержания по объему частицы, а также плотность массового и теплового потока с испарившейся влагой постоянны. Зональный метод решения задачи нестационарного трехмерного уравнения теплопроводности для параллелепипеда с учетом внутренних источников теплоты был проверен по экспериментальным данным стационарной сушки свекловичного жома с использованием исходных данных. Для реализации зонального метода получены зависимости изменения линейного размера частицы свекловичного жома по пространственной координате  $x$  и ее влагосодержания в процессе сушки. При постоянных значениях влагосодержания и размеров стороны высушиваемой частицы на каждом шаге методом машинного эксперимента найдены текущие значения коэффициента фазового превращения при условии максимального сближения расчетных и экспериментальных данных. Предлагаемый метод расчета распределения температурных полей и полей влагосодержаний при конвективной сушке свекловичного жома в переменных режимах с использованием трехмерного уравнения теплопроводности показал соответствие расчетных и экспериментальных данных с погрешностью моделирования 8–10 %. Полученные результаты были использованы при разработке двухступенчатого способа сушки свекловичного жома. Предлагаемый метод расчета двухступенчатой сушки свекловичного жома позволил обеспечить максимальное кинетическое соответствие при практической реализации температурных режимов в области допустимых технологических свойств высушиваемого продукта.

**Ключевые слова:** математическая модель, сушка, свекловичный жом, зональный метод, способ сушки, температура, влажность

### Distribution of temperature and moisture content fields in a rectangular beet pulp particle during convection drying

Aleksandr N. Ostrikov	<sup>1</sup>	<a href="mailto:ostrikov27@yandex.ru">ostrikov27@yandex.ru</a>
Aleksander A. Shevtsov	<sup>1</sup>	<a href="mailto:shevalol@rambler.ru">shevalol@rambler.ru</a>
Aleksei V. Drannikov	<sup>1</sup>	<a href="mailto:drannikov@list.ru">drannikov@list.ru</a>
Aleksandr V. Kvasov	<sup>1</sup>	<a href="mailto:alex-kvasov1994@yandex.ru">alex-kvasov1994@yandex.ru</a>

<sup>1</sup> Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

**Summary.** The mathematical model describing distribution of fields of temperatures and moisture contents in a particle of a squared beet press at convective drying is given. As the initial equations the differential equations of material and thermal balances in which transfer of warmth and weight is caused by phase transformations have been accepted. The algorithm of the numerical solution of a non-stationary regional problem of heat conductivity with variable heat and mass transfer coefficients of the dried-up product, boundary and entry conditions and also phase transition with mobile limit of the section of phases is developed for the solution of mathematical model. At the same time the initial system of the equations is given to a dimensionless look. For the solution of a problem of non-stationary heat conductivity the zone method of calculation of temperature fields when drying a beet press is used. Process of drying broke into some time intervals. Within each interval geometrical form of a particle, its density, heatphysical and mass-exchanged characteristics; initial distribution of temperature and moisture content on particle volume and also density of a mass and thermal stream with the evaporated moisture are constant. The zone method of the solution of a problem of the non-stationary three-dimensional equation of heat conductivity for a parallelepiped taking into account internal sources of warmth has been checked on experimental data of stationary drying of a beet press with use of basic data. For realization of a zone method dependences of change of the linear size of a particle of a beet press on spatial coordinate  $x$  and its moisture content in the course of drying are received. At constant values of moisture content and the sizes of

Для цитирования

Остриков А.Н., Шевцов А.А., Дранников А.В., Квасов А.В. Распределение полей температур и влагосодержаний в частице свекловичного жома прямоугольной формы при конвективной сушке // Вестник ВГУИТ. 2018. Т. 80. № 1. С. 11–19. doi:10.20914/2310-1202-2018-1-11-19

For citation

Ostrikov A.N., Shevtsov A.A., Drannikov A.V., Kvasov A.V. Distribution of temperature and moisture content fields in a rectangular beet pulp particle in convection drying. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET]. 2018. vol. 80. no. 1. pp. 11–19. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2018-1-11-2

the party of the dried-up particle on each step the method of a machine experiment has found the current values of coefficient of phase transformation on condition of the maximum rapprochement of settlement and experimental data. The offered method of calculation of distribution of temperature fields and fields moisture containing at convective drying of a beet press in the variable modes with use of the three-dimensional equation of heat conductivity has shown compliance of settlement and experimental data with a margin error of modeling 8–10%. The received results have been used when developing a two-level way of drying of a beet press. The offered method of calculation of two-level drying of a beet press has allowed to provide the maximum kinetic compliance at implementation of temperature conditions in the field of admissible technological properties of the dried-up product.

**Keywords:** mathematical model, drying, beet pulp, zone method, way of drying, temperature, humidity

## Введение

Процесс конвективной сушки дисперсного материала заключается в переводе влаги, находящейся в капиллярно-пористом теле, в парообразное состояние и удаления образующегося пара во внешнюю, окружающую среду. Наличие фазовых превращений, неоднородности и включений (капельки, пузырьки, твердые частицы) существенным образом осложняет математическое моделирование процесса сушки. Более того, технологические требования сушки подавляющего большинства продуктов растительного происхождения приводят к необходимости применения переменных (ступенчатых) режимов [1, 11–14]. Поэтому вопросы математического описания процессов сушки при различных технологических параметрах в условиях стационарного режима и их использования для моделирования процессов сушки в переменном режиме приобретают принципиальное значение в решении оптимизационных задач.

