

Процессы и аппараты пищевых производств

Оригинальная статья/Original article

УДК 66.067.38.62

DOI: <http://doi.org/10.20914/2310-1202-2019-1-11-18>

Адаптация диффузионной математической модели для описания процесса микрофильтрации технологических жидкостей пищевого производства

Сергей Т. Антипов¹ ast@vsuet.ru

Андрей И. Ключников¹ kaivanov@mai.ru

¹ Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Аннотация. В статье показана возможность адаптации однопараметрической диффузионной модели к мембранному процессу разделения за счет учета проницаемости одной из стенок рассматриваемого канала прямоугольного сечения. Изучена структура гидродинамического потока, позволяющая определить поведение поля концентраций растворенного вещества на поверхности мембраны и оценить эффективность применяемых мероприятий, направленных на снижение концентрационной поляризации гидродинамическими методами за счет вариаций скорости. Исследования процесса микрофильтрации пива нефильтрованного непастеризованного осуществляли на экспериментальной установке проточной микрофильтрации. Микрофильтрация пива при проточном режиме организации процесса проводилась при следующих технологических параметрах: температура 2–60 °С, рабочее давление 0,08–0,25 МПа, скорость разделяемого потока над поверхностью мембраны 2–3 м/с. Изучение гидродинамики мембранных процессов, ввиду их высочайшей сложности и специфики, позволяет на сегодняшний день создать теоретические описание в общем виде и только для одной фазы или компонента. Наиболее удобно использовать для теоретического описания именно диффузионную математическую модель. При математическом моделировании гидродинамических процессов с участием мембран невозможно объективно провести количественный учет большинства факторов из-за их большого многообразия и изменчивости. Следует отметить отсутствие единой и общепринятой теории массопереноса при исследовании мембранных процессов, что является существенным сдерживающим фактором. Особая сложность трансмембранного переноса возникает в случае наложения гидродинамических неустойчивостей переменной интенсивности, т. к. любое (даже незначительное) изменение режимных параметров процесса микрофильтрации приводит к различным условиям образования (или разрушения) поверхностного слоя, что неизбежно отражается на граничных условиях.

Ключевые слова: математическое моделирование, микрофильтрация, мембранный модуль, концентрационная поляризация, удельная проницаемость, уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости, диффузионная модель, гидродинамическая структура потока

Adaptation of the diffusion mathematical model to describe process microfiltration process fluids food production

Sergei T. Antipov¹ ast@vsuet.ru

Andrey I. Klyuchnikov¹ kaivanov@mai.ru

¹ Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Abstract. The article shows the possibility of adapting a one-parameter diffusion model to the membrane separation process by taking into account the permeability of one of the walls of the channel of rectangular cross section under consideration. The structure of the hydrodynamic flow is studied, which allows determining the behavior of the solute concentration field on the membrane surface and evaluating the effectiveness of the measures used to reduce the concentration polarization using hydrodynamic methods due to velocity variations. Investigations of the process of microfiltration of unfiltered unpasteurized beer were carried out on an experimental installation of flow microfiltration. The microfiltration of beer under the flow-through mode of the organization of the process was carried out at the following technological parameters: temperature 2–60 °C, working pressure 0.08–0.25 MPa, speed of the divided flow above the membrane surface 2–3 m/s. The study of hydrodynamics of membrane processes, in view of their highest complexity and specificity, makes it possible today to create a theoretical description in general form and only for one phase or component. It is most convenient to use the diffusion mathematical model for the theoretical description. In mathematical modeling of hydrodynamic processes involving membranes, it is impossible to objectively quantitatively take into account most of the factors due to their large diversity and variability. It should be noted the absence of a unified and generally accepted theory of mass transfer in the study of membrane processes, which is a significant deterrent. The particular complexity of transmembrane transport arises in the case of the imposition of hydrodynamic instabilities of variable intensity, since Any (even insignificant) change in the regime parameters of the microfiltration process leads to different conditions for the formation (or destruction) of the surface layer, which inevitably affects the boundary conditions.

Keywords: mathematical modeling, microfiltration, membrane module, concentration polarization, specific permeability, equations of motion of a viscous incompressible fluid, diffusion model, hydrodynamic structure of the flow

Для цитирования

Антипов С.Т., Ключников А.И. Адаптация диффузионной математической модели для описания процесса микрофильтрации технологических жидкостей пищевого производства // Вестник ВГУИТ. 2019. Т. 81. № 1. С. 11–18. doi:10.20914/2310-1202-2019-1-11-18

For citation

Antipov S.T., Klyuchnikov A.I. Adaptation of the diffusion mathematical model to describe process microfiltration process fluids food production. *Vestnik VGUET* [Proceedings of VSUET]. 2019. vol. 81. no. 1. pp. 11–18. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2019-1-11-18

Введение

В основе диффузионной модели лежит допущение, что структура потока описывается уравнением, аналогичным уравнению молекулярной диффузии, но в отличие от коэффициента молекулярной диффузии здесь используется коэффициент продольного перемешивания или турбулентной диффузии. Можно сказать, что основой диффузионной модели является модель идеального вытеснения, осложненная обратным перемешиванием. Параметром модели является коэффициент продольного перемешивания.

