

Информационные технологии, моделирование и управление

УДК 519.6

Профессор В.Н. Колодежнов, аспирант А.С. Веретенников
(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра теоретической механики,
тел. 8 (473) 255-55-57

Методика нахождения параметров реологической модели жидкости, которая демонстрирует проявление эффекта “отвердевания”, на основе анализа расходно-перепадной характеристики канала

Рассматривается методика определения параметров реологической модели жидкости, которая демонстрирует эффект “отвердевания”. Приводится пример использования предложенного алгоритма.

We consider a method for determining the parameters of a rheological model of the fluid, which demonstrates the effect of “solidification”. Example on the use of the proposed algorithm is given.

Ключевые слова: определение параметров реологической модели, эффект “отвердевания”.

Большое количество экспериментальных данных свидетельствуют о том, что многие суспензии на основе мелкодисперсных частиц проявляют аномальное реологическое поведение [1-5], сущность которого заключается в следующем. В зависимости от диапазона изменения величины скорости сдвига кривые течения для таких сплошных сред демонстрируют два участка с различным характером изменения эффективной вязкости. На первом участке вязкость снижается до некоторого минимального значения, а на втором – возрастает. При этом приближение скорости сдвига к некоторому максимальному по модулю значению приводит к резкому увеличению крутизны кривой течения, что может быть интерпретировано как проявление эффекта “отвердевания”.

В [6] была предложена реологическая модель суспензий мелкодисперсных частиц, демонстрирующих проявление эффекта “отвердевания”. Однако прямое использование этой модели встречает определенные трудности, связанные с отсутствием методики нахождения ее констант на основе обработки экспериментальных данных.

Далее рассмотрены особенности зависимости объемного расхода от перепада давления, прикладываемого к цилиндрическому каналу. Для жидкости с реологической моделью [6], которая демонстрирует проявление эффекта “отвердевания”, в [7] решена задача о ее течении в цилиндрическом канале и получены выражения для определения объемного расхода в зависимости от прикладываемого к каналу перепада давления. В частности показано, что для различных наборов исходных параметров и диапазонов изменения перепада давления в канале могут быть реализованы три схемы течения, для каждой из которых объемный расход подчиняется вполне конкретной закономерности. Иначе говоря, влияние перепада давления Δp на объемный расход жидкости Q структурно можно представить в виде [7] с тремя участками различного вида функциональной зависимости:

$$Q(\Delta p) = \begin{cases} Q_1(\Delta p); & 0 \leq \Delta p \leq \Delta p_{crit1}; \\ Q_2(\Delta p); & \Delta p_{crit1} \leq \Delta p \leq \Delta p_{crit2}; \\ Q_3(\Delta p); & \Delta p \geq \Delta p_{crit2}; \end{cases} \quad (1)$$

$$Q_1 = \frac{\pi \cdot R^3 \cdot n_1 \cdot \dot{\gamma}_{crit1}}{1 + 3 \cdot n_1} \cdot \left[\frac{La \cdot (1 + B) \cdot G}{8} \right]^{\frac{1}{n_1}}; \quad (2)$$

$$Q_2 = \pi \cdot R^3 \cdot \dot{\gamma}_{crit2} \cdot (C_1 + C_2 - C_3 - C_4 - C_5 + C_6); \quad (3)$$

$$Q_3 = \pi \cdot R^3 \cdot \dot{\gamma}_{crit2} \cdot (C_7 + R_{\mu1}^3 \cdot C_8 - R_{\mu1}^3 \cdot C_9); \quad (4)$$

$$C_1 = \frac{1 - R_{\mu1}^3}{3}; \quad C_2 = \frac{n_1 \cdot \dot{\gamma}_{crit1} \cdot R_{\mu1}^3}{\dot{\gamma}_{crit2} \cdot (1 + 3 \cdot n_1)};$$

$$C_3 = \frac{B \cdot R_{\mu1}^3 \cdot n_2 \cdot (\dot{\gamma}_{crit2} - \dot{\gamma}_{crit1})}{\dot{\gamma}_{crit2} \cdot (1 + n_2)} \cdot \left[R_{\mu1}^2 + (C_{10})^{\frac{1+n_2}{n_2}} \right];$$