Весьма перспективным в этом направлении является представление непрерывного процесса в виде дискретных значений по времени, когда задается временной интервал дискретизации, в котором параметры сушильного агента и теплофизические характеристики продукта принимают фиксированные значения. В основе восстановления непрерывного процесса сушки по его временным интервалам использована теория аппроксимации, то есть приближение описания математического объекта сушки к исходному с допустимой погрешностью [1, 2, 9, 10].

Как правило, температурные режимы при сушке пищевого растительного сырья определяют интенсивность и продолжительность процесса, а значения температурных градиентов в продукте определяют его качество. Из-за сложности экспериментального определения полей температур в единичных частицах принципиально важным является разработка методов моделирования, обеспечивающих высокую точность и достоверность полученных результатов, что непосредственно связано с разработкой сушильной техники нового поколения.

## Постановка задачи.

Частица жома представляется в форме параллелепипеда, в которой перенос теплоты и массы обусловлен фазовыми превращениями и описывается дифференциальными уравнениями материального и теплового балансов [2, 4, 7]:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \text{div} \left[ k(C, T) \cdot (\text{grad } C + \delta_T(C, T) \text{grad } T) \right] \quad (1)$$

$$c \rho_o \frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div} (\lambda(C, T) \cdot \text{grad } T) + q \rho_o \frac{\partial C}{\partial \tau} \quad (2)$$

где  $C$  – концентрация распределяемой влаги, кг/кг;  $T$  – температура, К;  $\tau$  – время, с;  $\rho_o \frac{\partial C}{\partial \tau}$  – действующий в данной точке сток теплоты, Вт/м<sup>3</sup>;  $q$  – удельная теплота фазового превращения  $q = \varepsilon c$ , ( $\varepsilon$  – критерий фазового превращения,  $\varepsilon = D_1/(D_1 + D_2)$  – соотношение потоков парообразной фазы (индекс 1) и жидкой фазы (индекс 2);  $c$  – удельная теплота парообразования, кДж/кг;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности сухого продукта, Вт/(м·К);  $k$  – коэффициент массопроводности, м<sup>2</sup>/с;  $\delta_T = (\Delta u / \Delta t) q_m = 0$  – относительный коэффициент термодиффузии влажного материала, кг вл./кг сух. вещ.·К).

Для достижения кинетического соответствия между расчетными и экспериментальными данными в каждой точке частицы свекловичного жома в момент времени  $\tau = 0$  задаются: координаты в трехмерном пространстве,  $-l_1 \leq x \leq l_1$ ,  $-l_2 \leq y \leq l_2$ ,  $-l_3 \leq z \leq l_3$ ; начальная температура  $t_n$ , постоянная по всему объему частицы. Считается, что для любого  $\tau$  на интервале времени  $[0, \tau_k]$ , где  $\tau_k$  – время сушки, известны скорость сушки продукта  $\partial u(t)/\partial \tau$  и изменение линейных размеров частицы высушиваемого продукта от времени:  $l_1 = l_1(\tau)$ ,  $l_2 = l_2(\tau)$ ,  $l_3 = l_3(\tau)$ . На границах прямоугольной частицы происходит теплообмен со средой, имеющую температуру  $t_c$ , по закону Ньютона [3].

В соответствии с математической постановкой задачи моделирования (1)–(2) предлагается алгоритм численного решения нестационарной

краевой задачи теплопроводности с переменными теплообменными коэффициентами высушиваемого продукта, граничными и начальными условиями, а также фазовым переходом с подвижной границей раздела фаз [1, 6, 7].

Уравнение теплопроводности с подвижными границами, при условии, что теплообменные коэффициенты постоянны на интервале времени  $[0, \tau_k]$ ,  $\tau_k \leq \tau_k$  представлялось в виде уравнения теплопроводности с неподвижными границами

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\varepsilon r_c}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau} \quad (3)$$

с начальным условием

$$t = t_n \text{ при } \tau = 0; \quad (4)$$

и граничными условиями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial x} - \alpha(t - t_c) &= 0 \text{ при } x = -l; \\ \frac{\partial t}{\partial x} + k(t - t_c) &= 0 \text{ при } x = l; \\ \frac{\partial t}{\partial y} - \alpha(t - t_c) &= 0 \text{ при } y = -l; \\ \frac{\partial t}{\partial y} + k(t - t_c) &= 0 \text{ при } y = l; \\ \frac{\partial t}{\partial z} - \alpha(t - t_c) &= 0 \text{ при } z = -l; \\ \frac{\partial t}{\partial z} - k(t - t_c) &= 0 \text{ при } z = l, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $a = \lambda / c\rho_0$  – коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;

Система уравнений (3)–(5) приведена к безразмерному виду:

$$\frac{\partial T}{\partial \text{Fo}} = \Delta T - \varepsilon \text{Ko} \frac{\partial U}{\partial \text{Fo}} \quad (6)$$

$$T|_{\text{Fo}=0} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X=-1} + \text{Bi}(1 - T|_{X=-1}) &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X=1} - \text{Bi}(1 - T|_{X=1}) &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_{Y=-1} + \text{Bi}(1 - T|_{Y=-1}) &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_{Y=1} - \text{Bi}(1 - T|_{Y=1}) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{Z=-1} + \text{Bi}(1 - T|_{Z=-1}) = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{Z=1} - \text{Bi}(1 - T|_{Z=1}) = 0$$

где  $X = x/R$ ,  $Y = y/R$ ,  $Z = z/R$  – безразмерные координаты,  $R$  – половина стороны частицы;  $T = \frac{t - t_n}{t_c - t_n}$  – безразмерная температура;  $U = \frac{u_n - u}{u_n - u_p}$  – безразмерное влагосодержание;  $t_c, u_p$  – значения температуры среды и конечного влагосодержания;  $\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа;  $\text{Fo} = a\tau / R^2$  – критерий Фурье;  $\text{Bi} = \alpha R / \lambda$  – теплообменный критерий Био;  $U = U(\tau)$  – заданная функция.

