

## Математическое моделирование процессов взаимодействия функциональных и контаминирующих микроорганизмов в биотехнологической системе

Алексей В. Скрыпников<sup>1</sup> skrypnikovvsafe@mail.ru  
Елена В. Белокурова<sup>1</sup> zvezdamal@mail.ru  
Никита В. Сотников<sup>1</sup> sotnikov@mail.ru

<sup>1</sup> Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

**Аннотация.** Математическое моделирование процессов, происходящих в биотехнологической системе, в том числе описывающих взаимодействие функциональных микроорганизмов с контаминирующей микрофлорой, является в настоящее время перспективным научным направлением. В статье рассматриваются вопросы системного анализа процессов, происходящих в биотехнологической системе при брожении. Под «микробиологической системой» понимается микробиологический процесс, состоящий из двух подсистем или популяций микроорганизмов. В течение заданного технологического процесса эти популяции взаимодействуют между собой путем использования общего ресурса. Системный анализ и математическое моделирование микробиологических процессов представляет собой сложную задачу. Необходимо учитывать массу факторов, таких как одновременное протекание нескольких нестационарных процессов; множество параметров состояния, включая анализ связей между ними; изменение в реальном времени технологических параметров, в частности основного ресурса, учет различных свойств популяций микроорганизмов, влияющих на поведение микробиологических систем (смертность, рождаемость, существование посторонней микрофлоры и т. п.), и другие факторы, оказывающие непосредственное влияние на качество готового продукта. В свою очередь количественный анализ этих взаимодействий приведет к разработке научно обоснованных способов и подходов, минимизирующих эффект контаминации. Проведен анализ и построена системная модель, отражающая весь спектр взаимодействий между полезными и посторонними популяциями микроорганизмов при производстве хлебобулочных изделий. Представленная системная модель позволяет продолжить исследование поставленных в работе вопросов, путем дальнейшего изучения ее компонентов.

**Ключевые слова:** тесты, моделирование, брожение, системный анализ, контаминирующая микрофлора

## Mathematical modeling of processes of interaction of functional and which contaminate microorganisms in biotechnology system

Alexey V. Skrypnikov<sup>1</sup> skrypnikovvsafe@mail.ru  
Elena V. Belokurova<sup>1</sup> zvezdamal@mail.ru  
Nikita V. Sotnikov<sup>1</sup> sotnikov@mail.ru

<sup>1</sup> Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

**Abstract.** Mathematical modeling of processes occurring in the biotechnological system, including those describing the interaction of functional microorganisms with contaminating microflora, is currently a promising scientific direction. The article discusses the issues of system analysis of the processes occurring in the biotechnological system during fermentation. By "microbiological system" is meant a microbiological process consisting of two subsystems or populations of microorganisms. During a given technological process, these populations interact with each other by using a common resource. Systems analysis and mathematical modeling of microbiological processes is a complex task. It is necessary to take into account a lot of factors, such as the simultaneous occurrence of several non-stationary processes; many state parameters, including analysis of the links between them; change in real time of technological parameters, in particular, the main resource, consideration of various properties of microbial populations affecting the behavior of microbiological systems (mortality, fertility, the existence of extraneous microflora, etc.), and other factors that have a direct impact on the quality of the finished product. In turn, a quantitative analysis of these interactions will lead to the development of scientifically based methods and approaches that minimize the effect of contamination. The analysis was carried out and a system model was constructed reflecting the entire spectrum of interactions between useful and extraneous populations of microorganisms in the production of bakery products. The presented system model allows to continue the study of the questions posed in the work, by further studying its components.

**Keywords:** dough, modeling, fermentation, system analysis, contaminate microflora

Математическое моделирование процессов, происходящих в биотехнологической системе, в том числе описывающих взаимодействие функциональных микроорганизмов с контаминирующей микрофлорой, является в настоящее время перспективным научным направлением.

Как показал проведенный авторами анализ существующих на настоящее время исследований, системных и комплексных подходов к решению

данной задачи, позволяющих описать рассматриваемые процессы, не существует [1, 2]. Необходимо провести анализ и построить системную модель, отражающую весь спектр взаимодействий между полезными и посторонними популяциями микроорганизмов при производстве хлебобулочных изделий. В свою очередь, количественный анализ этих взаимодействий приведет к разработке научно обоснованных способов и подходов, минимизирующих эффект контаминации.

