

Профессор А.В. Жучков¹, доцент А.В. Прибытков²,
докторант И.В. Черемушкина³, аспирант А.Н. Мартеха²

¹(Воронеж. гос. ун-т. инж. технол.) кафедра машин и аппаратов химических производств, тел. (473) 249-91-13

²(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра машин и аппаратов пищевых производств, тел. (473) 255-38-96

³(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра микробиологии и биохимии, тел. (473) 255-55-57

Математическое моделирование процесса сушки модифицированного корма

Рациональное аппаратное оформление процесса сушки и снижение затрат энергии на его осуществление является актуальной задачей. В данной работе разработана математическая модель процесса сушки модифицированного корма в виброкипящем слое.

Efficient hardware design of the drying process and reduce energy costs for its implementation is an important task. In this paper developed the mathematical model of the drying process the modified feed in vibroboiling layer.

Ключевые слова: сушка, модифицированный корм, математическая модель.

Рассматривается сушильная установка для модифицированного корма с полной рециркуляцией воздуха (рисунок 1).

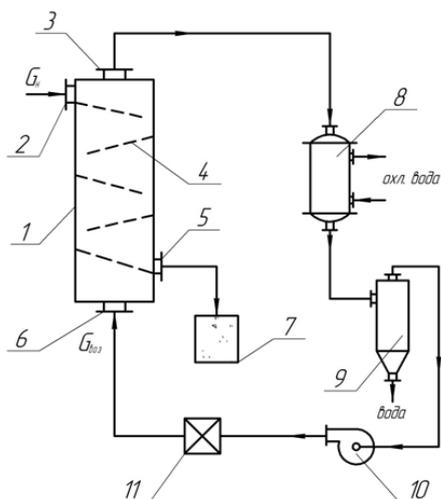


Рисунок 1 - Принципиальная схема сушильной установки

1 - сушильная камера; 2 - штуцер для подачи влажного сырья; 3 - штуцер для выхода влажного воздуха; 4 - перфорированные виброполки; 5 - штуцер для выхода высушенного сырья; 6 - штуцер для подачи воздуха в сушильную камеру; 7 - бункер для высушенного сырья; 8 - охладитель воздуха; 9 - влагоотделитель; 10 - циркуляционный вентилятор; 11 - калорифер

© Жучков А.В., Прибытков А.В., Черемушкина И.В., Мартеха А.Н., 2013

Влажный корм через штуцер 2 подается в сушильную камеру и движется по вибрирующим полкам 4 в нижнюю часть сушильной камеры. Через штуцер 5 он выводится из аппарата и поступает в бункер-накопитель 7. Воздух подается через штуцер 6, а выводится через штуцер 3. В аппарате воздух преимущественно проходит через отверстия в полках перпендикулярно движущемуся слою сырья. Далее он поступает в охладитель 8, где охлаждается до температуры меньшей точки росы (рисунок 2).

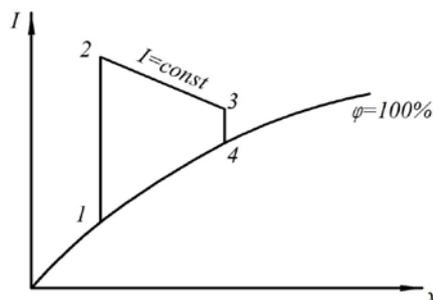


Рисунок 2 - I-x - диаграмма процесса сушки сырья: 1-2 - подогрев воздуха в калорифере 4; 2-3 - сушка сырья в сушильной камере 1; 3-4-1 - охлаждение воздуха в охладителе 8.

Капли влаги, образующейся в воздухе при его охлаждении, отделяются во влагоотделителе 9, а воздух вентилятором 10 подается через калорифер 11 в сушильную камеру 1.

На рисунке 2 представлена I-x- диаграмма процесса сушки модифицированного корма.

Рассмотрим процесс сушки, протекающий на отдельной вибрирующей полке сушильной камеры (рисунок 3).