$$C_4 = \frac{2 \cdot B^3 \cdot R_{\mu1}^3 \cdot n_2^2 \cdot (\dot{\gamma}_{crit2} - \dot{\gamma}_{crit1}) \cdot (C_{10})^{\frac{1+3n_2}{n_2}}}{\dot{\gamma}_{crit2} \cdot (1 + n_2) \cdot (1 + 3 \cdot n_2)};$$

$$C_5 = \frac{(1 + B) \cdot (C_{10})^{\frac{1+2n_2}{n_2}}}{B \cdot (1 + 2 \cdot n_2)};$$

$$C_6 = \frac{1 + n_2 \cdot (3 + B)}{B \cdot (1 + 2 \cdot n_2) \cdot (1 + 3 \cdot n_2)};$$

$$C_7 = \frac{R_{\mu2}^3 - R_{\mu1}^3}{3}; \quad C_8 = \frac{n_1 \cdot \dot{\gamma}_{crit1}}{\dot{\gamma}_{crit2} \cdot (1 + 3 \cdot n_1)};$$

$$C_9 = \frac{B \cdot n_2 \cdot (\dot{\gamma}_{crit2} - \dot{\gamma}_{crit1})}{\dot{\gamma}_{crit2} \cdot (1 + n_2)} \times \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot n_2 \cdot [1 + n_2 \cdot (B + 3)]}{(1 + 2 \cdot n_2) \cdot (1 + 3 \cdot n_2)} \right);$$

$$C_{10} = 1 + \frac{1}{B} \cdot \left(1 - \frac{1}{R_{\mu1}} \right); \quad B = \frac{\tau_{crit2}}{A} - 1;$$

$$A = K_1 \cdot \dot{\gamma}_{crit1}^{n_1}; \quad G = \frac{2 \cdot R}{L}; \quad La = \frac{2 \cdot \Delta p}{\tau_{crit2}};$$

$$n_2 = \frac{n_1 \cdot K_1 \cdot \dot{\gamma}_{crit1}^{n_1-1} \cdot (\dot{\gamma}_{crit2} - \dot{\gamma}_{crit1})}{(\tau_{crit2} - K_1 \cdot \dot{\gamma}_{crit1}^{n_1})};$$

$$R_{\mu1} = \frac{2 \cdot K_1 \cdot L \cdot \dot{\gamma}_{crit1}^{n_1}}{R \cdot \Delta p}; \quad R_{\mu2} = \frac{2 \cdot L \cdot \tau_{crit2}}{R \cdot \Delta p},$$

где Δp - перепад давления на длине канала; $R_{\mu1}$, $R_{\mu2}$ - радиус цилиндрических границ раздела между первой и второй, а также второй и третьей зонами течения, соответственно, La - критерий подобия Лагранжа, G - безразмерный геометрический параметр, R - радиус канала, L - длина канала, n_1 - индекс течения, K_1 - коэффициент консистенции, $\dot{\gamma}_{crit1}$ - значение скорости сдвига на границе раздела зон течения, $\dot{\gamma}_{crit2}$ - критическое значение скорости сдвига, при котором крутизна кривой те-

чения неограниченно возрастает и жидкость демонстрирует проявление эффекта "отвердевания", τ_{crit2} - значение касательного напряжения, при $|\dot{\gamma}| = \dot{\gamma}_{crit2}$, Δp_{crit1} , Δp_{crit2} - значения перепада давления на границах раздела первого - второго, а также второго - третьего участков, соответственно; A , B , $C_1 - C_{10}$, n_2 - промежуточные параметры.

В [7] было показано, что:

$$\Delta p_{crit1} = \frac{4 \cdot K_1 \cdot \dot{\gamma}_{crit1}^{n_1}}{G}; \quad \Delta p_{crit2} = \frac{4 \cdot \tau_{crit2}}{G}.$$

Зависимость (1) с учетом (2) - (4) не является монотонной. Особенность этой зависимости заключается в том, что в точке Δp_{crit2} эта функция достигает своего максимального значения $Q_{max} = Q(\Delta p_{crit2})$.

