

Информационные технологии, моделирование и управление

Оригинальная статья/Original article

УДК 62.012:66.095.26

DOI: <http://doi.org/10.20914/2310-1202-2018-3-50-55>

Матрично-графовая модель процесса деструкции полимерных материалов

Анатолий А. Хвостов	¹	Khvtol1974@yandex.ru
Сергей Г. Тихомиров	²	Tikhomirov_57@mail.ru
Игорь А. Хаустов	²	haustov_ia@mail.ru
Алексей А. Журавлев	¹	zhuraa1@rambler.ru
Андрей В. Карманов	²	andrikar93@yandex.ru

¹ ВУНЦ ВВС Военно-воздушная академия им. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, Старых Большевиков, 54 «А», г. Воронеж, 394064, Россия

² Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Реферат. В работе рассматривается задача математического моделирования процесса термохимической деструкции с использованием теории графов. Для синтеза математической модели предложен аппарат цепей Маркова, при этом для формализации модели используется матрично-графовый метод кодирования. Предлагается рассматривать процесс деструкции как случайный процесс, при котором изменяется состояние системы, характеризующееся долей макромолекул в каждой фракции молекулярно-массового распределения. Интенсивности переходов из состояния в состояние характеризуют соответствующие скорости процессов деструкции для каждой фракции молекулярно-массового распределения (ММР). Процессами структурирования и полимеризации в данной работе пренебрегли, и принято, что существует вероятность перехода из любого состояния с низшим порядковым индексом (соответствующим фракции с более высокими молекулярными весами) в любое состояние с более высоким индексом (соответствующим фракциям с более низкими молекулярными весами). Представлена расчетная формула для оценки числа дуг и параметров модели по заданному числу фракций молекулярно-массового распределения полимера. Показан пример кодирования в матричном виде графовой модели процесса деструкции полибутадиена в растворе для случая шести фракций молекулярно-массового распределения. В качестве среды моделирования использована интерактивная графическая среда имитационного моделирования MathWorks Simulink. Для оценки параметров математической модели были проведены экспериментальные исследования процесса деструкции полибутадиена в растворе. В качестве исходных данных для оценки ММР полимера использовались данные ГПХ раствора полибутадиена. Рассмотренное матрично-графовое представление структуры математической модели процесса деструкции полимеров позволяет упростить составление модели и ее программную реализацию в случае большого количества вершин графа, описывающего процесс деструкции.

Ключевые слова: теория графов, деструкция полимеров, математическое моделирование

Matrix-graph model of the polymer materials destruction process

Anatolii A. Khvostov	¹	Khvtol1974@yandex.ru
Sergei G. Tikhomirov	²	Tikhomirov_57@mail.ru
Igor A. Khaustov	²	haustov_ia@mail.ru
Aleksei A. Zhuravlev	¹	zhuraa1@rambler.ru
Andrei V. Karmanov	²	andrikar93@yandex.ru

¹ N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy, Staryh Bolshevikov St., 54 «A», Voronezh, 394064, Russia

² Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Summary. The paper deals with the problem of mathematical modeling of the process of thermochemical destruction using the theory of graphs. To synthesize a mathematical model, the Markov chain is used. For the formalization of the model a matrix-graph method of coding is used. It is proposed to consider the process of destruction as a random process, under which the state of the system changes, characterized by the proportion of macromolecules in each fraction of the molecular mass distribution. The intensities of transitions from state to state characterize the corresponding rates of destruction processes for each fraction of the molecular weight distribution (MWD). The processes of crosslinking and polymerization in this work have been neglected, and it is accepted that there is a probability of transition from any state with a lower order index (corresponding to fractions with higher molecular weights) to any state with a higher index (corresponding fractions with lower molecular weights). A computational formula is presented for estimating the number of arcs and model parameters from a given number of fractions of the molecular weight distribution of the polymer. An example of coding in a matrix form of a graph model of the process of degradation of polybutadiene in solution for the case of six fractions of the molecular weight distribution is shown. As the simulation environment, the interactive graphical simulation environment of MathWorks Simulink is used. To evaluate the parameters of the mathematical model, experimental studies of the degradation of polybutadiene in solution were carried out. The chromatography of the polybutadiene solution was used as the initial data for the estimation of the MWD polymer. The considered matrix-graph representation of the structure of the mathematical model of the polymer destruction process makes it possible to simplify the compilation of the model and its software implementation in the case of a large number of vertices of the graph describing the process of destruction