Для решения задачи нестационарной теплопроводности (3) – (8) использован зональный метод расчета температурных полей [2, 4] при сушке свекловичного жома. Процесс сушки разбивался на некоторые временные интервалы  $\Delta \tau_j = \tau_j - \tau_{j-1}$  ( $\tau_{j-1} < \tau_j$ ,  $j = \overline{0, k}$ ), В пределах каждого интервала геометрическая форма частицы, ее плотность, теплофизические и массообменные характеристики; начальное распределение температуры и влагосодержания по объему частицы, а также плотность массового и теплового потока с испарившейся влагой постоянны.

### Алгоритм решения

Решения задачи выполняется в следующей последовательности [2, 8]:

1. Предполагается, что на некоторой временной сетке  $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_J$ , где  $\tau_0 = 0$ ,  $\tau_J = \tau_k$  известны значения влагосодержания частицы высушиваемого жома  $U_j$  и размеры ее сторон  $l_{1,j}$ ,  $l_{2,j}$ ,  $l_{3,j}$  для всех  $j = \overline{0, J}$ . Используя сплайн – функции [7] устанавливаются функциональные связи  $U = U(\tau)$ ,  $l_1 = l_1(\tau)$ ,  $l_2 = l_2(\tau)$ ,  $l_3 = l_3(\tau)$ .

2. За начальные значения температуры и влагосодержания свекловичного жома принимаются их значения при загрузке в сушилку.

3. . Время сушки разбивается на  $k$  интервалов. Для каждого интервала линейные размеры частицы  $l_{1,i}$ ,  $l_{2,j}$ ,  $l_{3,i}$  теплофизические параметры: удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности, а также коэффициент теплообмена с окружающей средой, коэффициент фазового превращения принимаются постоянными.

4. Выполняется расчет изменения поля температуры на интервале  $\Delta\tau_j = \tau_{j+1} - \tau_j$  и находится среднее значение температуры частицы высушиваемого жома.

Если  $U > U_K$ , то расчет проводится для следующего участка, а в качестве начальных условий принимают: для температуры – среднее значение температуры высушиваемого продукта на предыдущем временном интервале  $T_n = T_{n,j} = T_{cp}(\tau_{j+1})$ , а для влагосодержания – значение, рассчитанное по формуле  $U_n = U_{n,j} = U(\tau_{j+1})$ . Рассмотрено нестационарное трехмерное уравнение теплопроводности для параллелепипеда

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_v \quad (9)$$

$$\left[ \pm \lambda \frac{\partial T}{\partial n} + \alpha_{0n,ln} T \right]_{n=0,ln} = q_{0n,ln}, \quad n = x, y, z \quad (10)$$

$$T(x, y, z)|_{\tau=0} = T_0 \quad (11)$$

здесь  $q_v = \frac{\varepsilon r_c}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau}$

При численном решении по локально-одномерной схеме вводилась сеточная функция  $u_{n,m,k}^j$ , соответствующая температуре  $T(x_n, y_m, z_k, \tau_j)$ ;

$$\begin{aligned} x_n &= (n-1)h_x, \quad y_m = (m-1)h_y, \\ z_k &= (k-1)h_z \end{aligned} \quad (12)$$

где  $n = \overline{1, N}$ ,  $m = \overline{1, M}$ ,  $k = \overline{1, K}$ .

При построении конечно – разностной схемы применялись следующие сеточные аппроксимации для производных  $\frac{\partial u}{\partial \tau}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  (здесь  $u = (x, \tau)$  – некоторая функция пространственной координаты  $x$  и времени  $\tau$ ):

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{u(x, \tau) - u(x, \tau - \Delta\tau)}{\Delta\tau} \quad (13)$$

– разностное отношение назад;

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x+h, \tau) - u(x-h, \tau)}{2h} \quad (14)$$

– центрально-разностное отношение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u(x+h, \tau) - 2u(x, \tau) + u(x-h, \tau)}{h^2} \quad (15)$$

– симметричное разностное отношение второго порядка.