Еще одной ее особенностью является степенной характер функций (2) и (4). На первом и третьем участках обсуждаемая зависимость имеет вид:

$$Q_1(\Delta p) = D_1 \cdot \Delta p^{\frac{1}{n_1}}; \quad (5)$$

$$Q_3(\Delta p) = \frac{D_3}{\Delta p^3}; \quad (6)$$

$$D_1 = \frac{\pi \cdot R^3 \cdot n_1}{1 + 3 \cdot n_1} \cdot \left(\frac{R}{2 \cdot K_1 \cdot L} \right)^{\frac{1}{n_1}}; \quad (7)$$

$$D_3 = \pi \cdot L^3 \cdot K_1^3 \cdot \dot{\gamma}_{crit1}^{3n_1} \cdot \left(\frac{1 - (B + 1)^3}{3} + C_8 - C_9 \right);$$

где D_1 , D_3 - промежуточные параметры, представляемые с учетом (2), (4) через основные (геометрические и реологические) параметры рассматриваемой системы.

В логарифмических координатах:

$$Y = \lg Q, \quad X = \lg \Delta p, \quad (8)$$

зависимости (5), (6) принимают вид линейных функций:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X; \quad (9)$$

$$Y = a_2 - 3 \cdot X. \quad (10)$$

Здесь:

$$a_0 = \lg D_1; \quad a_1 = \frac{1}{n_1}; \quad a_2 = \lg D_3. \quad (11)$$

Что же касается второго участка с диапазоном изменения давления $\Delta p_{crit1} \leq \Delta p \leq \Delta p_{crit2}$, то зависимость $Q(\Delta p)$ для $\Delta p \leq \Delta p_{crit2}$ является существенно нелинейной, в том числе и в логарифмических координатах. Однако, как показывают численные эксперименты с моделью, в окрестности гра-

ницы раздела второго и третьего участков, непосредственно на втором участке поведение функции $Q_2(\Delta p)$ в первом приближении является практически линейным. Это означает, что в окрестности точки Δp_{crit2} зависимость $Q_2(\Delta p)$ на втором участке в логарифмических координатах допустимо аппроксимировать линейной зависимостью вида:

$$Y = a_3 + a_4 \cdot X. \quad (12)$$

Алгоритм определения параметров реологической модели представлен далее. Реологическая модель жидкости, демонстрирующей проявление эффекта “отвердевания”, включает пять параметров:

$$K_1, n_1, \dot{\gamma}_{crit1}, \dot{\gamma}_{crit2}, \tau_{crit2}.$$

Их определение предлагается проводить в соответствии со следующим алгоритмом.

1. Формируем массив экспериментальных данных $\{\Delta p_i; Q_i\}$, $i=1, 2, \dots, N_{max}$ в порядке возрастания Δp_i . Здесь N_{max} - общее число используемых пар экспериментальных данных.

2. Для определения Δp_{crit2} в первом приближении выполняем следующие действия. Выдвигаем гипотезу о том, что в первом приближении точке Δp_{crit2} соответствует экспериментальное значение перепада давления Δp_i с номером $i = j$. При этом в качестве j последовательно выбираем любые номера из интервала

$$j = 4, 5, \dots, N_{max} - 3. \quad (13)$$

Для экспериментальных точек с номерами $i \leq j$ зависимость $Q(\Delta p)$ даже в логарифмических координатах (8) должна оставаться нелинейной. В первом приближении будем аппроксимировать ее кривой второго порядка

$$Y = a_5 + a_6 \cdot X + a_7 \cdot X^2, \quad (14)$$

Определение констант a_5, a_6, a_7 предлагается проводить из условия минимума следующей функции невязки:

$$F_1(a_5^{(j)}, a_6^{(j)}, a_7^{(j)}) = \sum_{i=1}^j (a_5^{(j)} + a_6^{(j)} \cdot X_i + a_7^{(j)} \cdot X_i^2 - Y_i)^2. \quad (15)$$

Начало отсчета для j в (13) обусловлено тем, что для определения параметров полинома (14) предлагается принимать минимум четыре точки.

В (15) верхний индекс в круглых скобках указывает на то, что константы аппроксима-

ции определяются для данного значения номера j , определяющего в рамках предварительной гипотезы положение точки $\Delta p_{crit2} = \Delta p_j$.

