Оригинальная статья/Original article

УДК 664

DOI: http://doi.org/10.20914/2310-1202-2018-2-18-22

Математическая модель движения одиночной сферической частицы люпина в экстракторе с помощью низкочастотных механических колебаний

Юлиан И. Шишацкий [1]

Алексей М. Барбашин [1]

Сергей А. Никель [1] sergei.nickel@yandex.ru

[1] Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Реферат. В нашем случае твердым телом является сырье растительного происхождения – люпин, измельченный в крупку, а экстрагентом – подсырная сыворотка. Турбулентная обстановка в аппарате создавалась наложением низкочастотных механических колебаний, которые оказывают значительное влияние на характеристики гидромеханических, массообменных и тепловых процессов. Эту особенность необходимо учитывать при расчетах экстракционных аппаратов. Сформулированы основные допущения для решения поставленной задачи. Записано уравнение движения одиночной частицы, которое приводится в ряде работ (Соу, Хинце, Чен, Протодьяконов и др.). Оно справедливо при мгновенных значениях параметров. Выписано более простое уравнение, описывающее движение дисперсной частицы, а также тензоры временной корреляции с последующим их разложением в интеграл Фурье. Далее, учитывая определение тензоров, показаны зависимости для расчета интенсивности хаотического движения сплошной и диспергированной фаз, а также получено конечное выражение, показывающее соотношение интенсивностей движения фаз. Коэффициент турбулентной диффузии каждой из фаз пропорционален интенсивности хаотического движения соответствующей фазы. Поэтому записанное конечное уравнение для соотношения фаз позволяет оценить соотношение коэффициентов турбулентной диффузии жидкой и диспергированной фаз в экстракционном аппарате. В нашем случае отношение плотностей $\rho_т/\rho_ж$ составляет 1,1. Поскольку плотности люпина и подсырной сыворотки количественно разнятся, то следует ожидать некоторого увеличения относительной скорости движения фаз, что приведет к увеличению скорости массоотдачи. Интенсивности хаотического движения фаз не будут одинаковыми, равно как и коэффициенты турбулентной диффузии. Таким образом, рассмотренный случай движения одиночной частицы в турбулентном потоке сложен и может быть решен только при достаточно серьезных допущениях, сформулированных ниже.

Ключевые слова: механические колебания, турбулентное перемешивание, сферическая частица люпина, подсырная сыворотка, математическая модель

Mathematical model of movement of a single spherical lupine particle in the extractor using low-frequency mechanical vibrations

Yulian I. Shitshatskii [1]

Aleksei M. Barbashin [1]

Sergei A. Nikel [1] sergei.nickel@yandex.ru

[1] Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Summary.In our case, the solid body is the raw material of plant origin-lupine, crushed into grits, and the extractant is the cheese whey. The turbulent situation in the apparatus was created by the imposition of low-frequency mechanical vibrations, which have a significant impact on the characteristics of hydro-mechanical, mass transfer and thermal processes. This feature must be taken into account in the calculation of the extraction apparatus. The basic assumptions for the solution of the problem are formulated. The equation of motion of a single particle, which is contained in a number of works (Sow, an introduction, Chen, Protodyakonov, etc.). It is true in the instant values of the parameters. A simpler equation describing the motion of the dispersed particle and time correlation tensors with their subsequent decomposition into the Fourier integral are written. Further, taking into account the definition of tensors, the dependences for the calculation of the intensity of the chaotic motion of continuous and dispersed phases are shown, and the final expression is obtained, showing the ratio of the intensities of the phases. The coefficient of turbulent diffusion of each phase is proportional to the intensity of the chaotic motion of the corresponding phase. Therefore, the written finite equation for the phase ratio allows to estimate the ratio of the turbulent diffusion coefficients of the liquid and dispersed phases in the extraction apparatus. In our case, the ratio of the density of Hg / Hg is 1.1. Since the density of lupine and cheese whey differ quantitatively, we should expect some increase in the relative velocity of the phases, which will increase the rate of mass transfer. The intensities of the phases chaotic motion will not be the same, as well as the coefficients of turbulent diffusion. Thus, the case of motion of a single particle in a turbulent flow is complex and can be solved only under sufficiently serious assumptions formulated below.