Изучение гидродинамики мембранных процессов ввиду их высочайшей сложности и специфики позволяет на сегодняшний день создать теоретические описания в общем виде и только для одной фазы или компонента. В этом случае приходится прибегать к использованию приближенных описаний внутренней структуры потоков, характеризующейся степенью перемешивания, определяющей поле концентраций и температуры обрабатываемой технологической жидкости. Поскольку в каналах мембранных аппаратов происходит, главным образом, только продольное и радиальное перемешивание, то наиболее удобно использовать для теоретического описания именно диффузионную математическую модель. Для ее адаптации к мембранному процессу разделения требуется учет проницаемости одной из стенок рассматриваемого канала прямоугольного сечения. Изучение структуры потоков в конечном итоге позволит определить поведение поля концентраций растворенного вещества на поверхности мембраны и оценить эффективность применяемых мероприятий, направленных на снижение концентрационной поляризации [1–8].

Цель работы – создание такой математической модели движения вязкой несжимаемой жидкости в мембранном канале прямоугольного сечения, которая бы позволила, с одной стороны, определить гидродинамическую составляющую для характеристики эффективности применяемых способов снижения концентрационной поляризации, а с другой – параметр, учитывающий удельную проницаемость мембраны.

Теоретический анализ

Выделим некоторый элемент мембранного канала (рисунок 1), длина которого l , высота h , по которому под давлением P движется поток разделяемой технологической жидкости с заданным расходом G_0 на входе и G_k – на выходе. Поток пермеата, прошедшего через мембрану, составляет величину ΔG .

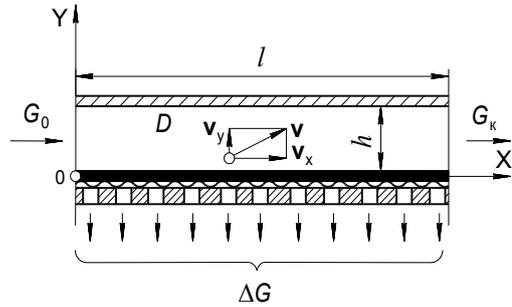


Рисунок 1. Графическая интерпретация физической модели

Figure 1. Graphic interpretation of the physical model

Основные допущения при создании физической модели.

1. При стационарном режиме массопереноса концентрация вещества на входе в пору мембраны всегда равна концентрации на выходе.
2. Поток пермеата ΔG вдоль поверхности рассматриваемой мембраны длиной l имеет постоянную величину.
3. Отсутствие нелинейных эффектов любой природы.
4. Расход исходной технологической жидкости G_0 всегда больше расхода получаемого пермеата, т. е. $G_0 \gg \Delta G$.
5. Рассматривается абсолютно плоская мембрана.

6. Исходная технологическая жидкость однородна по составу, газовая фаза отсутствует.

Запишем уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости для элементарного объема разделяемой жидкости, движущейся вдоль поверхности мембраны в декартовой системе координат $0(x, y)$ со скоростью v [9 – 11]:

$$j_x = v_x c - D \frac{\partial c}{\partial x}; \tag{1}$$

$$j_y = v_y c - D \frac{\partial c}{\partial y}, \tag{2}$$

где D – коэффициент диффузии, m^2/c ; c – концентрация раствора в рассматриваемом объеме, масс. %.

В общем случае выражения (1) и (2) можно привести к следующей форме:

$$v_x \frac{\partial c}{\partial x} + v_y \frac{\partial c}{\partial y} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}. \tag{3}$$

Формулировка граничных условий запишется в виде:

$$\begin{aligned} c(0; y) &= c_0 = \text{const}; \\ y &= 0; \\ v_y c(x, 0) - D \frac{\partial c(x, 0)}{\partial y} &= kc(x, 0); \\ y &= h; v_y = 0; \end{aligned}$$

$$v_y c(x, h) - D \frac{\partial c(x, h)}{\partial y} = 0;$$

где k – проницаемость мембраны по длине канала, $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$.

Приведем уравнение (3) к безразмерному виду:

$$c_0 v_x \frac{1}{h} \frac{\partial \left(\frac{c}{c_0} \right)}{\partial \left(\frac{x}{h} \right)} + c_0 v_y \frac{1}{h} \frac{\partial \left(\frac{c}{c_0} \right)}{\partial \left(\frac{y}{h} \right)} = c_0 D \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 \left(\frac{c}{c_0} \right)}{\partial \left(\frac{y}{h} \right)^2} \quad (4)$$

В уравнение (4) входят: концентрация, скорость, коэффициент диффузии, а также параметр, характеризующий геометрию мембранного канала. Именно математическая модель с данными параметрами представляет научно-практический интерес.