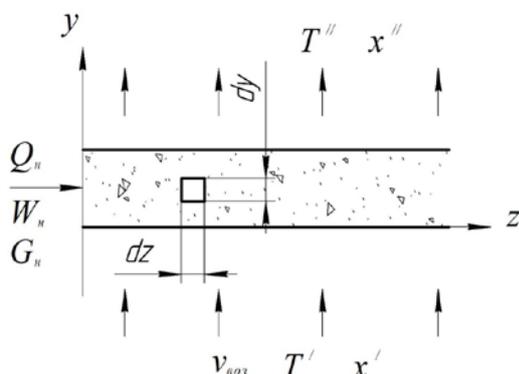


Рисунок 3 - Движение сред на полке

Влажное сырье в количестве G_n при влажосодержании W_n поступает на вибрирующую полку и перемещается по ней слева направо со средней скоростью v_m . Воздух проходит через слой снизу вверх. Начальная и конечная температуры воздуха равны T' и T'' , влажосодержания - x' , x'' .

Вибрация полок обеспечивает устойчивое движение сырья через аппарат, а также способствует существенному увеличению коэффициентов тепло- и массоотдачи и интенсификации процесса сушки.

При постановке задачи принимаем следующие допущения:

- высота слоя корма постоянна;
- средняя скорость направленного движения частиц корма постоянна;
- поля температуры и влажосодержания в частице корма однородны;
- частицы корма интенсивно перемешиваются в вертикальном направлении, обеспечивая постоянство температуры частиц по высоте слоя;
- тепло- и влажопроводность частиц сырья не оказывает существенного влияния на процесс сушки. Основными факторами, определяющими интенсивность сушки, являются процессы тепло- и массоотдачи на поверхности частиц сырья.

При известной средней скорости частиц расход корма определяется по формуле:

$$G_T = v_T \cdot b \cdot h(1 - \varepsilon) \rho_T \quad (1)$$

где v_T – средняя скорость движения частиц корма; b – ширина полки; h – высота слоя корма на полке; ε – рабочая порозность слоя корма; ρ_T – плотность корма.

Удельная поверхность слоя корма определяется формулой:

$$f = n \cdot F_q, \quad (2)$$

где n – количество частиц корма в 1 м^3 слоя; F_q – площадь поверхности одной частицы.

$$n = \frac{6(1 - \varepsilon)}{\pi d^3}, \quad (3)$$

$$F_q = \pi d^2, \quad (4)$$

где d – средний эквивалентный диаметр частиц корма.

С учетом (3), (4) из формулы (2) следует:

$$f = \frac{6(1 - \varepsilon)}{d} \quad (5)$$

Выделим элемент $dz \cdot dy$ (рисунок 3) и составим для него уравнение теплового баланса:

$$c_{\text{воз}} \cdot v_{\text{воз}} \cdot \rho_{\text{воз}} \cdot dz \cdot dT = \alpha(\Theta - T) \cdot f \cdot dz \cdot dy, \quad (6)$$

где $c_{\text{воз}}$ – теплоемкость воздуха; $v_{\text{воз}}$ – скорость воздуха (вертикальная составляющая на свободное сечение камеры); $\rho_{\text{воз}}$ – плотность воздуха; T – температура воздуха, К; α – коэффициент теплоотдачи от воздуха к поверхности частиц; Θ – температура частиц корма (зависит от z , но не зависит от y).

Разделив выражение (6) на $dz \cdot dy$, получим:

$$\frac{dT}{dy} = \frac{\alpha f}{c_{\text{воз}} \cdot \rho_{\text{воз}} \cdot v_{\text{воз}}} (\Theta - T) \quad (7)$$

Начальные условия: $T = T'$ при $y = 0$.

Разделяя переменные и интегрируя (7), получим:

$$T = \Theta + (T' - \Theta) \exp\left(-\frac{\alpha f}{c_{\text{воз}} \cdot \rho_{\text{воз}} \cdot v_{\text{воз}}} \cdot y\right) \quad (8)$$

Температуру воздуха на выходе из слоя получаем из (8) подстановкой $y = h$:

$$T'' = \Theta + (T' - \Theta) \exp\left(-\frac{\alpha \cdot f \cdot h}{c_{\text{воз}} \cdot \rho_{\text{воз}} \cdot v_{\text{воз}}}\right) \quad (9)$$

Уравнение массоотдачи для элемента $dz \cdot dy$:

$$\rho_{\text{воз}} \cdot v_{\text{воз}} \cdot dx dz = \frac{\beta}{R_{II} T} (P_{IIW} - P_{II}) \cdot f \cdot dz \cdot dy, \quad (10)$$

где x – влажосодержание воздуха; β – коэффициент массоотдачи; R_{II} – газовая постоянная для пара (для водяного пара $R_{II} = 461 \text{ Дж/кгК}$); \bar{T} – средняя абсолютная температура; P_{II} – парциальное давление пара в воздухе;

$P_{ПВ}$ – парциальное давление пара у поверхности частиц.