Полагая, что для всех $i \geq j$ совокупность экспериментальных данных в логарифмических координатах описывается линейной функцией (10), для определения $a_2^{(j)}$ введем вторую функцию невязки:

$$F_2(a_2^{(j)}) = \sum_{i=j}^{N_{max}} (a_2^{(j)} - 3 \cdot X_i - Y_i)^2.$$

Последнее значение для j в (13) обусловлено тем, что для определения параметра линейной зависимости (10) предлагается принимать минимум четыре точки.

Для каждой гипотезы, касающейся выбора номера j , вычисляем среднюю относительную погрешность для всей совокупности экспериментальных данных:

$$\varepsilon^{(j)} = \frac{1}{N_{max}} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^j \left| \frac{a_5^{(j)} + a_6^{(j)} \cdot X_i + a_7^{(j)} \cdot X_i^2}{Y_i} - 1 \right| + \sum_{i=j+1}^{N_{max}} \left| \frac{a_2^{(j)} - 3 \cdot X_i}{Y_i} - 1 \right| \right\}.$$

Обработывая полученный массив значений $\varepsilon^{(j)}$, определяем номер такого варианта $j = q$, которому соответствует минимум средней относительной погрешности. Принимаем этот номер в качестве первого приближения для определения границы раздела $\Delta p_{crit2} = \Delta p_q$ второго и третьего участков общей зависимости $Q(\Delta p)$.

3. Переходим к определению уточненного значения Δp_{crit2} . Как было отмечено выше, в окрестности точки Δp_{crit2} поведение обсуждаемой зависимости на втором участке в логарифмических координатах допустимо аппроксимировать зависимостью (12).

Учитывая явно криволинейный характер зависимости $Q(\Delta p)$ на втором участке, аппроксимируем экспериментальные данные в логарифмических координатах полиномом, например, четвертого порядка:

$$Y = F(X) = \sum_{m=0}^4 a_{m+8} \cdot X^m. \quad (16)$$

Определение параметров этого полинома:

$$a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12} \quad (17)$$

будем проводить из условия минимума следующей функции невязки:

$$F_3(a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12},) = \sum_{i=1}^q (a_8 + a_9 \cdot X_i + a_{10} \cdot X_i^2 + a_{11} \cdot X_i^3 + a_{12} \cdot X_i^4 - Y_i)^2.$$

С учетом найденных коэффициентов (17) определяем параметры зависимости (12), представляющей собой, по сути, уравнение касательной, проведенной к графику функции (16) на границе раздела второго и третьего участков общей зависимости (1), по формулам:

$$a_4 = \left. \frac{dF(X)}{dX} \right|_{X=X_q}; \quad a_5 = F(X_q) - a_6 \cdot X_q.$$

Уточненное значение координаты $X_{crit2} = \lg(\Delta p_{crit2})$ границы раздела второго и третьего участков зависимости (1) определяем через точку пересечения графиков функций (10) и (12) по формуле:

$$X_{crit2} = \frac{a_2 - a_3}{a_4 + 3}.$$

Тогда уточненное значение Δp_{crit2} , а также первый параметр реологической модели τ_{crit2} находим по формулам:

$$\Delta p_{crit2} = 10^{X_{crit2}}; \quad \tau_{crit2} = \frac{R \cdot \Delta p_{crit2}}{2 \cdot L}.$$

4. Определяем значение перепада давления Δp_{crit1} на границе раздела первого и второго участков общей зависимости (1).

Выдвигаем предварительную гипотезу о том, что граница раздела между первым и вторым участками располагается в некоторой точке Δp_i с номером $i = k$, т. е. предварительно принимаем, что $\Delta p_k = \Delta p_{crit1}$. При этом в качестве k последовательно выбираем любые номера из интервала:

$$k = 4, 5, \dots, q - 3.$$

Определение параметров a_0, a_1 проводим из условия минимума очередной функции невязки:

$$F_4(a_0^{(k)}, a_1^{(k)}) = \sum_{i=1}^k (a_0^{(k)} + a_1^{(k)} \cdot X_i - Y_i)^2.$$

С учетом соотношений (7) и (11) определим $n_1^{(k)}$ и $K_1^{(k)}$ по формулам:

$$n_1^{(k)} = \frac{1}{a_1^{(k)}}; \quad K_1^{(k)} = \frac{R}{2 \cdot L} \cdot \left[\frac{10^{a_0^{(k)}} \cdot (1 + 3 \cdot n_1)}{\pi \cdot R^3 \cdot n_1} \right]^{-n_1}.$$