Локально-одномерная схема при пространственной сетке равномерной по каждой из координат  $x, y, z$  имеет вид:

уравнения для первой промежуточной сеточной функции  $V_{n,m,k}^j$

$$\begin{aligned} V_{n,m,k}^j - \left( 1 + \frac{\alpha_{0x} h_x}{\lambda} + \frac{c\rho h_x^2}{2\lambda\Delta\tau} \right) V_{1,m,k}^j + \\ + \frac{q_{0x} h_x}{\lambda} + \frac{h_x^2}{2\lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c\rho}{\Delta\tau} u_{1,m,k}^{j-1} \right) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} V_{n+1,m,k}^j - \left( 2 + \frac{c\rho h_x^2}{\lambda\Delta\tau} \right) V_{n,m,k}^j + V_{n-1,m,k}^j + \\ + \frac{h_x^2}{\lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c\rho}{\Delta\tau} u_{n,m,k}^{j-1} \right) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$n = 2, \dots, N-1$

$$\begin{aligned} - \left( 1 + \frac{\alpha_{lx} h_x}{\lambda} + \frac{c\rho h_x^2}{2\lambda\Delta\tau} \right) V_{N,m,k}^j + V_{N-1,m,k}^j + \\ + \frac{q_{lx} h_x}{\lambda} + \frac{h_x^2}{2\lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c\rho}{\Delta\tau} u_{N,m,k}^{j-1} \right) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

уравнения для второй промежуточной сеточной функции  $W_{n,m,k}^j$

$$\begin{aligned} W_{n,2,k}^j - \left( 1 + \frac{\alpha_{0y} h_y}{\lambda} + \frac{c\rho h_y^2}{2\lambda\Delta\tau} \right) W_{n,1,k}^j + \\ + \frac{q_{0y} h_y}{\lambda} + \frac{h_y^2}{2\lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c\rho}{\Delta\tau} V_{n,1,k}^{j-1} \right) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} W_{n,m+1,k}^j - \left( 2 + \frac{c\rho h_y^2}{\lambda\Delta\tau} \right) W_{n,m,k}^j + \\ + W_{n,m-1,k}^j + \frac{h_y^2}{\lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c\rho}{\Delta\tau} V_{n,m,k}^{j-1} \right) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$m = 2, \dots, M-1$

$$\begin{aligned} - \left( 1 + \frac{\alpha_{ly} h_y}{\lambda} + \frac{c\rho h_y^2}{2\lambda\Delta\tau} \right) W_{n,M,k}^j + W_{n,M-1,k}^j + \\ + \frac{q_{ly} h_y}{\lambda} + \frac{h_y^2}{2\lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c\rho}{\Delta\tau} V_{n,M,k}^{j-1} \right) = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

уравнения для искомой сеточной функции  $u_{n,m,k}^j$

$$u_{n,m,2}^j \left( 1 + \frac{\alpha_{0z} h_z}{\lambda} + \frac{c \rho h_z^2}{2 \lambda \Delta \tau} \right) u_{n,m,1}^j + \frac{q_{0z} h_z}{\lambda} + \frac{h_z^2}{2 \lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c \rho}{\Delta \tau} W_{n,m,1}^{j-1} \right) = 0 \quad (22)$$

$$u_{n,m,k+1}^j - \left( 2 + \frac{c \rho h_z^2}{\lambda \Delta \tau} \right) u_{n,m,k}^j + u_{n,m,k-1}^j + \frac{h_z^2}{\lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c \rho}{\Delta \tau} W_{n,m,k}^{j-1} \right) = 0 \quad (23)$$

$k = 2, \dots, K-1$

$$- \left( 1 + \frac{\alpha_{lz} h_z}{\lambda} + \frac{c \rho h_z^2}{2 \lambda \Delta \tau} \right) u_{n,m,K}^j + u_{n,m,K-1}^j + \frac{q_{lz} h_z}{\lambda} + \frac{h_z^2}{2 \lambda} \left( \frac{q_v}{3} + \frac{c \rho}{\Delta \tau} W_{n,m,K}^{j-1} \right) = 0 \quad (24)$$

На каждом интервале времени для расчета разностного решения  $u_{n,m,k}^j$  сначала «прогонками по направлениям, параллельным оси  $x$ », определялась первая промежуточная функция  $V_{n,m,k}^j$ , затем «прогонками по направлениям, параллельным оси  $y$ », определялась вторая промежуточная функция  $W_{n,m,k}^j$  и, наконец, «прогонками по направлениям, параллельным оси  $z$ », находилось искомое решение  $u_{n,m,k}^j$ . При этом сеточная функция  $V_{n,m,k}^j$  записывалась на место функции  $u_{n,m,k}^{j-1}$ , функция  $W_{n,m,k}^j$  — на место  $V_{n,m,k}^j$ , а функция  $u_{n,m,k}^j$  — на место  $W_{n,m,k}^j$ . Поэтому для хранения сеточной функции температур использовался лишь один трехмерный массив Уразмерами  $N \times M \times K$ .

Определение температуры, влагосодержания и линейного размера частицы на каждом временном интервале осуществлялось по сеточным функциям  $V_{n,m,k}^j$ ,  $W_{n,m,k}^j$ ,  $u_{n,m,k}^j$ . Внутри каждой из них проводились прогонки по какому-либо одному направлению [7]. Поскольку при этом для каждого направления ( $x$ ,  $y$  или  $z$ ) перебирались все параллельные ему «стержни», то внутри каждой из частей были организованы циклы по номерам точек разбиения в плоскости, перпендикулярной направлению

прогонки. Например, при расчете  $V_{n,m,k}^j$  прогонками по  $x$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) в циклах перебирались все номера  $m$  и  $k$  в сечении  $yOz$ . Наконец, внутри этих циклов действовали циклы для формирования коэффициентов  $d_n$  разностных уравнений канонического вида. В результате решения трех диагональной системы разностных уравнений методом прогонки получался трехмерный массив  $U$ , который выводился на печать.