Keywords:mechanical vibrations, turbulent mixing, spherical lupine particle, subsurface serum, mathematical model

Турбулентное перемешивание двухфазной системы осуществляется в различных аппаратах, например, в экстракторах. В нашем случае твердым телом являлось сырьё растительного происхождения люпин, измельчённый в крупку, а экстрагентом – подсырная сыворотка. Молочно-растительный экстракт люпина (последний характеризуется высокой массовой долей белков – более 30 % на сухое вещество) может быть использован в различных отраслях промышленности, в частности, как сырье для функциональных продуктов питания. Турбулентная обстановка в экстракторе обеспечивалась наложением низкочастотных механических колебаний.

Для цитирования

Шишацкий Ю.И., Барбашин А.М., Никель С.А. Математическая модель движения одиночной сферической частицы люпина в экстракторе с помощью низкочастотных механических колебаний // Вестник ВГУИТ. 2018. Т. 80. № 2. С. 18–22. doi:10.20914/2310-1202-2018-2-18-22

For citation

Shishatsii Yu.I., Barbashin A.M., Nickel S.A. Mathematical model of movement of a single spherical lupine particle in the extractor using low-frequency mechanical vibrations. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET]. 2018. vol. 80. no. 2. pp. 18–22. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2018-2-18-22

Последние оказывают значительное влияние на характеристики гидромеханических, массообменных и иных процессов, что следует учитывать при расчётах экстракционных аппаратов.

Принятые допущения:

1. При гидромодуле 1:6, каким он был в наших экспериментах, концентрация частиц люпина мала и их взаимным влиянием можно пренебречь, то есть движение каждой частицы можно рассматривать вне зависимости от движения остальных частиц. Траектория частиц будет очень сложной (хаотической).

2. При определении соотношения между интенсивностями хаотического движения сплошной и диспергированной фаз принимаем, что размер частиц люпина в виде крупки существенно меньше по сравнению с масштабом минимальных турбулентных образований, то есть с наименьшей длиной волны турбулентного движения.

Хаотическое движение совокупности частиц твердой фазы в аппарате подтверждалось поведением меченых частиц.

Уравнение движения одиночной частицы приводят С. Соу, И.О. Хинце, С.М. Чен. И др. И.О. Протодьяконов записал его в виде [3]

$$\frac{1}{6}\pi d^3 \rho_P \frac{d\omega_{P_i}}{dt} = 3\pi \nu d_P \left(\omega_i - \omega_{P_i}\right) - -\frac{1}{6}\pi d^3 \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{12}\pi d^3 \rho \frac{d\left(\omega_i - \omega_{P_i}\right)}{dt} + +\frac{3}{2} d^2 \rho \sqrt{\pi\nu} \int_{t_0}^{t} \frac{\frac{d}{dt'}\left(\omega_i - \omega_{P_i}\right)}{\sqrt{t-t'}} dt', \tag{1}$$

где ω_{P_i}, ρ_P – i-я составляющая скорости частицы и её плотность; ω_i, p – i-я составляющая скорости жидкости и давление в точке пространства, в которой находится частица в момент времени t; ν – вязкость жидкости.

Уравнение (1) справедливо при достаточно малой относительной скорости движения частицы и окружающего её экстрагента. Поэтому принимаем, что дисперсные частицы на движение сплошной фазы не оказывают влияния, то есть значения величины ω и p считаются равными тем значениям, которые имели бы месть при отсутствии в аппарате твёрдых частиц.

Проанализируем уравнение (1): левая часть уравнения представляет собой силу, которая необходима для ускорения частицы, то есть произведение массы крупки на её ускорение. Первый член правой части – сила вязкого трения, второй – сила, возникающая вследствие неравномерного давления вокруг частицы. Третий член представляет собой силу, необходимую для ускорения так называемой присоединённой массы частицы, обусловленной тем, что движущаяся частица вовлекает в движение окружающую её сыворотку. Четвёртый член учитывает влияние нестационарности течения на движение крупки (сила Бассэ). В целом правая часть характеризует полную силу, действующую на частицу в потоке.

