

УДК 664.727

Доцент С.А. Подгорный, профессор Е.П. Кошевой,
профессор В.С. Косачев
(Кубанский государственный технологический университет) кафедра АПП.
тел. (861) 2559392
E-mail: saptich@rambler.ru

Associate Professor S.A. Podgornyi, professor E.P. Koshevoi,
professor V.S. Kosachev
(Kuban State Technological University) Chair of Automation of Production Processes.
phone (861) 2559392
E-mail: saptich@rambler.ru

Моделирование процессов термовлагомеханики при сушке риса

Modelling the processes of hygrothermal mechanics in rice drying

Реферат. Зерновые материалы по праву могут считаться основой питания населения как в России, так и во всем мире. Особенность в том, что послеуборочная обработка зерна и прежде всего сушка является важным этапом получения высококачественных продуктов в достаточном количестве. Изменения технологических параметров процесса сушки во времени имеют большое практическое значение как для управления процессом и определения режимов обеспечивающих качество продукта, так и расчета энергетических затрат на проведение данного процесса. При этом качество получаемого продукта определяется минимальной трещиноватостью семян риса после проведения этого процесса. Цель работы – получение математической модели термовлагомеханики сушки риса. Основываясь на системе дифференциальных уравнений Лыкова А.В., описывающих изменения влагосодержания, температуры и давления, предложен переход к системе обыкновенных дифференциальных уравнений на основе составления балансов массы и тепла в ходе процесса сушки. При таком подходе не рассматриваются поля влагосодержания и температуры внутри материала, а ограничиваются их средними значениями. Используя полученную упрощенную модель термовлагомеханики сушки риса, проведено моделирование процесса сушки в условиях минимальной трещиноватости в исследуемом диапазоне (температуры сушильного агента от 50 до 70 °С, скорости от 2.3 до 2.8 м/с). Полученные зависимости позволяют прогнозировать качество семян риса в процессе сушки.

Summary. Grain-crops are justly considered to be the staple food in Russia as well as all over the world. The specific feature is that postharvest processing of the grain and, above all, drying is an essential stage of providing products of high quality in the sufficient amount. The changes of the technological parameters of the drying process which take place over time, have a significant practical value in terms of monitoring the process and defining the modes providing the quality of the product as well as calculating energy demands necessary to carry out this process. Hereof, the quality of the product received is defined by minimum crack formation of rice grain after the process. The aim of the work is to get a mathematical model of hygrothermal mechanics of rice drying. On the basis of A.V. Lykov's system of differential equations which describe the changes in moisture content, temperature and pressure, transition to the system of ordinary differential equations was offered which is based on drawing up balance of mass and heat during the process of drying. This approach does not consider the properties of moisture content and temperature within the material but takes into account their mean value. Using a simplified model of hygrothermal mechanics of rice drying that we have got enabled us to reproduce the process of drying in the conditions of minimum crack formation within the studied range (the temperature of the drying agent from 50 to 70 °C, speed from 2.3 to 2.8 m/sec). The dependences we have got enable us to predict the quality of rice grain during drying.

Ключевые слова: термовлагомеханика, моделирование, сушка риса, дифференциальные уравнения, кинетические зависимости, трещиноватость.

Keywords: hygrothermal mechanics, modelling, rice drying, differential equations, kinetic dependences, crack formation.

Термовлагомеханика перспективное научное направление анализа процесса сушки зерновых материалов, обосновывающее структурное поведение объекта сушки в зависимости от режимов процесса. Развитие деформаций и прочностные свойства материалов находятся в сфере внимания прикладной механики. Зерно риса обязательно подвергается сушке и имеющая место при этом трещиноватость определяет ценность получаемого продукта.

Кинетические зависимости процесса сушки, т.е. описание во времени изменения

основных параметров, имеют большое практическое значение для управления процессом, определения режимов обеспечивающих качество продукта и энергетических затрат на проведение данного процесса. При этом качество получаемых кинетических зависимостей определяется правильным определением механизма процесса и применением соответствующих математических моделей [1].

Важными являются не только зависимости изменения влажности материала при сушке, но и температурные зависимости нагрева высушиваемого материала. Фундаментальной работой в области теории сушки является обоснование [2] системы дифференциальных уравнений, описывающих изменения влагосодержания, температуры и давления. Сложность решения этой системы затрудняет ее практическое использование [3]. Сделана попытка [4] описать кинетику процесса сушки на основе перехода к потенциалам массопереноса.