Зональный метод решения задачи нестационарного трехмерного уравнения теплопроводности для параллелепипеда с учетом внутренних источников теплоты [5] был проверен по экспериментальным данным стационарной сушки свекловичного жома с использованием исходных данных (таблица 1). Для реализации зонального метода получены зависимости изменения линейного размера частицы свекловичного жома по пространственной координате  $x$  и ее влагосодержания в процессе сушки (рисунок 1 и 2).

При постоянных значениях влагосодержания и размеров стороны высушиваемой частицы на каждом шаге методом машинного эксперимента найдены текущие значения коэффициента фазового превращения при условии максимального сближения расчетных и экспериментальных данных.

Зависимость изменения коэффициента фазового превращения от времени сушки соответствует данным, полученным А.С. Гинзбургом [6], где отмечается, что коэффициент фазового превращения в общем виде является функцией влагосодержания и температуры  $\varepsilon = \varepsilon(u, T)$ . При увеличении влажности  $\varepsilon$  резко увеличивается, при значительной влажности  $\varepsilon \approx 0$ , то есть влага перемещается в материале, в основном, в виде жидкости.

Предлагаемый метод расчета распределения температурных полей и полей влагосодержающий при конвективной сушке свекловичного жома в переменных режимах с использованием трехмерного уравнения теплопроводности показал соответствие расчетных и экспериментальных данных с погрешностью моделирования 8–10 %.

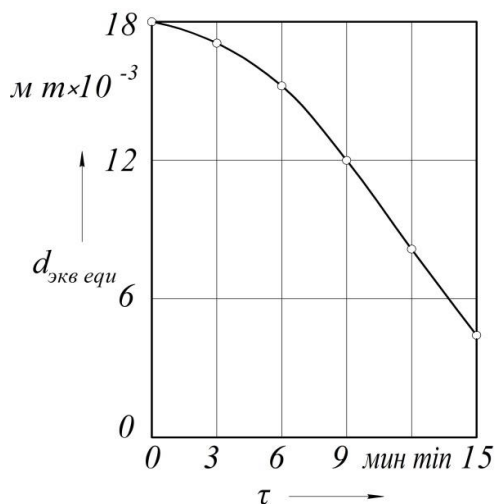


Рисунок 1. Изменение линейного размера частицы  
Figure 1. The change in the linear dimension of the particle

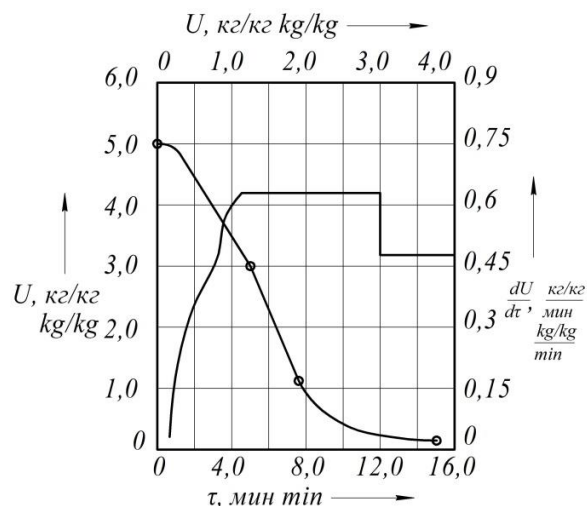


Рисунок 2. Кривые сушки и скорости сушки  
Figure 2. Drying curves and drying rates

Таблица 1.

Экспериментальные данные стационарной сушки свекловичного жома

Table 1.

Experimental data of stationary drying of beet pulp

Наименование параметра Parameter name	Обозначение Notation	Единица измерения Unit of measurement	Значение, интервал Value, Interval	
			НС	ВС
Время сушки   Drying time	$\tau_k$	мин   min	6,0	9,0
Начальное влагосодержание жома Initial moisture content of pulp	$U_n$	кг/кг   kg/kg	5,0	3,0
Начальная температура жома The initial temperature of pulp	$T_n$	°C	40	70
Удельная теплоемкость жома Specific heat of pulp	$c$	Дж/(кг·K)   J/(kg·K)	3100	2400
Плотность продукта   Product density	$\rho_o$	кг/м³   kg/m³	1050	1280
Коэффициент теплопроводности сухого жома Coefficient of thermal conductivity of dry pulp	$\lambda$	Вт/(м·K)   W/(m·K)	0,45	0,55
Температура теплоносителя Coolant temperature	$T_c$	°C	80	140
Коэффициент теплообмена с теплоносителем Heattransfer coefficient with coolant	$\alpha$	Вт/(м²·K)   W/(m²·K)	16,3	46,6
Удельная теплота парообразования Specific heat of vaporization	$r_c$	кДж/кг   kJ/kg	2300	
Коэффициент фазового превращения Coefficient of phase transformation	$\varepsilon$	—	0–1	

Полученные результаты были использованы при разработке двухступенчатого способа сушки свекловичного жома (рисунок 3)

В низкотемпературную сушилку 2 поступает влажный свекловичный жом, где осуществляется

его предварительная сушка воздухом, подаваемым из теплообменника-утилизатора 6.

Затем подсушенный жом направляется в высокотемпературную сушилку 1, в которой происходит окончательная сушка материала перегретым паром.