Введем безразмерные переменные:

$$X = x/h; Y = y/h; C(X, Y) = c(x, y)/c_0; \quad (5)$$

$$K = k/v_x; V = v_y/v_x,$$

где x, y – продольная и поперечная координаты, отсчитываемые от нижней кромки мембранного канала высотой h ; $c(x, y)$ и c_0 – текущая и при входе в мембранный канал концентрации разделяемого раствора, масс. %; v_x и v_y – скорости разделяемого продукта в канале, $\text{м}/\text{с}$; k – проницаемость мембраны, $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$.

С учетом (5) уравнение (4) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial C(X, Y)}{\partial X} + V \frac{\partial C(X, Y)}{\partial Y} = \frac{D}{v_x h} \frac{\partial^2 C(X, Y)}{\partial Y^2}, \quad (6)$$

где $\text{Pe} = (v_x \cdot h) / D$ – диффузионный критерий Пекле;

$$C(0, Y) = 1; \quad (7)$$

$$Y = 0;$$

$$VC(X, 0) - \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial C(X, 0)}{\partial Y} = KC(X, 0), \quad (8)$$

$$Y = 1;$$

$$VC(X, 1) - \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial C(X, 1)}{\partial Y} = 0. \quad (9)$$

В результате проведенного синтеза уравнений модели получена система дифференциальных уравнений в частных производных в безразмерном виде. В уравнениях (8) и (9) величины Pe и K являются параметрами модели.

Введем новую переменную:

$$N(X, Y) = C(X, Y) - 1,$$

тогда система дифференциальных уравнений (6)–(9) запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial N(X, Y)}{\partial X} + V \frac{\partial N(X, Y)}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial^2 N(X, Y)}{\partial Y^2}, \quad (4)$$

$$N(0, Y) = 0; \quad (5)$$

$$Y = 0;$$

$$VN(X, 0) - \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial N(X, 0)}{\partial Y} = \quad (6)$$

$$= -V + K + KN(X, 0),$$

$$Y = 1;$$

$$VN(X, 1) - \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial N(X, 1)}{\partial Y} = -V. \quad (7)$$

Для решения уравнений (10)–(13) применим интегральное преобразование Лапласа по переменной x :

$$sN_L(s, Y) + V \frac{\partial N_L(s, Y)}{\partial Y} = \quad (8)$$

$$= \frac{1}{\text{Pe}} \frac{d^2 N_L(s, Y)}{dY^2},$$

$$VN_L(s, 1) - \frac{1}{\text{Pe}} \frac{dN_L(s, 1)}{dY} = -\frac{V}{s},$$

$$VN_L(s, 0) - \frac{1}{\text{Pe}} \frac{dN_L(s, 0)}{dY} =$$

$$= \frac{K - V}{s} + KN_L(s, 0),$$

где s и $N_L(s, Y)$ – изображения X и $N(X, Y)$ по Лапласу.

Перепишем уравнение (14) в виде:

$$\frac{d^2 N_L(s, Y)}{dY^2} - V \text{Pe} \frac{dN_L(s, Y)}{dY} - \quad (15)$$

$$-s \text{Pe} N_L(s, Y) = 0.$$

Равенство (15) представляет собой линейное дифференциальное уравнение в обыкновенных производных с постоянными коэффициентами.

Составим характеристическое уравнение вида:

$$\lambda^2 - V \cdot \text{Pe} \cdot \lambda - s \cdot \text{Pe} = 0, \quad (16)$$

где λ – характеристическое число.

Из уравнения (16) следует:

$$\lambda_1 = V \frac{\text{Pe}}{2} + \sqrt{\frac{(V \cdot \text{Pe})^2}{4} + s \cdot \text{Pe}}; \quad (17)$$

$$\lambda_2 = V \frac{\text{Pe}}{2} - \sqrt{\frac{(V \cdot \text{Pe})^2}{4} + s \cdot \text{Pe}}.$$

На основании (17) общее решение уравнения (15) можно записать в виде:

$$N_L(s, Y) = C_1 \exp \left\{ \left[V \frac{Pe}{2} + \sqrt{\frac{(VPe)^2}{4} + sPe} \right] Y \right\} + C_2 \exp \left\{ \left[V \frac{Pe}{2} - \sqrt{\frac{(VPe)^2}{4} + sPe} \right] Y \right\}.$$

После преобразований получим:

$$N_L(s, Y) = \{ - [V/s \exp(-b) a \cdot Pe^{-1} + (K - V)/s (1/2 V \cdot sh a + a \cdot Pe^{-1} ch a)] \cdot ch(aY) + [- (1/2 V \cdot ch a + a \cdot Pe^{-1} sh a) (K - V)/s - V/s \exp(-b) (V - b \cdot Pe^{-1} - K)] sh(a \cdot Y) \} \times \exp(-b \cdot Y) [(1/2 V ch a + a \cdot Pe^{-1} sh a) a \cdot Pe^{-1} + (1/2 V \cdot sh a + a \cdot Pe^{-1} \cdot ch a) \cdot (V - b \cdot Pe^{-1} - K)]$$