Величину $P_{ПВ}$ полагаем равной равновесному давлению пара для температуры частицы Θ . Величина влагосодержания x может быть рассчитана по формуле [1] через давление $P_{П}$:

$$x = 0,622 \frac{P_{П}}{P - P_{П}}, \quad (11)$$

где P – давление в сушильной камере ($P \approx 10^5$ Па)

Полная $P_{П} \ll P$ из (11) получим:

$$x = 0,622 \frac{P_{П}}{P}, \quad (12)$$

Разделив уравнение (10) на $dy \cdot dz$ с учетом (12), получим:

$$\frac{dP_{П}}{dy} = \frac{\beta f \Pi}{0,622 \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot R_{П} \cdot T} (P_{ПВ} - P_{П}) \quad (13)$$

Решение уравнения (13) при начальном условии $P_{П}(0) = P_{П}'$ имеет вид:

$$P_{П} = P_{ПВ} + (P_{П}' - P_{ПВ}) \exp\left(-\frac{\beta \cdot f \cdot \Pi}{0,622 \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot R_{П} \cdot T} y\right) \quad (14)$$

На выходе из слоя ($y=h$):

$$P_{П}'' = P_{ПВ} + (P_{П}' - P_{ПВ}) \exp\left(-\frac{\beta \cdot f \cdot \Pi \cdot h}{0,622 \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot R_{П} \cdot T}\right) \quad (15)$$

Для определения зависимости температуры корма Θ от продольной координаты z запишем уравнения теплового баланса для элемента $h \cdot dz$:

$$c_T \cdot G_T \cdot d\Theta = c_{\text{в03}} \cdot \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} (T_{\text{в03}}' - T_{\text{в03}}'') \cdot b dz + \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} (x' - x'') \cdot b \cdot r dz, \quad (16)$$

где r – теплота парообразования воды.

С учетом (12), (14), (15) из уравнения (16) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{dz} = & \frac{c_{\text{в03}} \cdot \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot b}{G_T \cdot c_T} + (T_{\text{в03}}' - \Theta) \\ & \left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha \cdot f \cdot h}{c_{\text{в03}} \cdot \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}}}\right) \right] + \\ & + 0,622 \frac{\rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot r \cdot b}{G_T \cdot c_T \cdot \Pi} (P_{П}' - P_{ПВ}) \\ & \left[1 - \exp\left(-\frac{\beta \cdot f \cdot h \cdot \Pi}{0,622 \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot R_{П} \cdot T}\right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

Зависимость парциального давления пара у поверхности частицы $P_{ПВ}$ от абсолютной температуры частицы Θ определяется соотношением [2]:

$$P_{ПВ} = P_{П}' \cdot \exp\left[\frac{r}{R_{П}} \left(\frac{1}{T_{\text{Н}}'} - \frac{1}{\Theta}\right)\right], \quad (18)$$

где $T_{\text{Н}}'$ – температура насыщения пара для давления пара $P_{П}'$.

Начальные условия для уравнения (17):

$$\Theta(0) = \Theta_{\text{Н}} \quad (19)$$

Решение дифференциального уравнения (17) при начальном условии (19) можно представить в неявном виде:

$$z = \int_{\Theta_{\text{Н}}}^{\Theta} \frac{d\Theta}{A_1(T_{\text{Н}}' - \Theta) + A_2(P_{П}' - P_{ПВ})}, \quad (20)$$

где

$$A_1 = \frac{c_{\text{в03}} \cdot \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot b}{G_T \cdot c_T} \left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha \cdot f \cdot h}{c_{\text{в03}} \cdot \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}}}\right) \right], \quad (21)$$

$$\begin{aligned} A_2 = & 0,622 \frac{\rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot r \cdot b}{G_T \cdot c_T \cdot \Pi} \\ & \left[1 - \exp\left(-\frac{\beta \cdot f \cdot h \cdot \Pi}{0,622 \rho_{\text{в03}} \cdot v_{\text{в03}} \cdot R_{П} \cdot T}\right) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Зависимость $P_{ПВ}$ от температуры корма Θ определяется соотношением (18).