Keywords: theory of graphs, destruction of polymers, mathematical modeling

Для цитирования

Хвостов А.А., Тихомиров С.Г., Хаустов И.А., Журавлев А.А., Карманов А.В. Матрично-графовая модель процесса деструкции полимерных материалов // Вестник ВГУИТ. 2018. Т. 80. № 3. С. 50–55. doi:10.20914/2310-1202-2018-3-50-55

For citation

Khvostov A.A., Tikhomirov S.G., Khaustov I.A., Zhuravlev A.A., Karmanov A.V. Matrix-graph model of the polymer materials destruction process. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET]. 2018. vol. 80. no. 3. pp. 50–55. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2018-3-50-55

Введение

Масштабы промышленного производства полимеров постоянно растут, что приводит к накоплению их отходов. В результате процессов старения полимерные материалы перестают выполнять свои функции, в результате чего требуется их утилизация, переработка и по возможности повторное использование в промышленном производстве. Одними из способов переработки полимеров для повторного использования являются процессы их деструкции различными методами (механическая, термическая, химическая, радиационная и их комбинации) [1].

Механизм деструкции полимеров представляет собой последовательность случайных событий (элементарных актов деструкции) с конечным количеством исходов, которые можно рассматривать как в дискретные моменты времени, так и непрерывно. При этом вероятность перехода в новое состояние (молекулярно-массовое распределение (ММР) полимера) зависит только от состояния, из которого совершается переход и не зависит от всей предыстории процесса. Для описания такого рода процессов может использоваться математический аппарат теории цепей Маркова [2, 3].

Математическая формализация таких процессов включает графические изображения состояний и переходов в виде нагруженных ориентированных графов (рисунок 1), на основе которых составляются системы уравнений Колмогорова-Чепмена [4]. Ввиду большого количества состояний, определяемого числом фракций и описываемых функцией ММР, а также общности процессов деструкции полимеров, актуальна задача разработки общей матрично-графовой модели, описывающей основные закономерности процесса.

Методика

Основные положения модели: случайная переменная $P_i(t)$ характеризует долю макромолекул длины, соответствующей i фракции ММР в момент времени t . Вероятностный смысл – отношение количества макромолекул в данной фракции (благоприятных исходов) к их общему числу. Под действием агента деструкции с течением времени система макромолекул может переходить из одного состояния в другое. Дискретное конечное множество состояний в соответствии с принятой шкалой описывается множеством состояний в виде следующего множества $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}, n \in \mathbb{N}$, где s_n – числовой диапазон длин (масс) макромолекул в i -ой фракции. В рамках теории цепей Маркова приняты следующие допущения: процесс деструкции носит последовательный характер; интенсивность перехода из одного состояния

в другое отражает интенсивность процесса деструкции и характеризуется величиной $\lambda_{i,j}$, а интенсивности обратных переходов равны нулю; процесс деструкции моделируется переходом из состояния X_i в x_j , где $j > i$, при этом интенсивностью переходов $\lambda_{j,i}$ пренебрегаем; состояние системы характеризуется вероятностью P_i , где $i = \overline{1, N}$, где N – количество фракций. При принятых допущениях граф Γ состояний представлен на рисунке 1. Распределение макромолекул по фракциям соответствует индексам (пусть $i=1$ фракция с наибольшей молекулярной массой или длиной).

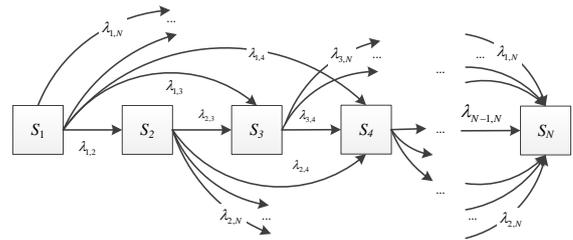


Рисунок 1. Граф состояний процесса деструкции полимеров

Figure 1. Graph of states of the process of destruction of polymers

Обозначим множество вершин $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$, а множество дуг $D = \{d_1, d_2, \dots, d_K\}$, где N – число вершин, K – число дуг.

Первой задачей для синтеза матрично-графовой модели процесса деструкции является нахождение числа дуг. Для этого сначала рассчитаем число дуг K по заданному числу вершин и структуре графа в виде Γ . Рассчитаем число дуг для 2-х узлов (рисунок 2).