Запишем окончательно решение поставленной задачи:

$$C(X, Y) = F(X, Y) + \sum_{n=1}^{\infty} R_n^{-1} \left[\frac{P_n \cos(\mu_n Y)}{Q_n \sin(\mu_n Y)} \right] \times \exp \left\{ \begin{array}{l} -1/2 V Pe Y - \\ -Pe^{-1} [\mu_n^2 + 1/4 (VPe)^2] X \end{array} \right\}$$

при $V \leq 2K$: $F(X, Y) = 0$;

при $V > 2K$ и $4K \cdot Pe / [V(V - 2K)] > 1$;

$F(X, Y) = 0$;

при $V > 2K$ и $4K \cdot Pe / [V(V - 2K)] < 1$;

$$F(X, Y) = R^{-1} [P \cos(\mu Y) + Q \sin(\mu Y)] \exp \{ -1/2 V \cdot Pe \cdot Y + Pe^{-1} [\mu^2 - 1/4 (V \cdot Pe)^2] X \},$$

$$R = (1/2 V \cdot ch \mu + Pe^{-1} \mu \cdot sh \mu) Pe^{-1} - (1/2 V \cdot sh \mu / \mu + Pe^{-1} ch \mu) \cdot (1/2 V - K) + Pe^{-1} \times [\mu - 1/4 (V \cdot Pe)^2] [(1/4 V \cdot Pe \cdot sh \mu / \mu + 1/2 sh \mu / \mu + 1/2 ch \mu) Pe^{-1} - (1/4 V \cdot Pe \cdot ch \mu / \mu - 1/2 V \cdot Pe \cdot sh \mu / \mu^2 + 1/2 sh \mu / \mu) \cdot (1/2 V - K)],$$

$$P = -[V \cdot Pe^{-1} \exp(V \cdot Pe / 2) + (K - V) (1/2 V \cdot sh \mu / \mu + Pe^{-1} ch \mu)],$$

$$Q = [(1/2 V ch \mu + Pe^{-1} \mu \cdot sh \mu) \cdot (K - V) + V \exp(V \cdot Pe / 2) \cdot (1/2 V - K)] / \mu,$$

где μ – корень уравнения;

$$th \mu = 4K \cdot Pe \cdot \mu / [V(V - 2K) - 4\mu^2];$$

$$R_n = (1/2 V \cdot \cos \mu_n - Pe^{-1} \cdot \mu_n \sin \mu_n) Pe^{-1} - (1/2 V \cdot \sin \mu_n / \mu_n + Pe^{-1} \cos \mu_n) \cdot (1/2 V - K) - Pe^{-1} [(\mu_n^2 + 1/4 (V \cdot Pe)^2) [(1/4 V \cdot Pe \cdot \sin \mu_n / \mu_n + 1/2 \sin \mu_n / \mu_n + 1/2 \cos \mu_n) Pe^{-1} + (1/4 \cdot V \cdot Pe \cdot \cos \mu_n / \mu_n^2 - 1/2 V \cdot Pe \cdot \sin \mu_n / \mu_n \sqrt{\mu_n} - 1/2 \sin \mu_n / \mu_n) (1/2 V - K)];$$

$$P_n = -[V \cdot Pe^{-1} \exp(V \cdot Pe / 2) + (K - V) (1/2 V \cdot \sin \mu_n / \mu_n + Pe^{-1} \cos \mu_n)];$$

$$Q_n = [(1/2 V \cdot \cos \mu_n - Pe^{-1} \mu_n \cdot \sin \mu_n) (K - V) + V \exp(V \cdot Pe / 2) (1/2 V - K)] / \mu_n,$$

где μ_n – корень уравнения

$$tg \mu_n = 4K \cdot Pe \cdot \mu_n / [V(V - 2K) + 4\mu_n^2].$$

Графическая интерпретация результатов расчета профилей концентраций разделяемого раствора в мембранном канале прямоугольного сечения при различных входных параметрах K , V , Pe представлена на рисунке 2.