Из-за сложного вида подинтегральной функции интеграл (20) не берется в элементарных функциях, но он может быть вычислен с использованием одного из численных методов [3].

Далее приведен расчет процесса сушки.

Определяется расход воздуха через сушильную установку:

$$G_{\text{в03}} = G_{\text{ТН}} \cdot l_c, \quad (23)$$

где $G_{\text{ТН}}$ – расход влажного сырья на входе в сушилку; l_c – удельный расход воздуха.

Скорость воздуха на свободное сечение аппарата:

$$v = \frac{G_{\text{в03}}}{\rho_{\text{в03}} \cdot b \cdot L}, \quad (24)$$

где $\rho_{\text{в03}}$ – плотность воздуха, кг/м³; b – ширина камеры, м; L – длина камеры, м.

По формуле (5) определяется удельная площадь поверхности частиц.

Из соотношения (11) находится парциальное давление водяного пара в воздухе на входе в слой (после калорифера):

$$P_{\text{пл}} = \frac{x_1 P}{x_1 + 0,622}, \quad (25)$$

где P – атмосферное давление, Па.

Определяется коэффициент диффузии водяного пара для рабочих условий [1]:

$$D = D_0 \left(\frac{T_{603}}{T_0} \right)^{1,5}, \quad (26)$$

где D_0 – коэффициент диффузии водяного пара в воздухе при нормальных условиях ($D_0 = 2,19 \cdot 10^{-5}$ м²/с); T_{603} – начальная температура воздуха (на входе в слой), К; $T_0 = 273$ К.

Число Рейнольдса для средней скорости воздуха:

$$\text{Re} = \frac{v_{603} \cdot d}{\nu_{603}}. \quad (27)$$

Число Рейнольдса для колебательного движения частиц:

$$\text{Re}_{\text{виб}} = \frac{2\pi \cdot v \cdot A \cdot d}{\nu_{603}}. \quad (28)$$

Число Нуссельта для колебательного движения частиц:

$$\text{Nu} = 1,94 \text{Re}^{0,21} \text{Re}_{\text{виб}}^{0,42} \left(\frac{t_n}{t_{\text{м1}}} \right)^{-0,5} \varepsilon^{2,67}, \quad (29)$$

На основе аналогии процессов тепло-массообмена полагаем:

$$\text{Nu}_D = \text{Nu}, \quad (30)$$

где $\text{Nu}_D = \frac{\beta \cdot d}{D}$ – диффузионное число Нуссельта.

Коэффициенты тепло- и массоотдачи:

$$\alpha = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda_{603}}{d}, \quad (31)$$

где λ_{603} – теплопроводность воздуха, Вт/мК.

$$\beta = \frac{\text{Nu}_D \cdot D}{d}, \quad (32)$$

где d – эквивалентный диаметр частиц, м;

Ориентировочно принимаем среднее влагосодержание корма на решетке:

$$W_{\text{cp}} \approx \frac{W_H}{2}, \quad (33)$$

где W_H – начальное влагосодержание корма.

Тогда средний массовый расход корма будет равен:

$$G_T = G_H \frac{W_{\text{cp}} + 1}{W_H + 1}. \quad (34)$$

Из уравнения (17) определяем температуру мокрого термометра Θ_H ; при $z \rightarrow \infty$ $\frac{d\Theta}{dz} \rightarrow 0$.

Из (17) следует:

$$A_1(T' - \Theta) + A_2(P'_{\text{II}} - P_{\text{IIW}}(\Theta_M)) = 0. \quad (35)$$

Нелинейное алгебраическое уравнение (35) решается средствами Mathcad относительно температуры Θ_M .

Выполняется численное интегрирование в Mathcad с учетом зависимости (18).

Определяется протяженность начального участка слоя L_H из условия:

$$\Theta_K \approx \Theta_H - 0,01(\Theta_M - \Theta_H). \quad (36)$$

При всех практически интересных режимах сушки $L_H < L$. Таким образом, высушиваемый корм приобретает температуру мокрого термометра Θ_M на верхней полке.

На всех последующих полках $\Theta = \Theta_M$.

Конечные значения «температуры Θ », парциального давления P'_{II} , влагосодержания x_2 определяются непосредственно по формулам (7), (15), (11).