Упрощением является переход [5] к системе обыкновенных дифференциальных уравнений на основе составления балансов массы и тепла в ходе процесса сушки. В этом случае не рассматриваются поля влагосодержания и температуры внутри материала, а ограничиваются их средними значениями.

$$\begin{aligned} m_s \frac{dX}{d\tau} &= -Q_m, \\ m_s \cdot c \frac{dT}{d\tau} &= Q_T - Q_m \end{aligned} \quad (1)$$

где X и T – влагосодержание и температура; c – удельная теплоемкость влажного материала; $Q_m = A \cdot J_m$ – конвективный поток влажности; $Q_T = A \cdot l \cdot J_T$ – конвективный поток тепла; A и m_s – площадь поверхности и масса сухого материала; l – скрытая теплота испарения.

Удельные потоки массы и тепла на основе термодинамики необратимых процессов можно представить системой уравнений:

$$J_T = L_{11} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_a} \right) + L_{12} \left(\frac{\mu}{T} - \frac{\mu_a}{T_a} \right), \quad (2)$$

$$J_m = L_{21} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_a} \right) + L_{22} \left(\frac{\mu}{T} - \frac{\mu_a}{T_a} \right). \quad (3)$$

Рассматривая конвективную сушку с массопереносом между граничным слоем влажного воздуха и сушильным агентом, пренебрегая эффектами Соре и Дюфора и соответственно $L_{12} = L_{21} = 0$, зависимости (2) и (3) принимают следующий вид:

$$J_T = h_T (T_a - T), \quad (4)$$

$$J_m = L_{22} \left(\frac{\mu}{T} - \frac{\mu_a}{T_a} \right) \approx h_m \ln \frac{x}{x_0} = h_m \ln \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}(T)}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T)}, \quad (5)$$

где $h_T = L_{11}/T \cdot T_a$ называют «коэффициентом конвективной теплопередачи»; $h_m = L_{22} R$ называют «коэффициентом конвективной передачи пара»; R – газовая константа, x – мольное отношение концентрации пара в воздухе; $\phi = (P_w/P_{\text{вн}})_T$ относительная воздушная влажность и $P_{\text{вн}}$ парциальное давление пара для влажного состояния.

Систему в дифференциальной форме можно преобразовать к нормальной форме избавившись от m_s в левой части уравнений.

$$\frac{dX(\tau)}{d\tau} = -\frac{A_m \cdot h_m}{m_s} \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \{ [c_s + c_l \cdot X(\tau)] \cdot T(\tau) \} &= \frac{A_T \cdot h_T}{m_s} \cdot [T_a - T(\tau)] - \\ &- \frac{A_m \cdot l \cdot h_m}{m_s} \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\} \end{aligned}$$

Второе уравнение содержит произведение дифференцируемых функций, которое преобразуем по формуле производной произведения функций:

$$\begin{aligned} \frac{dX(\tau)}{d\tau} &= -k_1 \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\} \\ [c_l \cdot X(\tau) + c_s] \cdot \frac{dT(\tau)}{d\tau} &+ c_l \cdot T(\tau) \cdot \frac{dX(\tau)}{d\tau} = \\ &= k_2 \cdot [T_a - T(\tau)] - k_3 \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

где $k_1 = \frac{A_m \cdot h_m}{m_s}$; $k_2 = \frac{A_T \cdot h_T}{m_s}$; $k_3 = \frac{A_m \cdot l \cdot h_m}{m_s}$.

Подставляя значение производной влажности из первого уравнения во второе, получаем следующее выражение для температурной зависимости:

$$\begin{aligned} [c_l \cdot X(\tau) + c_s] \cdot \frac{dT(\tau)}{d\tau} - c_l \cdot T(\tau) \cdot k_1 \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\} = \\ = k_2 \cdot [T_a - T(\tau)] - k_3 \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