Из соотношения:

$$La_{crit1} = \frac{2 \cdot \Delta p_{crit1}}{\tau_{crit2}} = \frac{2 \cdot \Delta p_k}{\tau_{crit2}} = \frac{4 \cdot L \cdot K_1 \cdot \dot{\gamma}_{crit1}^{n_1}}{R \cdot \tau_{crit2}};$$

получаем выражение для определения в рамках выдвигаемой гипотезы первого критического значения скорости сдвига:

$$\dot{\gamma}_{crit1}^{(k)} = \left(\frac{R \cdot \Delta p_k}{2 \cdot L \cdot K_1^{(k)}} \right)^{\frac{1}{n_1^{(k)}}}.$$

Используя найденные параметры $\dot{\gamma}_{crit1}^{(k)}, n_1^{(k)}, K_1^{(k)}, \tau_{crit2}$, определяем $\dot{\gamma}_{crit2}^{(k)}$ из решения следующего уравнения:

$$Q_3(\Delta p_{crit2}) \Big|_{R_{\mu 2} = R} = Q_{crit2}. \quad (18)$$

Здесь Q_{crit2} представляет собой полученное на основе обработки экспериментальных данных значение объемного расхода жидкости на границе раздела второго и третьего участков зависимости (1), которое с учетом (8), (10) определяется следующим образом:

$$Q_{crit2} = 10^c, \quad c = a_2 - 3 \cdot X_{crit2}. \quad (19)$$

Что же касается левой части уравнения (18), то она определяется выражением (4).

Решение (19) предлагается проводить численно с привлечением ЭВМ.

На этом этапе в рамках промежуточной гипотезы о возможной границе разделения первого и второго участков общей зависимости (1) в точке $\Delta p = \Delta p_k$ оказался определенным предварительный набор искомых параметров:

$$\tau_{crit2}, \dot{\gamma}_{crit1}^{(k)}, n_1^{(k)}, K_1^{(k)}, \dot{\gamma}_{crit2}^{(k)}. \quad (20)$$

Некоторые из этих параметров должны удовлетворять следующим ограничениям, которые изначально закладываются в реологическую модель:

$$0 < \dot{\gamma}_{crit1}^{(k)} < \dot{\gamma}_{crit2}^{(k)}; \quad 0 < n_2^{(k)} < 1; \quad 0 < n_1^{(k)} < 1. \quad (21)$$

Проверяем с учетом найденных значений (20) выполнение условий (21).

Если хотя бы одно из условий (21) не выполняется, считаем, что предварительно выдвинутая гипотеза о возможной границе раздела первого и второго участков в точке $\Delta p = \Delta p_k$ оказалась несостоятельной.

Принимая во внимание оставшиеся варианты, для которых все условия (21) оказались выполненными, определяем для них среднюю относительную погрешность $\varepsilon_1^{(k)}$:

$$\varepsilon_1^{(k)} = \frac{1}{q+1} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^k \left| \frac{Q_1(\Delta p_i) - Q_i}{Q_i} \right| + \sum_{i=k}^q \left| \frac{Q_2(\Delta p_i) - Q_i}{Q_i} \right| \right\}.$$

Обрабатываем полученный массив значений $\varepsilon_1^{(k)}$ и находим номер такого варианта $k = s$, которому соответствует минимум средней относительной погрешности. Принимаем этот номер в качестве первого приближения для определения (по совокупности экспериментальных данных Δp_k) границы раздела первого и второго участков $\Delta p_{crit 1} = \Delta p_s$ общей зависимости $Q(\Delta p)$.