Для цитирования

Скрыпников А.В., Белокурова Е.В., Сотников Н.В. Математическое моделирование процессов взаимодействия функциональных и контаминирующих микроорганизмов в биотехнологической системе // Вестник ВГУИТ. 2019. Т. 81. № 1. С. 252–255. doi:10.20914/2310-1202-2019-1-252-255

For citation

Skrypnikov A.V., Belokurova E.V., Sotnikov N.V. Mathematical modeling of processes of interaction of functional and which contaminate microorganisms in biotechnology system. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET]. 2019. vol. 81. no. 1. pp. 252–255. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2019-1-252-255

Анализ существующих подходов к решению данной задачи показал [1, 2], что основной причиной сбоев в биотехнологическом процессе в условиях воздействия контаминации является негативное воздействие на жизнедеятельность функциональных микроорганизмов, что приводит к их угнетению. Таким образом, важно определить начало этого негативного воздействия с целью минимизации угнетения полезных микроорганизмов и проведения соответствующих профилактических работ по устранению контаминации [8–14].

Построим системную модель анализа влияния растительных добавок на биотехнологические свойства и показатели качества теста.

Проведенный анализ исследований в данной области показал [3], что деятельность любых организмов прямо зависит от наличия ресурса, который и определяет распределение и численность популяций. В основе механизмов всех изменений, таких, как механизмы распределения ресурсов между популяциями, а также структура экосистемы, лежат законы ресурсного взаимодействия.

Системный анализ и математическое моделирование микробиологических процессов представляет собой сложную задачу. Необходимо учитывать массу факторов, таких, как одновременное протекание нескольких нестационарных процессов; множество параметров состояния, включая анализ связей между ними; изменение в реальном времени технологических параметров, в частности основного ресурса, учет различных свойств популяций микроорганизмов, влияющих на поведение микробиологических систем (смертность, рождаемость, существование посторонней микрофлоры и т. п.), и другие факторы, оказывающие непосредственное влияние на качество готового продукта.

Эти факторы характеризуют сложности формализации математической модели, позволяющей учесть все основные особенности производства хлебобулочных изделий. Существующий математический аппарат и проведенный до этого системный анализ подобного рода производства рассматривал поведение популяции полезных микроорганизмов, но не содержал анализа влияния на нее контаминирующей микрофлоры. Таким образом, вопросы ресурсного конфликта между полезными микроорганизмами и контаминирующей микрофлорой не рассматривались. В то же время наличие контаминирующей микрофлоры приводит к существенному снижению качества и безопасности продукции. Результат ресурсного взаимодействия между полезными

микроорганизмами и контаминирующей микрофлорой в реальном процессе имеет большое значение и требует дальнейшего изучения. Кроме того, открытым остается вопрос воздействия на такие процессы с целью минимизации ущерба от возможных последствий с помощью эффективных управленческих решений.

Как известно [3], под «микробиологической системой» понимается микробиологический процесс, состоящий из двух подсистем или популяций микроорганизмов. В течение заданного технологического процесса эти популяции взаимодействуют между собой путем использования общего ресурса  $D$ .

Введем обозначения. Пусть  $N$  – множество функциональных микроорганизмов,  $M$  – множество контаминирующих микроорганизмов. Множества  $N$  и  $M$ , в свою очередь, состоят из подмножеств или подсистем различных подвидов микроорганизмов соответствующей популяции. При этом множества  $N$  и  $M$  между собой взаимодействуют по одним и тем же законам вне зависимости от количества видов популяций микроорганизмов.

Введем ограничения. Считаем, что биотехнологический процесс протекает равномерно по всей площади аппарата и непрерывен во времени, а также происходит без прерываний производственного цикла.

Тогда задачу можно свести к системе дифференциальных уравнений, описывающих микробиологический процесс в целом. Для описания общей модели необходимо описать неизвестные функции, включая ограничения на параметры. Кроме того, необходимо задать начальные и граничные условия и определить коэффициенты модели. Обозначим функцию ресурса  $D$  с помощью вектора

$$D = D(d_1, \dots, d_p), p = 1 \dots P,$$

где  $d = d(X, Y, Z, t)$  – вектор параметров ресурса;  $X, Y, Z$  – пространственные координаты;  $t$  – время.

Считаем, что ресурс ограничен и не восполним в рамках производственного цикла. Введем понятие «концентрация ресурса». Пусть  $p$ -й компонент ресурса имеет концентрацию  $d_p$ . Причем при размножении популяций концентрация ресурса расходуется, т. е.  $d_p$  уменьшается.