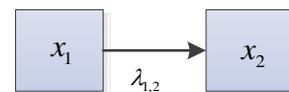


Рисунок 2. Граф, состоящий из двух вершин

Figure 2. Graph consisting of 2 nodes

Для графа (рисунок 2) имеем количество дуг $K_2 = 2 - 1 = 1$, через число вершин $N(V) = 2, K_2 = N - 1$.

Для графа из 3-х вершин к имеющемуся количеству дуг, равному 1, добавится число дуг, равное 3 за вычетом уже имеющейся дуги (рисунок 3).

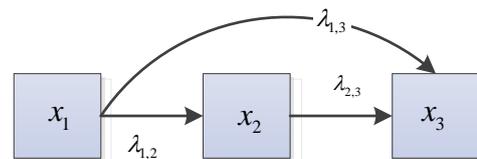


Рисунок 3. Граф, состоящий из 3-х вершин

Figure 3. Graph consisting of 3 nodes

Имеющееся число дуг представим через количество вершин как $N-2$, а добавляющееся как $N-1$. Так, для $N(V)=3, K_3=1+2=3$, через число вершин $K_3=(N-1)+(N-2)=(3-2)+(3-1)=3$.

Тогда, добавляя каждый раз к имеющемуся числу дуг по $(N-(N-1))$, получим для N вершин $N-1$ слагаемых вида:

$$K_N = (N-1) + (N-2) + \dots + [N-(N-1)] \quad (1)$$

Представляя выражение (1) как сумму арифметической прогрессии первых $(N-1)$ членов с первым членом $a_n=1$ и разностью $d=1$, запишем:

$$K_N = \frac{1+(N-1)}{2}(N-1) = \frac{N(N-1)}{2} \quad (2)$$

Проверим методом математической индукции, что формула (2) для расчета количества дуг для N вершинного графа типа Γ верна:

- 1) $K_2 = \frac{N(N-1)}{2} = \frac{2(2-1)}{2} = 1$, истинно,
- 2) $K_3 = \frac{N(N-1)}{2} = \frac{3(3-1)}{2} = 3$, истинно,
- 3) $K_4 = \frac{N(N-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6$, истинно

(проверяется непосредственно по графу), следовательно, формула (2) справедлива для всех натуральных $N \geq 2$.

Следующей задачей ввиду громоздкости графического изображения графа Γ является его кодирование матрицами смежности и инцидентности.

Матрица смежности для графа Γ_N имеет размер $N \cdot N$ и принимает вид:

$$A(\Gamma_N) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

при этом генератор матрицы задается системой

$$a_{ij}(\Gamma_N) = \begin{cases} 0, \forall i \geq j \\ 1, \forall i < j \end{cases} \quad (3)$$

Матрицу инцидентности зададим конкатенацией подматриц, соответствующих дугам, исходящим из каждой i -ой вершины, при этом количество подматриц $N-1$, число строк N , число столбцов матрицы равно числу дуг K , а i -ой подматрицы $K-l$, где $l=1 \dots N$:

$$B(\Gamma_N) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \oplus \dots \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где операция \oplus подразумевает конкатенацию матриц.

Тогда генератор каждой подматрицы для i -ой вершины с соответствующим числом исходящих дуг $K-l$:

$$b_{ij}^{[K-l]} = \begin{cases} -1, \forall i = K-l \\ 1, \forall (i = j \wedge i > K-l), \\ 0, \forall (i \neq l \wedge i \neq j) \end{cases} \quad (5)$$

$$i = 1 \dots N, j = 1 \dots K-l$$

При наличии обратных переходов, отражающих явления структурирования или полимеризации, возникающие одновременно с основным процессом деструкции, матрицы видоизменяются с учетом новых переходов. Например, для графа, представленного на рисунке 4 матрицы смежности и инцидентности примут вид:

$$A(\Gamma) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B(\Gamma) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