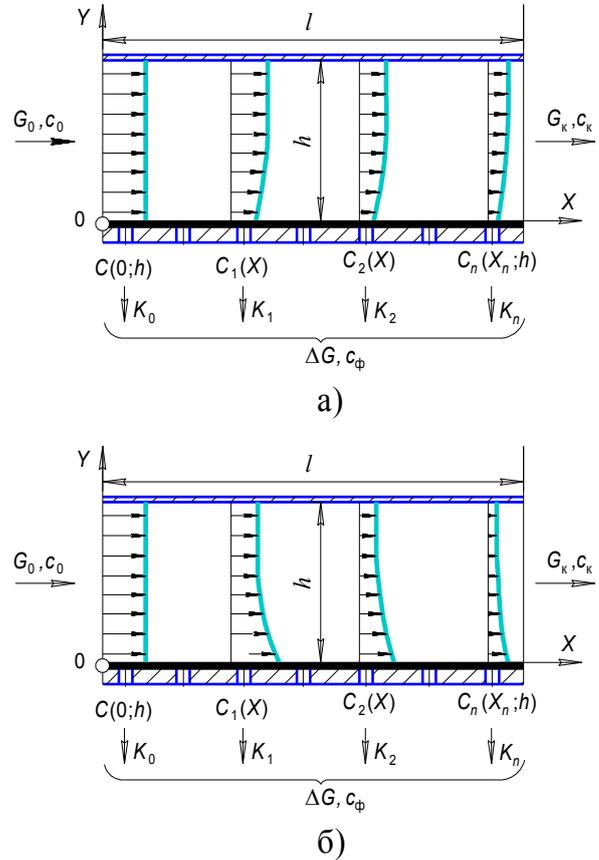


Рисунок 2. Поперечные профили концентраций разделяемого раствора в мембранном модуле плоскорамного типа: а – $K = 1,5$; $V = 0,2$; $Pe = 2$; б – $K = 0,6$; $V = 1,2$; $Pe = 2$

Figure 2. Transverse profiles of the partial solution concentrations in the Membrane module of the plane type: а – $K = 1.5$; $V = 0.2$; $Pe = 2$; б – $K = 0.6$; $V = 1.2$; $Pe = 2$

Экспериментальная часть

Исследования процесса микрофильтрации пива нефilterованного непастеризованного осуществляли на экспериментальной установке (рисунок 3), состоящей из баллона 1 со сжатой пищевой газовой смесью «BIOGON», емкости 2 с фильтруемым пивом, манометров 3, насоса 4, плоскорамного мембранного модуля 5, приемной емкости 6 осветленного продукта, коммуникаций с вентилями, стеклянной трубки с делениями для измерения скорости процесса, мерного цилиндра с колпаком для осветленного пива (на рисунке не показаны).

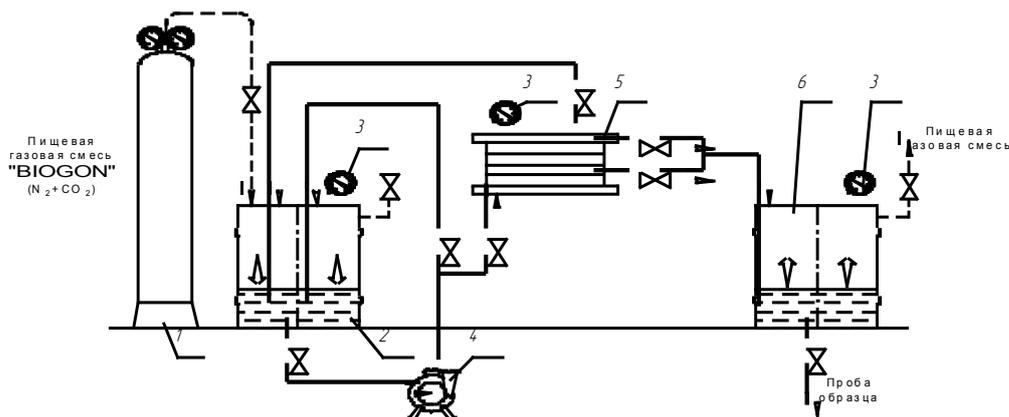


Рисунок 3. Экспериментальная установка проточной микрофльтрации
Figure 3. Experimental installation of running microfiltration

Микрофльтрация пива при проточном режиме организации процесса проводилась при следующих технологических параметрах: температура 2–6 °С, рабочее давление 0,08–0,25 МПа, скорость разделяемого потока над поверхностью мембраны 2–3 м/с.

С увеличением скорости разделяемого потока над мембраной можно показать линейный рост проницаемости ядерного фильтра с разрешающей способностью 0,90 мкм (рисунок 4). При достижении скоростей потока до величин 3,5–4,5 м/с проницаемость мембран достигала значений $45,6 \cdot 10^{-6}$ (кривая 3), $48,7 \cdot 10^{-6}$ (кривая 2) и $52,3 \cdot 10^{-6}$ м/с (кривая 1) для высот мембранного канала 2,7, 1,47 и 0,5 мм соответственно. При выбранном диапазоне тангенциальной скорости 3,5–4,5 м/с и правильной организации гидравлической системы мембранной установки можно предотвратить оседание частиц белковых взвесей, дрожжей и бактерий на ядерном фильтре. Величина потерь давления для плоскорулонного мембранного модуля составит не более 0,2–0,3 МПа.

Превышение диапазона тангенциальной скорости сопровождается существенными потерями давления до 0,6–0,8 МПа, что нерационально по причине увеличивающихся энергетических затрат. Следует подчеркнуть, что проведение экспериментов при тангенциальной скорости свыше 5 м/с сопровождалось существенным увеличением объема образующего концентрата с большим количеством целевого компонента. Концентрат для более глубокой очистки вынуждены были возвращать в циркуляционный контур, что приводило к ухудшению качества разделяемого продукта.