Поскольку считается, что частица не влияет на движение, из (1) градиент давления можно исключить. Используя уравнение Навье – Стокса, описывающее движение жидкой фазы [2]:

$$\left(\vec{\upsilon}\,\nabla\right)\vec{\upsilon} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\vec{\upsilon}\,,$$

где $\vec{\upsilon}$ – вектор скорости; $\Delta\vec{\upsilon}$ – оператор Лапласа; ν – кинетическая вязкость жидкости, $\nu = \mu / \rho$, из уравнения (1) получается следующее равенство:

$$\frac{1}{6}\pi d^3 \rho_P \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{3}{4}\pi \nu d \rho \left(\omega_i - \omega_{P_i}\right) + +\frac{1}{6}\pi d^3 \rho \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + \omega_k \frac{\partial \omega_i}{\partial x_k} - \nu \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_k \partial x_k}\right) + +\frac{1}{12}\pi d^3 \rho \frac{d\left(\omega_i - \omega_{P_i}\right)}{dt} + \frac{3}{2} d^2 \rho \sqrt{\pi\nu} \int_{t_0}^{t} \frac{\frac{d}{dt'}\left(\omega_i - \omega_{P_i}\right)}{\sqrt{t-t'}} dt', \tag{2}$$

В уравнении (2) правая часть в совокупности представляет собой силу, действующую на частицу. Её правомерно считать случайной силой. Это справедливо, учитывая сформированные выше допущения применительно к турбулентной обстановке в экстракторе.

Уравнение (2) справедливо для мгновенных значений величин и оно приемлемо для нахождения статистических характеристик хаотического движения фаз. Для получения замкнутой системы уравнений можно использовать допущение о сравнительной малости нелинейных членов уравнения (2). В результате ряда преобразований выписано более простое уравнение, описывающее движение дисперсной частицы

$$\gamma + \frac{1}{2}\frac{\partial \omega_{pi}}{\partial t} = \frac{3}{2}\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + \frac{18\nu}{\partial^2}\left(\omega_i - \omega_{P_i}\right) + +\frac{9}{\partial}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_{t_0}^{t} \frac{\frac{d}{dt'}\left(\omega_i - \omega_{P_i}\right)}{\sqrt{t-t'}} dt', \tag{3}$$

где $\gamma = \rho_P / \rho$.

Статистическая связь соответственно между значениями скорости в моменты времени t_1 и t для дисперсной частицы, дисперсной частицы и сплошной фазы, а также сплошной фазы характеризуются соответственно тензорами временной корреляции:

$$Q_{fi}\left(t_1, t\right) = \overline{\omega_{pi}\left(t_1\right)\omega_{pi}\left(t\right)},\; P_{ji}\left(t_1, t\right) = \overline{\omega_{pi}\left(t_1\right)\omega_i\left(t\right)},$$

$$R_{ji}\left(t_1, t\right) = \overline{\omega_{pi}\left(t_1\right)\omega_i\left(t_1\right)}.$$

В этих формулах черта означает операцию статистического осреднения.

Умножая почленно уравнение (3) на $\omega_{pj}\left(t_1\right)$ и на $\omega_j\left(\tau_1\right)$, а также осредняя, получим:

$$\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)\frac{d}{ds}Q_{ij}\left(s\right)=\frac{3}{2}\frac{d}{ds}P_{ij}\left(s\right)+ +\frac{18\nu}{d^2}\left[P_{ij}\left(s\right)-Q_{ij}\left(s\right)\right]+ +\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_{-\infty}^{s}\frac{\frac{d}{ds^i}\left[P_{ij}\left(s'\right)-Q_{ij}\left(s'\right)\right]}{\sqrt{s-s'}}ds'; \tag{4}$$

$$\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)\frac{d}{ds}Q_{ij}\left(s\right)=\frac{3}{2}\frac{d}{ds}R_{ij}\left(s\right)- -\frac{18\nu}{d^2}\left[R_{ij}\left(s\right)-P_{ij}\left(s\right)\right]+ +\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_{8}^{\infty}\frac{\frac{d}{ds^i}\left[R_{ij}\left(s'\right)-P_{ij}\left(s'\right)\right]}{\sqrt{s-s'}}ds'. \tag{5}$$

Здесь s = t – t₁, s' = t' – t₁, s и s' – переменные.