Обозначим через  $dX$  произвольный слой ресурса с заданной толщиной. Так как за время  $dt$  концентрация  $d_p$  ресурса меняется на величину  $dd_p$ , то ее значение будет равно  $d_p + dd_p$ .

Но тогда можно описать градиент концентрации  $\text{grad}_x d_p = \partial d_p / \partial X$ .

В соответствии с законом Фика опишем уравнение для потока  $q_x$  при изменении концентрации  $d_p$  для  $p$ -го компонента ресурса:

$$q_x = -D' \text{grad}_x d_p = -D \cdot \partial d_p / \partial X,$$

где  $D'$  – коэффициент смешивания.

С учетом уравнения непрерывности для концентрации  $U_p$  получим:

$$\partial d_p / \partial t = -\text{div} q_x = \text{div}(D' \text{grad}_x d_p).$$

В уравнении учитывалось изменение скорости концентрации  $p$ -го компонента ресурса в связи с уменьшением колонии микроорганизмов. Так как каждая популяция при своем развитии использует ресурс, то потребление ей  $p$ -го компонента ресурса представим в виде функции потребления  $Q_p(d_p, t)$ . Эта функция зависит от скорости роста количества микроорганизмов  $\mu$ , которое будет меняться во времени.

Рассмотрим некое максимальное значение для концентрации  $p$ -го компонента ресурса  $D_{op} = D_o(d_p, X, Y, Z, t)$ . При достижении его дальнейший рост прекращается и вследствие нехватки ресурса популяции погибают. С другой стороны, будем считать, что при  $D_p > D_{op}$ , наоборот, биомасса популяции растет. Выбор порогового значения  $D_{op}$  на практике представляет собой сложную задачу ввиду наличия множества факторов, учесть которые можно только в результате эксперимента и с учетом особенностей рассматриваемой задачи.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод о том, что математическое описание микробиологических процессов при производстве хлебобулочных изделий представляет собой систему двух дифференциальных уравнений. Она описывает процессы жизнедеятельности двух популяций с учетом двух начальных условий, характеризующих начальное количество микроорганизмов, а также задания пяти параметров модели: удельной скорости роста  $\mu$ , смертности  $c$ , а также специального коэффициента  $\alpha$ , описывающего их ресурсное взаимодействие между собой. При этом считаем, что  $K$  – общая биомасса среды, которая, в свою очередь, состоит из полезной и контаминирующей биомассы популяций, задается экономическим коэффициентом  $a$ , учитывающим долю потребляемого ресурса в производстве новой биомассы.

Будем оценивать качество готовой продукции вектором критериев эффективности  $Q = Q(q_1, \dots, q_s)$ ,  $s \in S$  в соответствии с принципом оптимальности по Парето.

Таким образом, предложим системную модель микробиологических изменений в процессе тестоведения в следующем виде.

1. Целевая функция математической модели имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{q} = q(q_1, \dots, q_s, \dots, q_s) &\xrightarrow{n_i, m_j, R_p \in \Phi} \text{opt}, \\ q(n_i) &\xrightarrow{n_i \in \Phi} \text{max}, \\ q(m_j) &\xrightarrow{m_j \in \Phi} \text{min}, \\ q(K) &\xrightarrow{K \in \Phi} \text{max}. \end{aligned}$$

2. Область поиска  $\Phi$  задается следующими параметрическими и функциональными ограничениями:

$$\begin{aligned} N &= n(n_1, \dots, n_i, \dots, n_i), i = \overline{1, I}, \\ M &= m(m_1, \dots, m_j, \dots, m_j), j = \overline{1, J}, \\ D &= D(d_1, \dots, d_p, \dots, d_p), p = \overline{1, P}, \\ d_p &= d(d_{op}, x, y, x, t), p = \overline{1, P}, t \in T, \\ d_p|_{t=0} &= d_{op}(x, y, x), p \in P, \\ \frac{dd_p}{dt} &= \text{div}(D_p(d_p) \text{grad} d_p) + Q_p(d_p, t), \\ Q_p(d_p, t) &= \begin{cases} Q_p(d_p, t), & D_p > D_{op} \\ 0, & D_p \leq D_{op} \end{cases}, \\ D_{op} &= D_o(d_p, x, y, z, t), p \in P, t \in T, \\ \frac{dD_p}{dt} &= D_p - a_i \mu_i n_i - a_j \mu_j n_j, \\ \frac{dn_i}{dt} &= \mu_i n_i - \frac{\mu_i n_i^2}{n_{im}} - \mu_i \alpha_i \frac{n_i m_j}{n_{im}} - c_i n_i, \\ \frac{dm_j}{dt} &= \mu_j m_j - \frac{\mu_j m_j^2}{m_{jm}} - \mu_j \alpha_j \frac{n_i m_j}{m_{jm}} - c_j n_j, \\ \frac{1}{K} \frac{dK}{dt} &= \mu K - \mu \frac{K^2}{K_m} - cK, \\ K &= n_i + m_j, i \in I, j \in J, t \in T, \\ n_i|_{t=0} &= n_{oi}(x, y, x), m_j|_{t=0} = m_{oj}(x, y, x), \\ n_i|_{t=T} &= n_{im}, m_j|_{t=T} = m_{jm}, K|_{t=T} = K_m, \\ n_i &= \begin{cases} n_i, & D_p > D_{op} \\ 0, & D_p \leq D_{op} \end{cases}, m_j = \begin{cases} m_j, & D_p > D_{op} \\ 0, & D_p \leq D_{op} \end{cases}, \\ a_i \geq 0, a_j \geq 0, \mu_i \geq 0, \mu_j \geq 0, \alpha_i \geq 0, \alpha_j \geq 0, c_i \geq 0, c_j \geq 0, \end{aligned}$$