которое нормализуем относительно производной от температурной зависимости:

$$\begin{aligned} \frac{dT(\tau)}{d\tau} &= k_1 \cdot \frac{c_l \cdot T(\tau) \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\}}{[c_l \cdot X(\tau) + c_s]} + \\ &+ k_2 \cdot \frac{[T_a - T(\tau)]}{[c_l \cdot X(\tau) + c_s]} - k_3 \cdot \frac{\ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\}}{[c_l \cdot X(\tau) + c_s]} \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, получена система нормальных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} \frac{dX(\tau)}{d\tau} &= -k_1 \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\} \\ \frac{dT(\tau)}{d\tau} &= k_1 \cdot \frac{c_l \cdot T(\tau) \cdot \ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\}}{[c_l \cdot X(\tau) + c_s]} + \\ &+ k_2 \cdot \frac{[T_a - T(\tau)]}{[c_l \cdot X(\tau) + c_s]} - k_3 \cdot \frac{\ln \left\{ \frac{\phi_{\text{вв}} \cdot p_{\text{вн}}[T(\tau)]}{\phi_a \cdot p_{\text{вн}}(T_a)} \right\}}{[c_l \cdot X(\tau) + c_s]} \end{aligned} \quad (10)$$

где относительная воздушная влажность на поверхности зерна определяется формулой:

$$\phi_{\text{вв}} = \begin{cases} 1 \\ 1 - (1 - \phi_a) \cdot (X_{cr} - X) / (X_{cr} - X_{eq}) \end{cases}, \quad (11)$$

где верхнее значение для $X \geq X_{cr}$, а нижнее - для $X_{cr} \geq X \geq X_{eq}$, которое ограничивает пределы существования решения от влажности равной X_{cr} до влажности равной X_{eq} .

Необходимо также учесть сжатие материала в ходе сушки. Часто принимается линейная зависимость [6], которая после преобразования принимает вид:

$$\frac{A(X)}{A_0} = \left[\frac{V(X)}{V_0} \right]^{2/3n} = \left[(1-b) \frac{X}{X_0} + b \right]^{2/3n} \quad (12)$$

Для идентификации параметров модели использовали экспериментальные данные по сушке семян риса в тонком слое, в которых изменялась температура сушки и скорость сушильного воздуха [7]. В качестве исходных данных использовались кинетические экспериментальные зависимости (Рисунок 1), минимизируя сумму относительных отклонений экспериментальных данных (точки на Рисунок 1) от соответствующих расчетных кривых (линии на Рисунок 1) для данных экспериментальных значений времени. Идентификация параметров производилась по методу Нелдера-Мида, также известного как метод деформируемого многогранника и симплекс-метод, метод безусловной оптимизации функции от нескольких переменных, не использующий производной (градиентов) функции, а поэтому он легко применим к негладким и/или зашумлённым функциям.

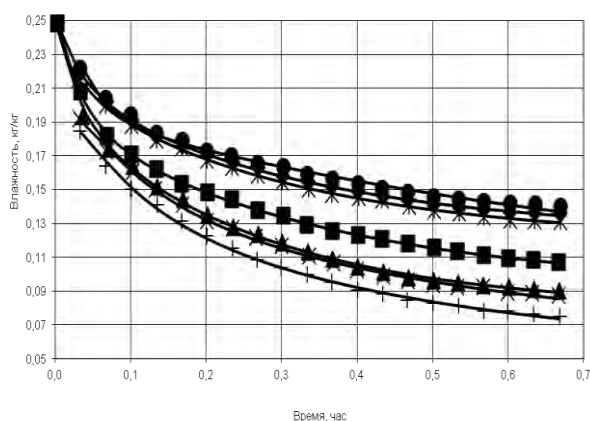


Рисунок 1. Кинетические кривые сушки риса

ЛИТЕРАТУРА

1 Dhall A., Datta A.K. Transport in deformable food materials: A poromechanics approach // Chemical Engineering Science. 2011. № 66 (24). P. 6482-6497.

2 Лыков А.В. Теплообмен (Справочник). М.: Энергия, 1971. 560 с.

Изменение объема зерна определяется параметрами режима сушки. Изменение объема важно не само по себе, а в связи с трещиноватостью [8], определяемой по регрессионной формуле (13):

$$Tp \left[\frac{X(0) - X(\tau_{max})}{\tau_{max}} \right] = 0.0952 \cdot \ln \left[\frac{X(0) - X(\tau_{max})}{\tau_{max}} \right] + 0.4487 \quad (13)$$

где $X(0)$ – начальная влажность; $X(\tau_{max})$ – конечная влажность; τ_{max} – время сушки, час.