Вместо тензоров P_{ij}, R_{ij}, Q_{ij} подставляем в уравнения (4) и (5) их разложения в интеграл Фурье. Тогда получим:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{-i\omega s}\left(-i\omega\right)\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right)= =\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{-i\omega s}\left\{\frac{3}{2}\left(-i\omega\right)\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)+\frac{18\nu}{d^2}\left[\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right)\right]\right\}+ +\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{ds'}{\sqrt{s-s'}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}}e^{-i\omega s'}\left(-i\omega\right)\left[\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right)\right]; \tag{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{-i\omega s}\left(-i\omega\right)\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)= =\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{-i\omega s}\left\{\frac{3}{2}\left(-i\omega\right)\widetilde{R_{ij}}\left(\omega\right)-\frac{18\nu}{d^2}\left[\widetilde{R_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)\right]\right\}+ +\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{ds'}{\sqrt{s-s'}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}}e^{-i\omega s'}\left(-i\omega\right)\left[\widetilde{R_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)\right]. \tag{7}$$

Меняя порядок интегрирования и вводя новую переменную t = s – s', последний член уравнения (6) запишем иначе:

$$\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}}e^{-i\omega s}\left(-i\omega\right)\left[\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right)\right]\int_{0}^{\infty}\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}e^{i\omega\tau}$$

Вычислим последний интеграл в этом уравнении, используя известные значения определённых интегралов [1]:

$$\int_0^{\infty}\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}\cos\omega\tau=\int_0^{\infty}\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}\sin\omega\tau=\sqrt{\pi/2\omega}.$$

Тогда этот член принимает следующий вид:

$$\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{2}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}}e^{-i\omega s}\left(1+i\right)\left(-i\sqrt{\omega}\right)\left[\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right)\right].$$

Используя изложенную процедуру вычислений, последний член уравнения (7) примет вид:

$$\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{2}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega e^{-i\omega s}}{\sqrt{2\pi}}\left(1-i\right)\left(-i\sqrt{\omega}\right)\left[\widetilde{R_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)\right]. \tag{8}$$

Учитывая уравнения (8) и (9), можно заключить, что каждое из уравнений (6), (7) представляет собой равенство двух интегралов Фурье, откуда следует равенство преобразований Фурье. Поэтому получаем:

$$\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right)=\frac{3}{2}\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)+i\frac{18\nu}{d^2\omega}\left[\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right)\right]+ +\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{2\omega}}\left(1+i\right)\left[\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right)\right]; \tag{9}$$

$$\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)=\frac{3}{2}\widetilde{R_{ij}}\left(\omega\right)-i\frac{18\nu}{d^2\omega}\left[\widetilde{R_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)\right]+ +\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{2\omega}}\left(1-i\right)\left[\widetilde{R_{ij}}\left(\omega\right)-\widetilde{P_{ij}}\left(\omega\right)\right]. \tag{10}$$

Теперь из уравнения (9) и (10) исключаем тензор $P_{ij}\left(\omega\right)$. После этого получим соотношение, которое связывает преобразования Фурье тензоров временной корреляции сплошной и диспергированной фаз:

$$\widetilde{R_{ij}}\left(\omega\right)=\Gamma\left(\omega\right)\widetilde{Q_{ij}}\left(\omega\right) \tag{11}$$

$$\Gamma\left(\omega\right)=\frac{\left[\gamma+\frac{1}{2}+\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{2\omega}}\right]^2+\left[\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{2\omega}}+\frac{18\nu}{d^2\omega}\right]^2}{\left[\frac{3}{2}+\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{2\omega}}\right]^2+\left[\frac{9}{d}\sqrt{\frac{\nu}{2\omega}}+\frac{18\nu}{d^2\omega}\right]^2} \tag{12}$$

И.О. Хинце [4] установил, что интенсивности хаотического движения сплошной и диспергированной фаз, соответственно, определяются соотношениями:

$$I_{ji}^2=\overline{\omega_i^2\left(t\right)},I_{pi}^2=\overline{\omega_{pi}\left(t\right)}\ \text{ при }\ i=1,2,3.$$