где  $T$  – интервал времени;  $n_{im}, m_{jm}$  – максимальные значения мощности популяций;  $K_m$  – максимальное значение мощности прироста биомассы.

Представленная системная модель позволяет продолжить исследование поставленных в работе вопросов путем дальнейшего изучения ее компонентов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Магомедов Г.О., Лобосова Л.А., Олейникова А.Я. Химико-технологический контроль на предприятиях хлебопекарной, макаронной и кондитерской отрасли (теория и практика): учебное пособие. Воронеж, 2014. 90 с.
- 2 Белокурова Е.В., Маслова В.А. Прогнозирование и варьирование показателей качества мучных кулинарных изделий с внесением цельнозерновой пшеничной муки // Пищевая промышленность. 2017. № 6. С. 26–28.
- 3 Соловьёв О.Э. и др. Математическое моделирование живых систем: учебное пособие. Екатеринбург, 2013. 328 с.
- 4 Чертов Е.Д., Скрыпников А.В., Буданов А.В., Котов Г.И. Обоснование вычислительных методов обеспечения информационных систем управления // Вестник ВГУИТ. 2016. № 3 (69). С. 100–104.
- 5 Родионова Н.С., Алексеева Т.В., Попов Е.С., Калгина Ю.О. и др. Гигиенические аспекты и перспективы отечественного производства продуктов глубокой переработки зародышей пшеницы // Гигиена и санитария. 2016. Т. 95. № 1. С. 74–79.
- 6 Смирнов Н.А., Груздев Г.В. Оптимизация производства и реализации продукции картофелеводства // Вестник НГИЭИ. 2017. № 7 (74). С. 100–109.
- 7 Афанасьева О.В. Микробиология хлебопекарного производства: монография. СПб.: Береста, 2013. 220 с.
- 8 Vanhanen M., Tuomi T., Hokkanen H., Tupasela O. et al. Enzyme exposure and enzyme sensitisation in the baking industry // Occupational and Environmental Medicine. 1996. V. 53. P. 670-676. doi: 10.1136/oem.53.10.670
- 9 Patel A.K., Singhania R.R., Pandey A. Novel enzymatic processes applied to the food industry // Current Opinion in Food Science. 2016. V. 7. P. 64–72. doi: 10.1016/j.cofs.2015.12.002
- 10 Zuniga C., Zaramela L., Zengler K. Elucidation of complexity and prediction of interactions in microbial communities // Microbial Biotechnology. 2017. V. 10. № 6. doi: 10.1111/1751-7915.12855
- 11 Cauvain S. Process Control and Software Applications in Baking // Technology of Breadmaking. 2015. P. 213–227.
- 12 de Candia S., Morea M., Baruzzi F. Eradication of high viable loads of *Listeria monocytogenes* contaminating food-contact surfaces // Frontiers in microbiology. 2015. V. 6. P. 733.
- 13 Jabeen F., Ahmed M., Ahmed F., Sarwar M. et al. Characterization of cypermethrin degrading bacteria: A hidden micro flora for biogeochemical cycling of xenobiotics // Advancements in Life Sciences. 2017. V. 4. № 3. P. 97–107.
- 14 Bunkova L., Bunka F. Microflora of processed cheese and the factors affecting it // Critical reviews in food science and nutrition. 2017. V. 57. № 11. P. 2392–2403.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Алексей В. Скрыпников** д.т.н., профессор, кафедра информационной безопасности, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, skrypnikovvsafe@mail.ru  
**Елена В. Белокурова** к.т.н., доцент, кафедра сервиса и ресторанного бизнеса, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, zvezdamal@mail.ru  
**Никита В. Сотников** экстерн, кафедра информационной безопасности, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, sotnikov@mail.ru