Используя полученную упрощенную модель термовлагодомеханики сушки риса, провели моделирование процесса сушки в условиях минимальной трещиноватости в исследуемом диапазоне (температуры сушильного агента от 50 до 70 °C, скорости от 2.3 до 2.8 м/с). Для минимальной трещиноватости семян риса зависимости представлены на рисунке 2.

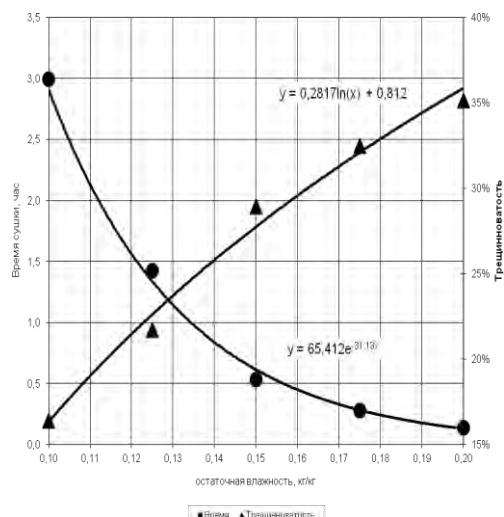


Рисунок 2. Аппроксимация объема и влажности от времени при режимах минимальной трещиноватости.

Трещиноватость логарифмически зависит от остаточной влажности и экспоненциально от времени сушки. Представленные зависимости позволяют прогнозировать качество семян риса в процессе сушки.

3 Коновалов В.И., Кудра Т., Гатапова Н.Ц. Современные вопросы теории переноса при сушке // Вестник ТГТУ. 2008. Т. 14. № 3. 538-559.

4 Подгорный С.А., Кошевой Е.П., Косачев В.С. Математическое моделирование процессов сушки и кондиционирования зерна. Потенциалы массопереноса. LAMBERT Academic Publishing, 2012

5 Kowalski S.J., Mierzwa D. Numerical analysis of drying kinetics for shrinkable products such as fruits and vegetables // *Journal of Food Engineering*. 2013. № 114. P. 522-529.

6 Mayor L., Sereno A.M. Modelling shrinkage during convective drying of food materials: a review // *Journal of Food Engineering*. 2004. № 61. P. 373-386.

7.Khanali M., Rafiee Sh., Jafari A., Hashemabadi S.H. et al. Mathematical modeling of fluidized bed drying of rough rice (*Oryza sativa* L.) grain // *Journal of Agricultural Technology*. 2012. V. 8(3). P. 795-810.

8 Chiachung C., Po-Ching W. Thin-layer drying model for rough rice with high moisture content // *J. agric. Engng Res*. 2001. № 80(1). P. 45-52.

REFERENCES

1 Dhall A., Datta A.K. Transport in deformable food materials: A poromechanics approach. *Chemical Engineering Science*, 2011, no. 66 (24), pp. 6482-6497.

2 Lykov A.V. *Teplomasoobmen* [Heat and Mass Transfer (Reference Book)]. Moscow, Energiya, 1971. 560 pp. (In Russ.).

3 Kononov V.I., Kudra T., Gatapova N.Ts. Modern issues of transfer theory in drying. *Vestnik TGTU*. [Bulletin of TSTU], 2008, vol. 14, no. 3, pp. 538-559. (In Russ.).

4 Podgornyi S.A., Koshevoi E.P., Kosachev V.S. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov sushki i konditsionirivaniya zerna* [Mathematical modelling of the processes of drying and conditioning grain. Mass transfer potentials]. LAMBERT Academic Publishing, 2012. (In Russ.).

5 Kowalski S.J., Mierzwa D. Numerical analysis of drying kinetics for shrinkable products such as fruits and vegetables. *Journal of Food Engineering*, 2013, no. 114, pp. 522-529.

6 Mayor L., Sereno A.M. Modelling shrinkage during convective drying of food materials: a review. *Journal of Food Engineering*, 2004, no. 61, pp. 373-386. (In Russ.).

7 Khanali M., Rafiee Sh., Jafari A., Hashemabadi S.H. et al. Mathematical modeling of fluidized bed drying of rough rice (*Oryza sativa* L.) grain. *Journal of Agricultural Technology*, 2012, vol. 8(3), pp. 795-810.

8 Chiachung C., Po-Ching W. Thin-layer drying model for rough rice with high moisture content. *J. agric. Engng Res.*, 2001, no. 80(1), pp. 45-52.