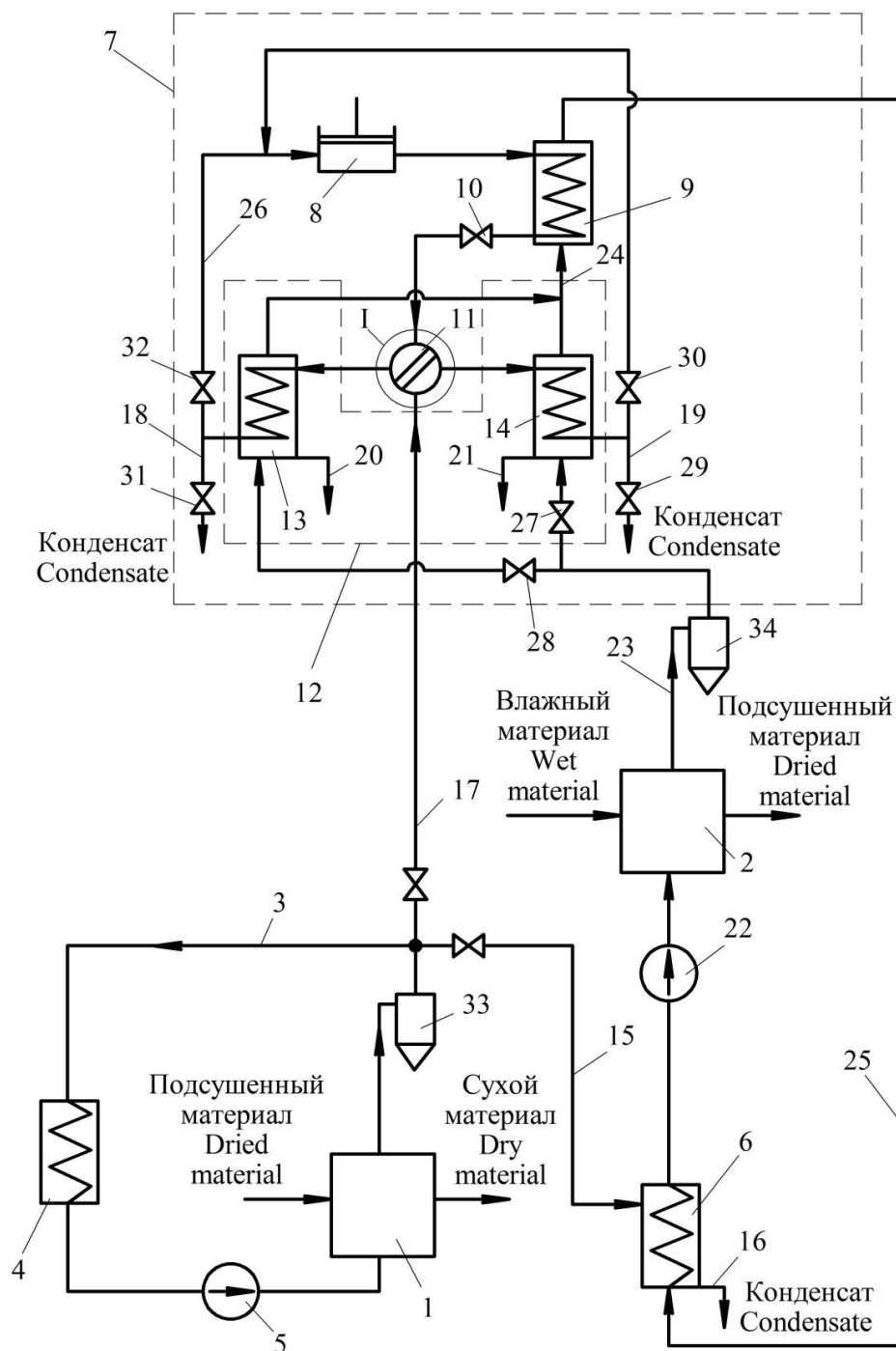


Рисунок 3. Структурная схема двухступенчатого способа сушки свекловичного жома: 1 –высокотемпературная сушилка (BC); 2 –низкотемпературная сушилка (HC); 4 –пароперегреватель; 5,22 –вентилятор; 6 –теплообменник-утилизатор; 7 –теплонасосная установка; 8 –компрессор; 9 –конденсатор; 10 – терморегулирующий вентиль; 11 – двухпозиционный переключатель; 12 –испаритель; 13 –рабочая секция испарителя; 14 –резервная секция испарителя; 18,19 –линии отвода конденсата; 20,21 –линии отвода воды; 26 –контур циркуляции хладагента; 27 –32 –запорно-регулирующая арматура; 33,34 –циклон; линии подачи отработанного перегретого пара: 3 – в пароперегреватель; 15 – в теплообменник-утилизатор; 17 – в резервную секцию испарителя; линия подачи воздуха: 23 – циклон; 24 – в конденсатор; 25 – в теплообменник-утилизатор

Figure 3. Structural diagram of a two-stage method for drying beet pulp: 1 –high-temperature dryer (BC); 2 –low-temperature dryer (HC); 4 –superheater; 5,22 –the fan; 6 –heat exchanger-utilizer; 7 –heat pump plant; 8 – the compressor; 9 – the condenser; 10 – thermostatic valve; 11 –two-positions switch; 12 –evaporator; 13 –working section of the evaporator; 14 –spare evaporator section; 18,19 –condensate discharge lines; 20,21 –water discharge lines; 26 –refrigerant circuit; 27 –32 –shut-off and control valves; 33,34 –cyclone; hot superheated steam supply lines: 3 –super heater; 15 –in heat exchanger-utilizer; 17 –to the evaporator backup section; air supply line: 23 –cyclone; 24 –in the condenser; 25 –to heat exchanger-utilizer

Выходящий из высокотемпературной сушилки отработанный перегретый пар проходит через циклон 33, и далее одна его часть по линии 3 подается в пароперегреватель 4, где осуществляется его перегрев. Вентилятором 5 перегретый пар нагнетается в сушилку 1. Другая часть отработанного перегретого пара в количестве, равном испаренной влаге из материала в высокотемпературной сушилке, делится на два потока.