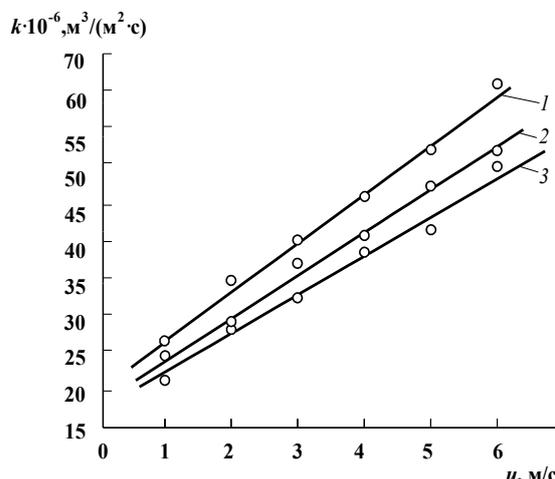


Рисунок 4. Зависимость удельной скорости микрофльтрации пива на трековой мембране с размером пор 0,90 мкм от величины тангенциальной скорости в мембранном канале различной высоты, мм: 1 – 0,5; 2 – 1,45; 3 – 2,7

Figure 4. Dependence of the specific speed of microfiltration of beer on the track membrane with the size of pores 0.90 microns from the value of tangential velocity in the membrane channel of different heights, MM: 1 – 0,5; 2 – 1,45; 3 – 2,7

Для того чтобы изменить высоту мембранного канала плоскорулонного мембранного модуля, использовали комплект прокладок высотой 0,50, 1,45 и 2,70 мм. Анализ полученной зависимости (рисунок 5) говорит о существенном влиянии высоты мембранного канала в момент формирования слоя высокой концентрации на ядерном фильтре.

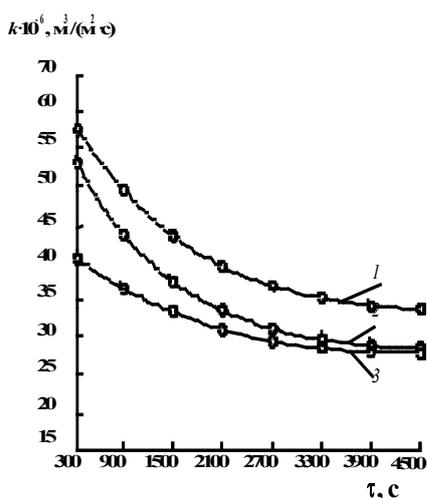


Рисунок 5. Зависимость удельной скорости микрофльтрации пива на трековой мембране с размером пор 0,90 мкм от продолжительности процесса в мембранном канале различной высоты, мм: 1 – 0,5; 2 – 1,45; 3 – 2,7

Figure 5. Dependence of the specific speed of microfiltration of beer on the track membrane with the size of pores 0.90 microns from the duration of the process in the membrane channel of different heights, MM: 1 – 0.5; 2 – 1.45; 3 – 2.7

Через 5–10 мин ведения процесса проницаемость ядерного фильтра составляла $(55–58) \cdot 10^{-6}$ м/с в мембранном канале высотой 0,5 мм (кривая 1). Как показывает кинетическая зависимость, кривые 1–3 проницаемости постепенно выходят на постоянный уровень, что свидетельствует

о малозначащем влиянии высоты мембранного канала по истечении определенного времени. Режим движения жидкости в мембранном канале напрямую влияет на слой высокой концентрации, т. е. с увеличением высоты канала уменьшается величина тангенциальной скорости, число Рейнольдса также уменьшается и, как следствие, падает проницаемость мембраны из-за образования слоя высокой концентрации на ее поверхности [12–14].

Результаты и обсуждение

Полученные в результате вычислений профили концентраций растворенного вещества позволяют сделать вывод о характере гидродинамических условий в канале мембранного аппарата. Для более объективной картины расчеты проводили при числе $Re = 2$. При этом случай, при котором величины безразмерной проницаемости $K = 1,5$ и безразмерной скорости $V = 0,2$, является наиболее предпочтительным для изучаемого мембранного процесса микрофльтрации, т. к. характер поведения профилей концентраций предполагает создание таких гидродинамических условий, при которых обеспечивается и проницаемость мембраны, и снижение концентрации растворенного вещества на ее поверхности по длине рассматриваемого канала. Такие результаты говорят об эффективности проводимых мероприятий по снижению концентрационной поляризации на поверхности мембраны при помощи гидродинамических методов воздействия на слой высокой концентрации, например, за счет вариаций скорости разделяемого потока.

Таблица 1. Параметры, определяемые на основании результатов эксперимента

Table 1.

Parameters defined based on the results of the experiment

Table 1.