5. Проводим уточнение для найденного значения $\Delta p_{crit 1} = \Delta p_s$. Для этого аппроксимируем экспериментальные данные на втором участке полиномом вида:

$$Y = \sum_{m=0}^2 a_{m+13} \cdot X^m. \quad (22)$$

Коэффициенты этого полинома определяем из условия минимума следующей функции невязки:

$$F_5(a_{13}, a_{14}, a_{15}) = \sum_{i=s}^q (a_{13} + a_{14} \cdot X_i + a_{15} \cdot X_i^2 - Y_i)^2.$$

С учетом найденных коэффициентов аппроксимирующего полинома потребуем сшивания производных для функций (9) и (22) на границе раздела первого и второго участков при $X_{crit 1} = \lg(\Delta p_{crit 1})$. Из этого условия приходим к линейному уравнению для определения уточненного значения $X_{crit 1}$:

$$\frac{1}{n_1^{(s)}} = a_{14} + 2 \cdot a_{15} \cdot X_{crit 1},$$

Из этого уравнения уже находим уточненное значение:

$$\Delta p_{crit 1} = 10^b; \quad b = \frac{1 - n_1^{(s)}}{2 \cdot n_1^{(s)} \cdot a_{15}}.$$

6. Определяем скорректированное значение первого критического значения скорости сдвига:

$$\dot{\gamma}_{crit 1}^{(s)} = \left(\frac{R \cdot \Delta p_{crit 1}}{2 \cdot L \cdot K_1^{(s)}} \right)^{\frac{1}{n_1^{(s)}}}.$$

7. По найденному значению $j = s$ окончательно, в добавление к уже определенному выше $\tau_{crit 2}$, принимаем в качестве искомым параметров реологической модели значения $n_1 = n_1^{(s)}$, $K_1 = K_1^{(s)}$, $\dot{\gamma}_{crit 1} = \dot{\gamma}_{crit 1}^{(s)}$, $\dot{\gamma}_{crit 2} = \dot{\gamma}_{crit 2}^{(s)}$.

Предложенный выше алгоритм был реализован в специально разработанной программе для ЭВМ.

По предложенному алгоритму для гипотетической жидкости с реологической моделью [6] были проведены численные эксперименты. Для этого в качестве базовых были приняты следующие значения реологических параметров модели: $n_1 = 0,6$, $K_1 = 1,8$ Па·с, $\dot{\gamma}_{crit 1} = 200$ с⁻¹, $\dot{\gamma}_{crit 2} = 250$ с⁻¹, $\tau_{crit 2} = 180$ Па.

Для заданного набора Δp_i соответствующие им экспериментальные значения объемного расхода “генерировались” с использованием следующей зависимости:

$$Q_i^{exp} = Q_i^{calc} + \Delta Q_i^{calc} \cdot (2 \cdot \xi_i - 1), \quad (23)$$

где Q_i^{exp} - “псевдоэкспериментальные” значения объемного расхода; i - номер экспериментальной точки; ξ_i - случайная величина, равномерно распределенная на отрезке [0; 1]; ΔQ_i^{calc} - закладываемое в численный эксперимент, абсолютное отклонение экспериментальных данных от расчетных значений; Q_i^{calc} - вычисляемые с учетом (1) – (4) “теоретические значения” объемного расхода.

Полученные с помощью (23) значения “псевдоэкспериментальных” данных и теоретическая кривая для указанного выше набора точных значений параметров реологической модели представлены на рисунке 1.

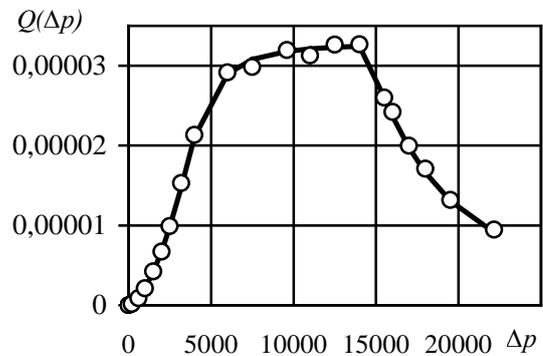


Рисунок 1 - Теоретическая кривая зависимости объемного расхода Q жидкости через канал от перепада давления Δp и “псевдоэкспериментальные” точки, полученные при $\Delta Q_i^{calc} = 0,05 \cdot Q_i^{calc}$.

После обработки этих “псевдоэкспериментальных” данных с помощью ЭВМ были получены следующие значения реологических параметров $K_1 = 1,806$ Па·с; $n_1 = 0,6$; $\dot{\gamma}_{crit 1} = 98,931$ с⁻¹; $\dot{\gamma}_{crit 2} = 227,38$ с⁻¹; $\tau_{crit 2} = 184,445$ Па. По совокупности полученных значений их средняя относительная погрешность по отношению к

заложенным в численный эксперимент базовым значениям параметров составляет 6,8%.