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 01.09.2018

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 16.12.2018

REFERENCES

- 1 Magomedov G.O., Lobosova L.A., Oleynikova A.Ya. Khimiko-tehnologicheskii kontrol' na predpriyatiyakh khlebopekarnoy, makaronnoy i konditerskoy otrasli (teoriya i praktika) [Chemical and technological control at the enterprises of the baking, macaroni and confectionery industry (theory and practice): study guide]. Voronezh, 2014. 90 p. (in Russian).
- 2 Belokurova E.V., Maslova V.A. Prediction and variation of the quality of flour culinary products with the introduction of whole-grain wheat flour. *Pishcheyaya promyshlennost'* [Food industry]. 2017. no. 6. pp. 26–28. (in Russian).
- 3 Solovyov O.E. et al. Matematicheskoye modelirovaniye zhivyykh sistem: uchebnoye posobiye [Mathematical modeling of living systems: a tutorial]. Ekaterinburg, 2013. 328 p. (in Russian).
- 4 Chertov E.D., Skrypnikov A.V., Budanov A.V., Kotov G.I. Justification of computational methods for providing information management systems. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET]. 2016. no. 3 (69). pp. 100–104. (in Russian).
- 5 Rodionova N.S., Alekseeva T.V., Popov E.S., Kalgina Yu.O. et al. Hygienic aspects and prospects of domestic production of products for the deep processing of wheat germ. *Gigiyena i sanitariya* [Hygiene and Sanitation]. 2016. Vol. 95. No. 1. Pp. 74–79. (in Russian).
- 6 Smimov N.A., Gruzdev G.V. Optimization of production and sales of potato products. *Vestnik NGIEI* [Herald NGIEI]. 2017. no. 7 (74). pp. 100–109. (in Russian).
- 7 Afnas'yeva O.V. Mikrobiologiya khlebopekarnogo proizvodstva [Microbiology of bakery production: monograph]. St. Petersburg, Beresta, 2013. 220 p. (in Russian).
- 8 Vanhanen M., Tuomi T., Hokkanen H., Tupasela O. et al. Enzyme exposure and enzyme sensitisation in the baking industry. *Occupational and Environmental Medicine*. 1996. vol. 53. pp. 670–676. doi: 10.1136/oem.53.10.670
- 9 Patel A.K., Singhania R.R., Pandey A. Novel enzymatic processes for the food industry. *Current Opinion in Food Science*. 2016. vol. 7. pp. 64–72. doi: 10.1016/j.cofs.2015.12.002
- 10 Zuniga C., Zaramela L., Zengler K. Elucidation of complexity and prediction of interactions in microbial communities. *Microbial Biotechnology*. 2017. vol. 10. no. 6. doi: 10.1111/1751-7915.12855
- 11 Cauvain S. Process Control and Software Applications in Baking. *Technology of Breadmaking*. 2015. pp. 213–227.
- 12 de Candia S., Morea M., Baruzzi F. Eradication of high viable loads of *Listeria monocytogenes* contaminating food-contact surfaces. *Frontiers in microbiology*. 2015. vol. 6. pp. 733.
- 13 Jabeen F., Ahmed M., Ahmed F., Sarwar M. et al. Characterization of cypermethrin degrading bacteria: A hidden micro flora for biogeochemical cycling of xenobiotics. *Advancements in Life Sciences*. 2017. vol. 4. no. 3. pp. 97–107.
- 14 Bunkova L., Bunka F. Microflora of processed cheese and the factors affecting it. *Critical reviews in food science and nutrition*. 2017. vol. 57. no. 11. pp. 2392–2403.

INFORMATION ABOUT AUTHORS

**Alexey V. Skrypnikov** Dr. Sci. (Engin.), professor, information security department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, skrypnikovvsafe@mail.ru  
**Elena V. Belokurova** Cand. Sci. (Engin.), associate professor, service and restaurant business department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, zvezdamal@mail.ru  
**Nikita V. Sotnikov** extern, information security department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, sotnikov@mail.ru

CONTRIBUTION

All authors are equally involved in the writing of the manuscript and are responsible for plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 9.1.2018

ACCEPTED 12.16.2018