Линейная скорость, м/с Linear velocity, m/s	Re	Re ^{-0.25}	Коэффициент сопротивления Блазиуса Resistance coefficient of Blasius	Re ^{0.125}	Pe	Коэффициент продольного перемешивания, м ² /с The longitudinal mixing coefficient, m ² /s
2,5	2717	0,1385	0,0437	2,68	2,04	0,183
3	3260	0,1323	0,0418	2,74	2,08	0,215
3,5	3804	0,1273	0,0402	2,80	2,12	0,246
4	4347	0,1231	0,0389	2,84	2,16	0,277

Важнейшей характеристикой гидродинамической структуры потока является коэффициент продольного перемешивания, который можно вычислить через статистические параметры дифференциальной функции распределения времени пребывания индикатора в канале мембранного аппарата, получаемой экспериментально с помощью импульсного метода. Однако экспериментальный мембранный модуль имел небольшие геометрические размеры (длина мембранного канала $l = 0,15$ м; высота мембранного канала

$h = 2,7 \cdot 10^{-3}$ м), а при скорости движения 2,5–3,5 м/с разделяемый поток находился в мембранном канале менее 1,0–1,5 с, поэтому выполнить достоверные измерения концентрации индикатора на выходе из мембранного модуля не представлялось возможным. Также практически невозможно определить существующими инструментальными методами характер распределения поля концентраций растворенного вещества по высоте и длине мембранного канала с данными геометрическими размерами.

Поэтому определение практических значений чисел Re с целью его сравнения с результатами, полученными по математической модели, осуществляли на основании экспериментальных значений тангенциальной скорости потока.

Исходные данные для расчета: плотность пива $\rho = 1018,6$ кг/м³; динамическая вязкость пива при температуре микрофильтрации $t = 2$ °C $\xi = 2,816 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Для приближенного расчета коэффициента турбулентного перемешивания Re использовали уравнения Тейлора [15]. Результаты вычислительного эксперимента удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для скорости потока 2,5 м/с и мембранного канала высотой 2,7 мм (таблица 1).

Заключение

Показана возможность адаптации однопараметрической диффузионной модели к мембранному процессу разделения за счет учета

проницаемости одной из стенок рассматриваемого канала прямоугольного сечения. Изучена структура гидродинамического потока, позволяющая определить поведение поля концентраций растворенного вещества на поверхности мембраны и оценить эффективность применяемых мероприятий, направленных на снижение концентрационной поляризации гидродинамическими методами за счет вариаций скорости. Ввиду практических сложностей вычисления характера распределения поля концентраций растворенного вещества по высоте и длине мембранного канала существующими инструментальными методами показана возможность оценки коэффициента эффективного перемешивания Re с помощью уравнений Тейлора по практическим значениям тангенциальных скоростей разделяемого потока.

ЛИТЕРАТУРА

1 Ахмадиев Ф.Г., Фарахов М.И., Бекбулатов И.Г., Исянов Ч.Х. Математическое моделирование процесса фильтрации двухфазных суспензий в трубчатых фильтрах в неизотермических условиях // Теоретические основы химической технологии. 2016. Т. 50. № 1. С. 44.

2 Gan Q., Howell J.A., Field R.W., England R. et al. Beer clarification by microfiltration – product quality control and fractionation of particles and macromolecules // Journal of Membrane Science. 2001. V. 194. P. 185.

3 Hunt J.W., Brouchaert C.J., Raal J.D., Treffry-Goatley K. et al. The unsteady-state modeling of cross-flow microfiltration // Desalination. 1987. V. 64. P. 431.

4 Бабёнышев С.П., Чернов П.С., Мамай Д.С. Моделирование процесса мембранной фильтрации жидких систем // Научный журнал КубГАУ. 2012. № 76 (02). С. 1–11.

5 Баженов В.И., Устюжанин А.В. Математическая модель биологической очистки сточных вод с учетом гидродинамических и нестационарных условий // Вестник ИрГТУ. 2014. № 11 (94). С. 128–133.

6 Горбунова, Ю.А., Тимкин В.А. Гидродинамика процессов микро- и ультрафильтрационного разделения молока и творожного калфе // Аграрный вестник Урала. 2016. № 06 (148). С. 70–75.

7 Лобасенко Б.А., Павский В.А. Определение концентрации растворенных веществ в пограничном слое на поверхности мембраны // Известия вузов. Пищевая технология. 2001. № 2–3. С. 68–70.

8 Семенов А.Г. Развития гелевого загрязнения мембраны при тангенциальной ультрафильтрации раствора высокомолекулярного соединения // Техника и технология пищевых производств. 2011. № 1 (20). С. 79а–83.

9 Беккер В.Ф. Моделирование химико-технологических объектов управления: учеб. пособ.: изд. 2-е, перераб. и доп. М.: РИОР: ИНФРА-М, 2014. 142 с.

10 Тимашев С.Ф. Физикохимия мембранных процессов. М.: Химия, 1998.

11 Брык М.Т. и др. Ультрафильтрация; отв. ред. Пилипенко А.Т. Киев: Наук. думка, 1989.

12 Schmitz P., Houi D., Wandelt B. Hydrodynamic aspects of crossflow microfiltration. Analysis of particle deposition at the membrane surface // Journal of Membrane Science. 1992. V. 71. P. 29.

13 Антипов С.Т., Кретов И.Т., Шахов С.В., Ключников А.И. Концентрационная поляризация в процессе осветления пива // Пиво и напитки. 2001. № 3. С. 18.