Предложенный алгоритм может быть использован для определения параметров реологической модели жидкостей, демонстрирующих проявление эффекта “отвердевания”.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект № 12-08-00629

ЛИТЕРАТУРА

1 Jae-Hyun So Microstructure evolution and rheological responses of hard suspensions [Text] / Jae-Hyun So, Seung-Man Yong, Jae Chun Hyun // Chemical engineering science. - 2001. - V. 56. - P. 2967 – 2977.

2 Lee, Y. S. Dynamic properties of shear thickening colloidal suspensions [Text] / Y. S. Lee, N. J. Wagner // Rheological acta. - 2003. - № 42(3). – P. 199-208.

3 Wetzel, E. D. The effect of rheological parameters on the ballistic properties of shear thickening fluid (STF)-Kevlar composites [Text] / E. D. Wetzel, Y. S. Lee, R. G. Egres Jr. et al // Proceedings of the 8th international conference on numerical methods in industrial forming processes, Columbus. - 2004.

4 Lee, Y. S. Rheological properties and small – angle neutron scattering of shear thickening, nanoparticle dispersion at high shear rates [Text] / Y. S. Lee, N. J. Wagner. // Ind. eng. chem. res. – 2006. - V. 45. - № 21. - P. 7015 – 7024.

5 Wisniewski, A. Nanotechnology for increase of body protection capability [Text] / A. Wisniewski. – Access mode: <http://www.witu.mil.pl/www/biuletyn/zeszyty/20080107p/7.pdf>. - Title screen.

6 Колодежнов, В. Н. Математическое моделирование реологического поведения нелинейно-вязких жидкостей, которые демонстрируют проявление эффекта “отвердевания” [Текст] / В. Н. Колодежнов // Вестник ВГУИТ. - 2012. - № 4. - С. 35-38.

7 Колодежнов, В. Н. Математическое моделирование течения в цилиндрическом канале жидкости, которая демонстрирует появление эффекта “отвердевания” [Текст] / В. Н. Колодежнов // Вестник ВГУ. - 2013. - Т. 9. - № 2. - С. 26 – 30.

REFERENCES

1 Jae-Hyun So Microstructure evolution and rheological responses of hard suspensions [Text] / Jae-Hyun So, Seung-Man Yong, Jae Chun Hyun // Chemical engineering science. - 2001. - V. 56. - P. 2967 – 2977.

2 Lee, Y. S. Dynamic properties of shear thickening colloidal suspensions [Text] / Y. S. Lee, N. J. Wagner // Rheological acta. - 2003. - № 42(3). – P. 199-208.

3 Wetzel, E. D. The effect of rheological parameters on the ballistic properties of shear thickening fluid (STF)-Kevlar composites [Text] / E. D. Wetzel, Y. S. Lee, R. G. Egres Jr. et al // Proceedings of the 8th international conference on numerical methods in industrial forming processes, Columbus. - 2004.

4 Lee, Y. S. Rheological properties and small – angle neutron scattering of shear thickening, nanoparticle dispersion at high shear rates [Text] / Y. S. Lee, N. J. Wagner. // Ind. eng. chem. res. – 2006. - V. 45. - № 21. - P. 7015 – 7024.

5 Wisniewski, A. Nanotechnology for increase of body protection capability [Text] / A. Wisniewski. – Access mode: <http://www.witu.mil.pl/www/biuletyn/zeszyty/20080107p/7.pdf>. - Title screen.

6 Kolodezhnov, V. N. Mathematical modeling of the rheological behavior of nonlinear-viscous liquids, which show a manifestation of the effect of "solidification" [Text] / V. N. Kolodezhnov // Bulletin of VSUET. - 2012. - № 4. - P. 35-38.

7 Kolodezhnov, V. N. Mathematical modeling of fluid in a cylindrical channel, which shows the appearance of the effect of "solidification" [Text] / V. N. Kolodezhnov // Bulletin of VSTU. - 2013. - Т. 9. - № 2. - P. 26 - 30.