Определяется длина участка L_K верхней полки, на котором температура корма $\Theta = \Theta_M$:

$$L_K = L - L_H \quad (37)$$

Средняя температура воздуха на выходе из слоя корма:

$$T'_{\text{cp}} = \frac{1}{L} \left[\int_0^{L_H} T''(z) dz + T'_{\text{K}} \cdot L_K \right]. \quad (38)$$

Температура воздуха T'_{K} определяется здесь по (9) для $\Theta = \Theta_M$:

$$P'_{\text{IIcp}} = \frac{1}{L} \left[\int_0^{L_H} P'_{\text{II}}(z) dz + P'_{\text{IIK}} \cdot L_K \right]. \quad (39)$$

Для $P'_{\text{II}} = P'_{\text{IIcp}}$ по формуле (11) определяется конечное среднее влагосодержание пара x'_{cp} на выходе из слоя корма.

Конечное влагосодержание корма на выходе из решетки:

$$W_K = W_H - l_c(W_H + 1)(x'_{\text{cp}} - x'). \quad (40)$$

Уточняется среднее влагосодержание корма:

$$W_{cp} = \frac{W_H + W_K}{2} \quad (41)$$

На рисунках 4-9 представлены результаты моделирования процесса сушки модифицированного корма.

Как видно из рисунка 4, протяженность участка L_H , на котором температура корма изменяется от начальной до температуры мокрого термометра, равна 0,46 м при общей длине решетки 1 м.

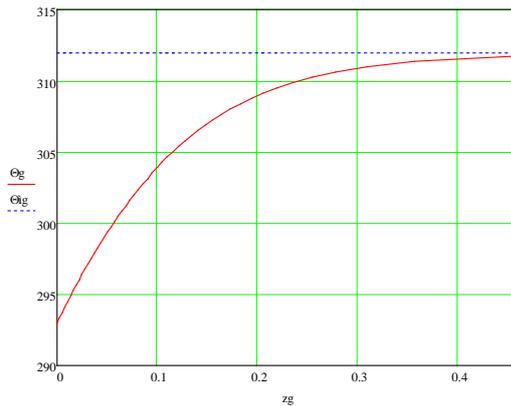


Рисунок 4 - Распределение температуры корма по длине решетки

Моделирование других, интересных в техническом отношении режимов, позволяет утверждать, что температура модифицированного корма достигает температуры влажного термометра на верхней полке. На нижних полках можно считать что $\Theta = \Theta_M$, что существенно упрощает задачу.

Распределение температуры воздуха и парциального давления пара на выходе из решетки по ее длине представлены на рисунках 5 и 6.

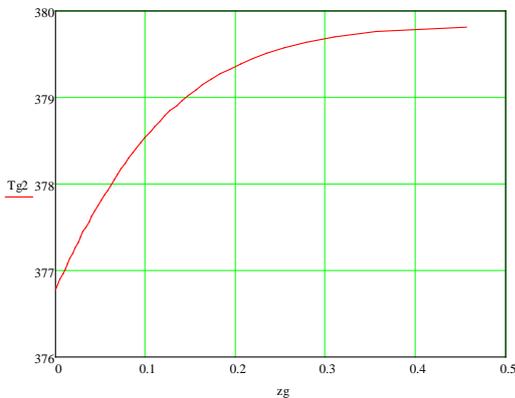


Рисунок 5 - Распределение температуры воздуха на выходе из решетки по ее длине

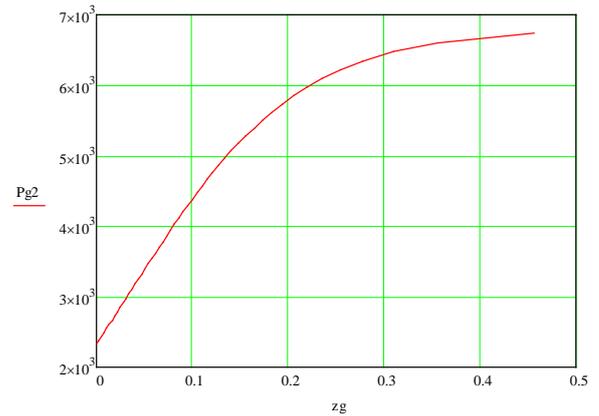


Рисунок 6 - Распределение парциального давления пара на выходе из решетки по ее длине