14 Пат. № 2147459, RU, B01D 61/00 Мембранный аппарат с изменяющейся высотой каналов / Антипов С.Т., Шахов С.В., Рязанов А.Н., Ключников А.И. и др.; заявитель и патентообладатель Воронеж. гос. технол. акад. № 98119322/28; Заявл. 26.10.1998; Опубл. 20.04.2000, Бюлл. № 11.

15 Лаптев А.Г., Лаптева Е.А. Определение коэффициентов турбулентного перемешивания в одно- и двухфазных средах по модели Тейлора // Фундаментальные исследования. 2015. № 2. С. 2810–2814.

REFERENCES

1 Akhmadiev F.G., Farakhov M.I., Bekbulatov I.G., Isyanov Ch.Kh. Mathematical modeling of the process of filtering two-phase suspensions in tubular filters in non-isothermal conditions. *Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical foundations of chemical technology]. 2016. vol. 50. no. 1. pp. 44. (in Russian).

2 Gan Q., Howell J.A., Field R.W., England R. et al. Beer clarification by microfiltration – product quality control and fractionation of particles and macromolecules. *Journal of Membrane Science*. 2001. vol. 194. pp. 185.

3 Hunt J.W., Brouchaert C.J., Raal J.D., Treffry-Goatley K. et al. The unsteady-state modeling of cross-flow microfiltration. *Desalination*. 1987. vol. 64. pp. 431.

4 Babenyshev S.P., Chernov P.S., Mamai D.S. Modeling the process of membrane filtration of liquid systems. *Nauchnyy zhurnal KubGAU* [Scientific Journal of KubSAU]. 2012. no. 76 (02). pp. 1–11. (in Russian).

5 Bazhenov V.I., Ustyuzhanin A.V. Mathematical model of biological wastewater treatment taking into account hydrodynamic and non-stationary conditions. *Vestnik IrGTU* [Proceedings of ISTU]. 2014. no. 11 (94). pp. 128–133. (in Russian).

6 Gorbunova Yu.A., Timkin V.A. Hydrodynamics of the processes of micro – and ultrafiltration separation of milk and cottage cheese. *Agrarnyy vestnik Urala* [Agrarian Bulletin of the Urals]. 2016. no. 06 (148). pp. 70–75. (in Russian).

7 Lobasenko B.A., Pavsky V.A. Determination of the concentration of solutes in the boundary layer on the membrane surface. *Izvestiya vuzov. Pishchevaya tekhnologiya* [News of universities. Food technology]. 2001. no. 2–3. pp. 68–70. (in Russian).

8 Semenov A.G. Development of gel contamination of the membrane during tangential ultrafiltration of a solution of high-molecular compound. *Tekhnika i tekhnologiya pishchevyykh proizvodstv* [Technique and technology of food production]. 2011. no. 1 (20). (in Russian).

9 Becker V.F. Modelirovaniye khimiko-tekhnologicheskikh ob"yektov upravleniya [Modeling of chemical-technological objects of management]. Moscow, RIOR : INFRA-M, 2014. 142 p. (in Russian).

10 Timashev S.F. Fizikokhimiya membrannykh protsessov [Physico-chemistry of membrane processes]. Moscow, Khimiya, 1998. (in Russian).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Сергей Т. Антипов д.т.н., профессор, кафедра машин и аппаратов пищевых производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, ast@vsuet.ru

Андрей И. Ключников д.т.н., профессор, кафедра машин и аппаратов пищевых производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, kaivanov@mai.ru

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 10.11.2018

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 22.01.2019

11 Bryk M.T. et al. Ul'trafil'tratsiya [Ultrafiltration; ed. Pilipenko A.T.]. Kiev, Nauk. dumka, 1989. (in Russian).

12 Schmitz P., Houi D., Wandelt B. Hydrodynamic aspects of crossflow microfiltration. Analysis of particle deposition at the membrane surface. *Journal of Membrane Science*. 1992. vol. 71. pp. 29.

13 Antipov S.T., Kretov I.T., Shakhov S.V., Klyuchnikov A.I. Concentration polarization in the process of clarifying beer. *Pivo i napitki* [Beer and drinks]. 2001. no. 3. pp. 18. (in Russian).

14 Antipov S.T., Shakhov S.V., Ryazanov A.N., Klyuchnikov A.I. et al. Membrannyy apparat s izmenyayushcheysoy vysotoy kanalov [Membrane apparatus with changing the height of the channels]. Patent RF, no. 2147459, 2000.

15 Laptev A.G., Lapteva E.A. Determination of turbulent mixing coefficients in one – and two-phase media using the Taylor model. *Fundamental'nyye issledovaniya* [Fundamental research]. 2015. no. 2. pp. 2810–2814. (in Russian).

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Sergei T. Antipov Dr. Sci. (Engin.), professor, machines and equipment of food production department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, ast@vsuet.ru

Andrey I. Klyuchnikov Dr. Sci. (Engin.), professor, machines and equipment of food production department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, kaivanov@mai.ru

CONTRIBUTION

Authors equally participated in the writing of the manuscript and are responsible for plagiarism

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 11.10.2018

ACCEPTED 1.22.2019