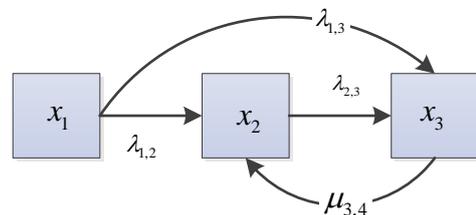


Рисунок 4. Граф с обратными переходами
Figure 4. Graph with backward transitions

Для учета интенсивности переходов λ_{ij} используется нагруженный граф и соответствующие матрицы смежности и инцидентности. Например, для графа, представленного на рисунке 4, матрицы примут вид:

$$A(\Gamma) = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_{1,2} & \lambda_{1,3} \\ 0 & 0 & \lambda_{2,3} \\ 0 & \mu_{3,2} & 0 \end{pmatrix}, B(\Gamma) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, матрицы смежности и инцидентности задают структуру нагруженного графа, описывающего процесс деструкции полимера. Рассмотрим пример синтеза матрично-графовой модели для процесса деструкции полибутадиена в растворе. В качестве исходных данных для оценки ММР полимера использовались данные ГПХ раствора полибутадиена. Из исходной

хроматограммы, содержащей 100 фракций усреднением выделено 6 фракций. Определение молекулярных параметров и молекулярно-массового распределения образцов каучука осуществлялись с помощью ГПХ. В качестве оборудования для ГПХ анализа применялась система Breeze фирмы Waters. Результаты экспериментальных исследований представлены в таблице 1. Ввиду наибольшей интенсивности процесса деструкции в первый час и необходимости идентификации всех 6-ти фракций ММР разбиение на фракции в ходе процесса деструкции отличается от исходного.

Таблица 1.

Результаты экспериментальных исследований

Table 1.

Results of experimental studies

№ фракции	масса M (ln M)	доля фракции при t, ч		масса M (lnM)	доля фракции при t, ч			
		0			2	3	4	5
P _{6,0}	6–7.7	0		31000 (10.34)	0.667	0.887	0.98	0.992
P _{5,0}	7.7–9.3	0,01		93000 (11.44)	0.234	0.097	0.02	0.007
P _{3,0}	9.3–11	0.255		155000(11.95)	0.058	0.016	0	0
P _{4,0}	11–12.7	0,62		217000(12.3)	0.02	0	0	0
P _{2,0}	12.7–14.3	0.39		279000(12.54)	0.011	0	0	0
P _{1,0}	14.3–16	0.01		341000(12.74)	0.01	0	0	0

Для заданных условий число вершин графа $N = 6$, число дуг K рассчитаем через число вершин по формуле (2) как $K = \frac{6(6-1)}{2} = 15$.

Матрица смежности для скрытой части графа Γ_6 имеет размер 6×6 и в соответствии с генератором (3) примет вид:

$$A(\Gamma) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Соответствующая матрица инцидентности примет вид:

$$B(\Gamma) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Используя полученные матрицы, описывающие структуру графа, синтезируем математическую модель в виде графа (рисунок 5) и матричного уравнения Колмогорова-Чепмена

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}, \mathbf{P}|_{t=0} = \mathbf{P}_0, \tag{6}$$

где

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -\sum_{j=2}^N \lambda_{1,j} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_{1,2} & -\sum_{j=3}^N \lambda_{2,j} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{1,i} & \lambda_{2,i} & \dots & -\sum_{j=i+1}^N \lambda_{i,j} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{1,N} & \lambda_{2,N} & \dots & \dots & \lambda_{N-1,N} & 0 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_i \\ \dots \\ P_N \end{bmatrix}, \quad P_0 = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \\ \dots \\ P_{i0} \\ \dots \\ P_{N0} \end{bmatrix},$$

при этом интенсивности потоков $\lambda_{i,j}$ постоянны, вектор P_0 задает начальное ММР полимера до начала процесса деструкции.

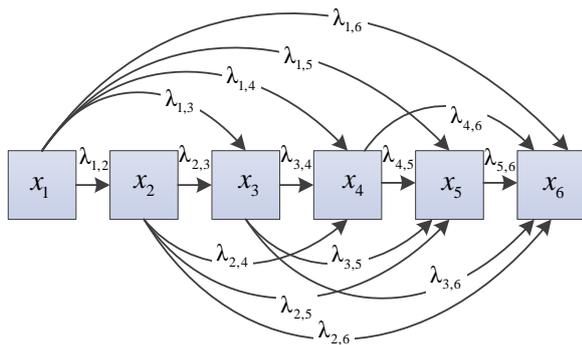


Рисунок 5. Граф, моделирующий процесс деструкции полимера с ММР из шести фракций

Figure 5. Graph modeling the process of destruction of polymer with MWD with six fractions

Структурная схема математической модели процесса деструкции полимера в виде в формате MathWorks Simulink™, реализующая математическую модель (6) на основе методик [5, 6], представлена на рисунке 6.