Усредненные параметры воздуха на выходе из слоя (после перемешивания):

$$T_{603}^{II} = 382,4K; P_{II}^{II} = 6284Pa; x^{II} = 0,041.$$

Конечное влагосодержание корма $W_K=0,092$

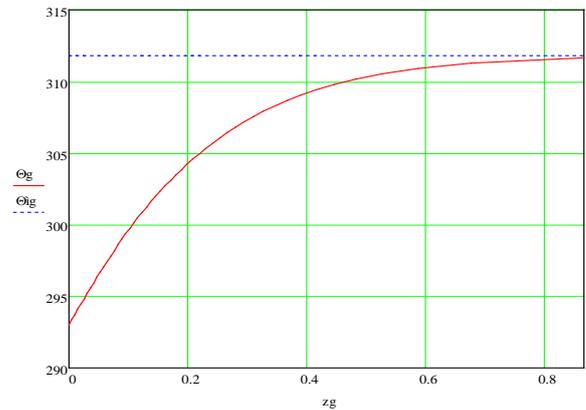


Рисунок 7 - Распределение температуры корма по длине решетки при $G_{TH}=0.03$ кг/с

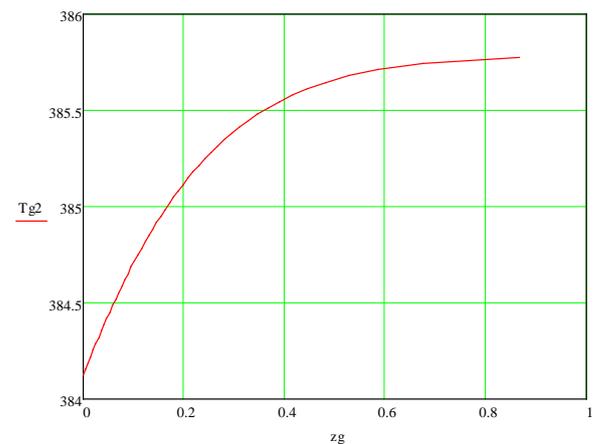


Рисунок 8 - Распределение температуры воздуха на выходе из решетки по ее длине при $G_{TH}=0.03$ кг/с

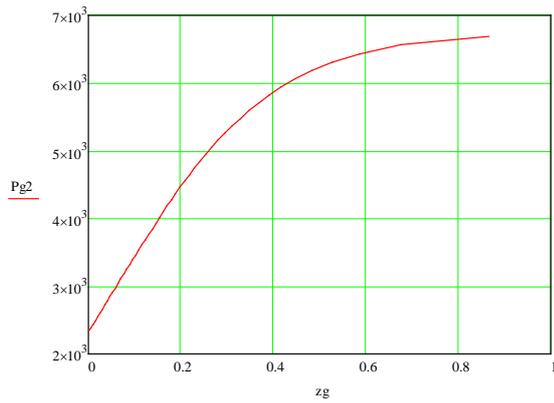


Рисунок 9 - Распределение парциального давления пара на выходе из решетки по ее длине при $G_{тн}=0.03$ кг/с

Увеличение расхода корма $G_{тн}$ до 0,03 кг/с приводит к увеличению начального участка L_H до 0,886 м. Соответственно изменяются графики зависимости температуры сырья и выходных параметров воздуха (рисунки 7-9).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Стабников, В. Н. Процессы и аппараты пищевых производств [Текст] / В. Н. Стабников, В. И. Баранцев. – М.: Агропромиздат, 1985. – 503 с.
- 2 Муштаев, В. И. Сушка в условиях пневмотранспорта [Текст] / В. И. Муштаев, В. М. Ульянов, А. С. Тимонин. – М.: Химия, 1984. – 232 с.
- 3 Бахвалов, Н. С. Численные методы [Текст] / Н. С. Бахвалов. - М.: Бином, 2010. – 636 с.

REFERENCES

- 1 Stabnikov, V. N. Processes and equipment for food production [Text] / V. N. Stabnikov, V. I. Barantsev. - M.: Agropromizdat, 1985. – 503 p.
- 2 Mushtaev, V. I. Drying in pneumatic conveying [Text] / V. I. Mushtaev, V. M. Ulyanov, A. S. Timonin. - M.: Himiya, 1984. – 232 p.
- 3 Bahvalov, N. S. Numerical methods [Text] / N. S. Bahvalov. - M.: Binom, 2010. - 636 p.