Отработанный воздух из низкотемпературной сушилки 2 по линии 23 направляется для очистки в циклон 34, а затем в рабочую секцию 13 испарителя 12, где происходит его осушение и охлаждение. После этого воздух по линии 24 подается для нагрева сначала в конденсатор 9 теплонасосной установки 7, а затем в

теплообменник-утилизатор 6 по линии 25. Нагретый и осушенный воздух вентилятором 22 возвращается в низкотемпературную сушилку 2 с образованием замкнутого контура.

### Заключение

Двухступенчатая сушка свекловичного жома позволяет увеличить степень использования и рекуперации теплоты отработанных теплоносителей и, тем самым, создать условия энергосберегающей технологии сушки влажного материала, а предлагаемый метод расчета позволил обеспечить максимальное кинетическое соответствие при практической реализации температурных режимов в области допустимых технологических свойств высушиваемого продукта.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Шевцов С.А., Остриков А.Н. Техника и технология сушки пищевого растительного сырья. Воронеж: ВГУИТ, 2014. 289 с.
- 2 Шевцов А.А., Дранников А.В., Лыткина Л.И., Шенцова Е.С. и др. Научно-практические основы энерго- и ресурсосберегающих процессов для получения кормовых добавок из растительного сырья. Воронеж: ВГУИТ, 2015. 268 с.
- 3 Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1986. 544 с.
- 4 Малахов Н.Н., Горбачев Н.Б., Меркушев С.И., Галаган Т. В. Математическая модель конвективной сушки овощей // Известия вузов. Пищевая технология. 2002. № 5–6. С. 81–81.
- 5 Алексанян И.Ю. Развитие научных основ процессов высокоинтенсивной сушки продуктов животного и растительного происхождения: дисс. докт. техн. наук: 05.18.12. Астрахань, 2001. 266 с.
- 6 Гинзбург А.С., Громов М.А., Красовская Г.И. Теплофизические характеристики пищевых продуктов: Справочник. М.: Агропромиздат, 1990. 287 с.
- 7 Лыков А.В. Тепломассообмен. М.: Энергия, 1978. 479 с.
- 8 Шевцов А. А., Дранников А. В., Ткач В. В., Сердюкова Н. А. Резервы энергоэффективности конвективной сушки дисперсных материалов при переменных режимах // Вестник ВГУИТ. 2017. № 2. С. 17 – 23.
- 9 Дранников А. В., Костина Е. В., Дерканосова А. А., Бородовицын А. М. Управление процессом сушки высоковлажных дисперсных материалов при пониженном давлении сушильного агента // Автоматизация. Современные технологии. 2017. № 6. С. 248 – 253.
- 10 Дранников А. В., Костина Е. В., Бородовицын А. М., Полухин М. В. и др. Кинетика влагоудаления и определение продолжительности процесса сушки высоковлажных дисперсных материалов // Известия вузов. Пищевая технология. 2017. № 2-3. С. 78 – 82.
- 11 Shevtsov A.A., Drannikov A.V., Derkanosova A.A., Borodovitsyn A.M. et al. Preparation and application of fodder vitamin additive choline chloride B4 on the basis of dried beet pulp in premix composition // International Journal of Pharmaceutical Research & Allied Sciences. 2017. № 6(1). P. 217-226.

- 12 Shevtsov A., Drannikov A., Derkanosova A., Korotaeva A. et al. Study of the basic modes of drying of high-moisture disperse materials of vegetable origin // The 1st International Academic Conference «Science and Education in Australia, America and Eurasia: Fundamental and Applied Science». Australia, Melbourne. 2014. P. 173-176.

- 13 Zhu A., Shen X. The model and mass transfer characteristics of convection drying of peach slices // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2014. V. 72. P. 345-351.

- 14 Nachaisin M., Jamradloedluk J., Niamnuy C. Application of Combined Far- Infrared Radiation and Air Convection for Drying of Instant Germinated Brown Rice // Journal of Food Process Engineering. 2016. V. 39. № 3. P. 306-318.