Эти соотношения можно переписать иначе, если учесть определения тензоров временной корреляции $R_{ij}\left(s\right)u\,Q_{ij}\left(s\right)$ [3]

$$I_{ji}^2=R_{ii}\left(0\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\widetilde{R_{ii}}\left(\omega\right)d\omega; \tag{13}$$

$$I_{pi}^2=Q_{ii}\left(0\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\widetilde{Q_{ii}}\left(\omega\right)d\omega. \tag{14}$$

Выражая (13) через величину $\widetilde{R_{ii}}\left(\omega\right)$ согласно найденному соотношению (12) для интенсивности хаотического движения сплошной фазы имеем:

$$I_{ji}^2=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\Gamma\left(\omega\right)\widetilde{Q_{ii}}\left(\omega\right)d\omega. \tag{15}$$

Определим явный вид этого соотношения. И.О. Хинце с достаточной точностью выразил тензор временной корреляции следующей формулой:

$$Q_{ii}\left(s\right)=I_{pi}^{2}e^{-\lambda i|s|}, \tag{16}$$

где λ – некоторые постоянные.

Находим преобразование Фурье этой функции:

$$\widetilde{Q_{ii}}=I_{pi}^{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2+\omega^2}. \tag{17}$$

Пренебрегая силой Бассэ (последний член правой части уравнения (1)), для функции Γ(ω) получим:

$$\Gamma\left(\omega\right)=\frac{\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{18}{d^2\omega}\right)^2}{\frac{9}{4}+\left(\frac{18\nu}{Id^2\omega}\right)^2}. \tag{18}$$

Выражая в соотношении (16) величины $Q_{ii}\left(\omega\right)$ и Γ(ω), согласно (17) и (18), после некоторых вычислений имеем:

$$\frac{I_{fi}^2}{I_{pi}^2}=\left[1+\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)^2\frac{\lambda_i d^2}{27\nu}\right]\left(1+\frac{\lambda_i d^2}{12\nu}\right)^{-1}, \tag{19}$$

где I_{fi}^2 и I_{pi}^2 – интенсивности хаотического движения сплошной (жидкой) и диспергированной (твёрдой) фаз.

В [2] отмечается, что коэффициент турбулентной диффузии каждой из фаз пропорционален интенсивности хаотического движения соответствующей фазы. Поэтому формула (20) позволяет оценить отношение коэффициентов турбулентной диффузии жидкой и диспергированной фаз в аппарате.

В нашем случае отношение плотностей $\rho = \rho_т/\rho_ж = 1{,}1$, то есть $\gamma > 1$. Интенсивность хаотического движения жидкой фазы больше интенсивности движения твердой фазы.

Физический смысл заключается в том, что если плотности твердой и жидкой фаз количественно разнятся, то следует ожидать некоторого увеличения относительной скорости их движения, что приведет к увеличению коэффициента массопередачи. Интенсивности хаотического движения фаз не будут одинаковыми, равно как и коэффициенты турбулентной диффузии [5–10]. Из сказанного следует, что рассмотренный случай движения одиночной частицы в турбулентном потоке сложен и может быть решен только при достаточно серьёзных допущениях, сформулированных выше.

ЛИТЕРАТУРА

1 Ильин В.А., Кукина А.В. Высшая математика. М.: Изд-во Проспект, 2004. 600 с.

2 Протодьяконов И.О., Люблинская И.Е., Рыжков А.Е. Гидродинамика и массообмен в дисперсных системах жидкость-твердое тело. Л.: Химия, 1987. 336 с.

3 Протодьяконов И.О., Сыщиков Ю.В. Турбулентность в процессах химической технологии. Л.: Наука, 1983. 318 с.

4 Хинце И.О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Гос. изд. физико-математической литературы, 1963. 680 с.

5 Шишацкий Ю.И., Буданов А.В., Никель С.А., Власов Ю.Н. Влияние наложения низкочастотных механических колебаний на эффективность экстрагирования // Вестник ВГУИТ. 2018. № 1. С. 25 – 29.