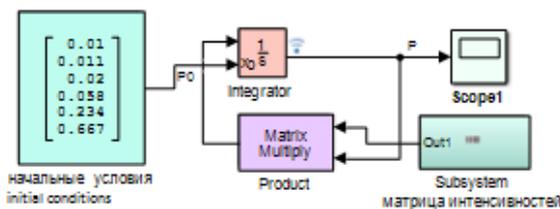


Рисунок 6. Структурная схема математической модели в среде Simulink

Figure 6. Structural diagram of the mathematical model in the Simulink environment

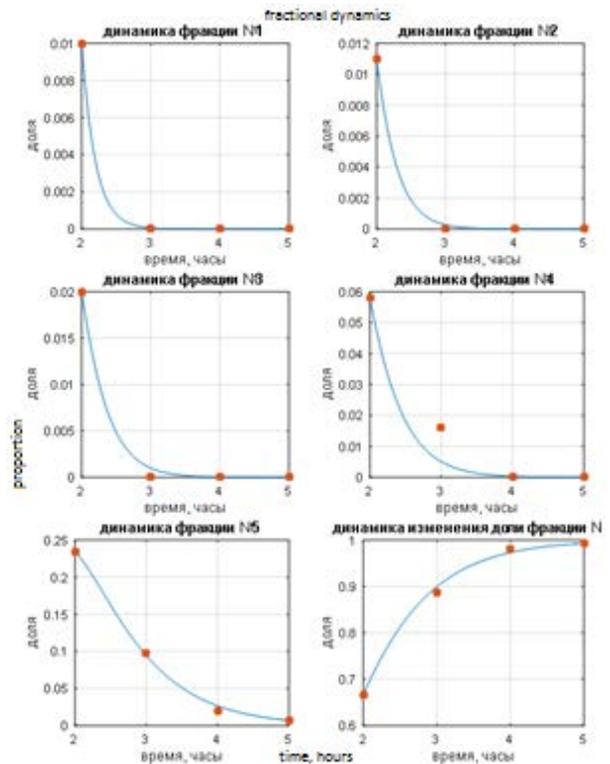


Рисунок 7. Динамика изменения фракционного состава какого-то полимерав ходе процесса деструкции (расчетные (—) и экспериментальные (•) данные)

Figure 7. Dynamics of changes in the fractional composition of a polymer during the destruction process (calculated (—) and experimental (•) data)

Для численного поиска значений параметров минимизировалось среднеквадратичное отклонение расчетных данных от экспериментальных по каждой фракции

$$S = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N (P_j(t_i)^{exper} - P_j(t_i)^{calc})^2 \xrightarrow{\lambda} \min, \quad (7)$$

где M, N – количество фракций и точек контроля при заданном времени деструкции соответственно.

Для минимизации критерия (7) использовался нелинейный метод наименьших квадратов на основе алгоритма Левенберга-Марквардта [7] из библиотеки Optimization Toolbox Math Works™ [8].

Полученные в результате параметрической идентификации на основе данных натурального эксперимента значения $\lambda_{i,j}$ позволяют, задаваясь начальным фракционным составом, рассчитывать долю каждой фракции в ходе процесса деструкции (рисунок 7).

Выводы

Рассмотренное матрично-графовое представление структуры математической модели процесса деструкции полимеров позволяет упростить составление модели и ее программную реализацию в случае большого количества вершин графа, описывающего процесс деструкции.

Кроме того, использование матрично-графовой модели делает возможным решать типовые оптимизационные задачи на графах для анализа интенсивности процессов деструкции в пределах заданных