### REFERENCES

- 1 Shevtsov S.A., Ostrikov A.N. . Tekhnika i tekhnologiya sushki pishhevogo rastitel'nogo syr'ya [Technique and technology of drying food plant raw materials] Voronezh, VGUIT, 2014. 289 p. (in Russian)
- 2 Shevtsov A.A., Drannikov A.V., Lytkina L.I., Shentsova E.S. et al. Nauchno-prakticheskoe obosnovanie energo- i resursosberegayushchikh protsessov [Scientific and practical foundations of energy and resource-saving processes for obtaining feed additives from plant raw materials] Voronezh, VGUIT, 2015. 268 p. (in Russian)
- 3 Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. Spravochnik po matematike [Handbook of Mathematics] Moscow, Nauka, 1986. 544 p. (in Russian)
- 4 Malakhov N.N., Gorbachev N.B., Merkushev S.I., Galagan T. V. Mathematical model of convective drying of vegetables. *Izvestiya vuzov* [News of higher education institutions. Food technology] 2002. no. 5–6. pp. 81–81. (in Russian)
- 5 Aleksanyan I.U. Razvitie nauchnih osnov processov vysokointensivnoy sushki productov zivotnogo i rastitelnogo proishojdeniya [Development of scientific bases of high-intensity drying processes of animal and vegetable products] Astrakhan, 2001. 266 p. (in Russian)
- 6 Ginzburg A.S., Gromov M.A., Krasovskaya G.I. Teplofizicheskie kharakteristiki [Thermophysical characteristics of food products] Moscow, Agropromizdat, 1990. 287 p. (in Russian)
- 7 Lykov A.V. Teplomassoobmen [Heat and mass transfer] Moscow, Energia, 1978. 479 p. (in Russian)



8 Shevtsov A. A., Drannikov A. V., Tkach V. V., Serdyukova N. A. Reserves of efficiency of the convective drying of dispersed materials under variable regimes. *Vestnik VGUET* [Proceedings of VSUET] 2017. no. 2. pp. 17 – 23. (in Russian)

9 Drannikov A. V., Kostina E. V., Derkanosova A. A., Bordovitsyn A. M. Managing the process of moisture drying of dispersed materials under reduced pressure, drying agent. *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii* [Automation. Modern technology] 2017. no. 6. pp. 248 – 253. (in Russian)

10 Drannikov A. V., Kostina E. V., Bordovitsyn A. M., Polukhin M. V. et al. Kinetics of dehumidification and define the duration of the drying process moisture dispersion materials *Izvestiya vuzov* [News of higher education institutions. Food technology] 2017. no. 2-3. pp. 78 – 82. (in Russian)

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Александр Н. Остриков** д.т.н., профессор, кафедра технологии жиров, процессов и аппаратов пищевых и химических производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, [ostrikov27@yandex.ru](mailto:ostrikov27@yandex.ru)

**Александр А. Шевцов** д.т.н., профессор, кафедра технологии жиров, процессов и аппаратов пищевых и химических производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, [shevalol@rambler.ru](mailto:shevalol@rambler.ru)

**Алексей В. Дранников** д.т.н. профессор, кафедра машин и аппаратов пищевых производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, [drannikov@list.ru](mailto:drannikov@list.ru)

**Александр В. Квасов** магистр, кафедра биохимии и биотехнологии, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, [alex-kvasov1994@yandex.ru](mailto:alex-kvasov1994@yandex.ru)

#### КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

**Александр Н. Остриков** предложил методику проведения эксперимента

**Александр А. Шевцов** обзор литературных источников по исследуемой проблеме, провёл эксперимент, выполнил расчёты

**Алексей В. Дранников** консультация в ходе исследования

**Александр В. Квасов** написал рукопись, корректировал её до подачи в редакцию и несёт ответственность за плагиат

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 25.01.2018

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 19.02.2018

11 .Shevtsov A.A., Drannikov A.V., Derkanosova A.A., Borodovitsyn A.M. et al. Preparation and application of fodder vitamin additive choline chloride B4 on the basis of dried beet pulp in premix composition. *International Journal of Pharmaceutical Research & Allied Sciences*. 2017. no. 6(1). pp. 217-226.

12. Shevtsov A., Drannikov A., Derkanosova A., Korotaeva A. et al. Study of the basic modes of drying of high-moisture disperse materials of vegetable origin // The 1st International Academic Conference «Science and Education in Australia, America and Eurasia: Fundamental and Applied Science». Australia, Melbourne. 2014. pp. 173-176

13 Zhu A., Shen X. The model and mass transfer characteristics of convection drying of peach slices. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014. vol. 72. pp. 345-351.

14 Nachaisin M., Jamradloedluk J., Niamnuy C. Application of Combined Far-Infrared Radiation and Air Convection for Drying of Instant Germinated Brown Rice. *Journal of Food Process Engineering*. 2016. vol. 39. no. 3. pp. 306-318.

#### INFORMATION ABOUT AUTHORS

**Aleksandr N. Ostrikov** Dr. Sci. (Engin.), professor, technology fats, process and apparatus of chemistry and food technology department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, [ostrikov27@yandex.ru](mailto:ostrikov27@yandex.ru)

**Aleksandr A. Shevtsov** Dr. Sci. (Engin.), professor, technology fats, process and apparatus of chemistry and food technology department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, [shevalol@rambler.ru](mailto:shevalol@rambler.ru)

**Aleksei V. Drannikov** Dr. Sci. (Engin.), professor, machinery and food production machines department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, [drannikov@list.ru](mailto:drannikov@list.ru)

**Alexander V. Kvasov** master student, biochemistry and biotechnology department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, [alex-kvasov1994@yandex.ru](mailto:alex-kvasov1994@yandex.ru)

#### CONTRIBUTION

**Aleksandr N. Ostrikov** proposed a scheme of the experiment and organized production trials

**Aleksandr A. Shevtsov** review of the literature on an investigated problem, conducted an experiment, performed computations

**Aleksei V. Drannikov** consultation during the study

**Aleksandr V. Kvasov** wrote the manuscript, correct it before filing in editing and is responsible for plagiarism

#### CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 1.25.2018

ACCEPTED 2.19.2018