6 Пищиков Г.Б., Лазарев В.А., Шихалев С.В. Метод оценки интенсивности пространственного смешения микроорганизмов в биореакторах непрерывного действия // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2017. №79(3). С. 169-173.

7 Celis C., da Silva L. F. F. Lagrangian mixing models for turbulent combustion: review and prospects // Flow, Turbulence and Combustion. 2015. V. 94. №. 3. P. 643-689.

8 Watanabe T., Nagata K. Mixing model with multi-particle interactions for Lagrangian simulations of turbulent mixing // Physics of Fluids. 2016. V. 28. №. 8. P. 085103.

9 Li L. J. et al. A modified turbulent mixing model with the consideration of heat transfer between hot buoyant plume and sidewalls in a closed stairwell // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2015. V. 84. P. 521-528.

10 Barmparousis C., Drikakis D. Multidimensional quantification of uncertainty and application to a turbulent mixing model // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2017. V. 85. №. 7. P. 385-403.

REFERENCES

1 Ilyin V.A., Kukina A.V. Vysshaya matematika [Higher mathematics] Moscow, Publishing House Prospekt, 2004. 600 p. (in Russian)

2 Protodyakonov I.O., Lublinskaya I.E., Ryzhkov A.E. Gidrodinamika I massoobmen v dispersnykh sistemakh [Hydrodynamics and mass transfer in liquid-solid disperse systems] Leningrad, Chemistry, 1987. 336 p. (in Russian)

3 Protodyakonov I.O., Syshchikov Yu.V. Tusrbulentnost' v protsessakh khimicheskoi tekhnologii [Turbulence in the processes of chemical technology] Leningrad, Nauka, 1983. 318 p. (in Russian)

4 Khintse I.O. Turbulentnost' [Turbulence. Its mechanism and theory] Moscow, State ed. physico-mathematical literature, 1963. 680 p. (in Russian)

5 Shishatsky Yu.I., Budanov A.V., Nikel S.A., Vlasov Yu.N. Effect of the imposition of low-frequency mechanical oscillations on the extraction efficiency. *Vestnik VGUIT*. [Proceedings of VSUET] 2018. no. 1. pp. 25 – 29. (in Russian)

6 Pishchikov G.B., Lazarev V.A., Shikhalev S.V. A method of evaluating the intensity of spatial mixing of the microorganisms in the bioreactors, continuous. *Vestnik VGUIT*. [Proceedings of VSUET] 2017. no. 79(3). pp. 169-173. (in Russian)

7 Celis C., da Silva L. F. F. Lagrangian mixing models for turbulent combustion: review and prospects. Flow, Turbulence and Combustion. 2015. vol. 94. no. 3. pp. 643-689.

8 Watanabe T., Nagata K. Mixing model with multi-particle interactions for Lagrangian simulations of turbulent mixing. Physics of Fluids. 2016. vol. 28. no. 8. pp. 085103.

9 Li L. J. et al. A modified turbulent mixing model with the consideration of heat transfer between hot buoyant plume and sidewalls in a closed stairwell. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2015. vol. 84. pp. 521-528.

10 Barmparousis C., Drikakis D. Multidimensional quantification of uncertainty and application to a turbulent mixing model. International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2017. vol. 85. no. 7. pp. 385-403.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Юлиан И. Шишацкий д.т.н., профессор, кафедра физики, теплотехники и теплоэнергетики, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Алексей М. Барбашин к.т.н., доцент, кафедра физики, теплотехники и теплоэнергетики, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Сергей А. Никель к.т.н., доцент, кафедра физики, теплотехники и теплоэнергетики, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, sergei.nickel@yandex.ru

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 30.03.2018

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 26.04.2018

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Yulian I. Shitshatskii Dr. Sci. (Engin.), professor, physics, heat engineering and heat power engineering department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Aleksei M. Barbashin Cand. Sci. (Engin.), associate professor, physics, heat engineering and heat power engineering department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Sergei A. Nikel Cand. Sci. (Engin.), associate professor, physics, heat engineering and heat power engineering department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, sergei.nickel@yandex.ru

CONTRIBUTION

All authors equally participated in writing the manuscript and responsible for the plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 3.30.2018

ACCEPTED 4.26.2018