фракций (задачи о поиске наикратчайшего пути графа), что позволит выявить пути дальнейшей оптимизации режимов процесса деструкции и совершенствовать алгоритмы управления процессом.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Битюков В.К. и др. Системный анализ процесса термоокислительной деструкции полимеров в растворе как объекта управления // Вестник ВГУИТ. 2014. № 3 (61). С. 61–66.
- 2 Битюков В.К., Хвостов А.А., Тихомиров С.Г., Иванов А.В. и др. Синтез Марковской модели термохимической деструкции полимера в растворе // Вестник ВГУИТ. 2017. Т. 79. № 3. С. 57–64.
- 3 Хвостов А.А. и др. Математическое моделирование процесса гомогенизации молочных продуктов с использованием цепей Маркова // Молочная промышленность. 2016. № 8. С. 16–19.
- 4 Paul A. Gagniac Markov Chains: From Theory to Implementation and Experimentation // John Wiley & Sons. 2017.
- 5 Herman R.L. Solving Differential Equations Using Simulink. 2017.
- 6 Cleve B. Moler: Numerical Computing with MATLAB. Massachusetts: The MathWorks, Inc., Natick, 2008.
- 7 Branch M.A., Grace A. MATLAB Optimization Toolbox User's Guide // MathWorks. 1996.
- 8 Messac A. Optimization in Practice with MATLAB. Cambridge University Press, 2015.
- 9 Morontsev A. A. et al. Modification of silicon-substituted polynorbornenes by epoxidation of main chain double bonds // Polymer Science Series B. 2016. Т. 58. №. 6. P. 695-702.
- 10 Burya A. I., Naberezhnaya O. A., Arlamova N. T. Investigation of the thermal destruction process of aromatic polyamides and organic plastics based on them // Journal of Characterization and Development of Novel Materials. 2015. V. 7. №. 2. P. 171.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Анатолий А. Хвостов д.т.н., профессор, кафедра математики, ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», ул. Старых Большевиков, 54 «А», г. Воронеж, Россия, khvtol1974@yandex.ru
Сергей Г. Тихомиров д.т.н., профессор, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, Tikhomirov_57@mail.ru
Игорь А. Хаустов д.т.н., зав. кафедрой, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, haustov_ia@mail.ru
Алексей А. Журавлев к.т.н., доцент, кафедра математики, ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», ул. Старых Большевиков, 54 «А», г. Воронеж, Россия, zhuraa1@rambler.ru
Андрей В. Карманов кафедра автоматизированных и вычислительных систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 07.03.2018

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 11.04.2018

REFERENCES

1. Bityukov V.K., Khaustov I.A., Khvostov A.A., Popov A.P. System analysis of the process of thermooxidative degradation of polymers in solution as a control object. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of Voronezh State University of Engineering Technologies] 2014. no. 3 (61). pp. 61–66. (in Russian)
2. Bityukov V.K., Khvostov A.A., Tikhomirov S.G., Ivanov A.V. et al. Synthesis of the Markov model of thermochemical degradation of polymer in solution. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of Voronezh State University of Engineering Technologies] 2017. no. 3 (79). pp. 57–64. (in Russian).
3. Khvostov A.A. et al. Mathematical modeling of the process of homogenization of dairy products using Markov chains. *Molochnaya promyshlennost'* [Dairy Industry] 2016. no. 8. pp. 16–19. (in Russian).
4. Paul A. Gagniac Markov Chains: From Theory to Implementation and Experimentation. John Wiley & Sons. 2017.
5. Herman R.L. Solving Differential Equations Using Simulink. 2017.
6. Cleve B. Moler: Numerical Computing with MATLAB. Massachusetts: The MathWorks, Inc., Natick, 2008.
7. Branch M.A., Grace A. MATLAB Optimization Toolbox User's Guide. MathWorks. 1996.
8. Messac A. Optimization in Practice with MATLAB. Cambridge University Press, 2015.
9. Morontsev A. A. et al. Modification of silicon-substituted polynorbornenes by epoxidation of main chain double bonds. *Polymer Science Series B*. 2016. vol. 58. no. 6. pp. 695-702.
10. Burya A. I., Naberezhnaya O. A., Arlamova N. T. Investigation of the thermal destruction process of aromatic polyamides and organic plastics based on them. *Journal of Characterization and Development of Novel Materials*. 2015. vol. 7. no. 2. pp. 171.

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Anatolii A. Khvostov Dr. Sci. (Engin.), professor, Department of Mathematic, N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy, Saryh Bolshevnikov St., 54A, Voronezh, 394064, Russia, khvtol1974@yandex.ru
Sergei G. Tikhomirov Dr. Sci. (Engin.), professor, Information & control system department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, Tikhomirov_57@mail.ru
Igor A. Khaustov Dr. Sci. (Engin.), Information & control system department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, haustov_ia@mail.ru
Aleksei A. Zhuravlev Cand. Sci. (Engin.), associate professor, Department of Mathematic, N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy, Saryh Bolshevnikov St., 54A, Voronezh, 394064, Russia, zhuraa1@rambler.ru
Andrey V. Karmanov Automated and Computing Systems Department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

CONTRIBUTION

All authors equally participated in the writing of the manuscript and are responsible for plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 3.7.2018

ACCEPTED 4.11.2018