

УДК 66.047.4

Профессор А.А. Шевцов, аспирант А.А. Коротаева,
аспирант А.С. Муравьев

(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра технологии хлебопекарных, макаронных,
кондитерских и зерноперерабатывающих производств. тел. (473) 255-38-51

доцент А.А. Дерканосова

(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра сервиса и ресторанного бизнеса

тел. +7 (920) 432-16-57

E-mail: aa-der@yandex.ru

Professor A.A. Shevtsov, graduate student A.A. Korotaeva,
graduate student A.S. Murav'ev

(Voronezh state university of engineering technologies) Department of technology of breadmaking,
confectionery, macaroni and grain processing industries. phone (473) 255-38-51

Associate Professor AA Derkanosova

(Voronezh State University of Engineering Technologies) Department of service and restaurant
business phone +7 (920) 432-16-57

E-mail: aa-der@yandex.ru

Моделирование процесса распылительной сушки суспензии протеинового зеленого концентрата (ПЗК)

Modeling of the spray drying process of green protein suspension concentrate (PGC)

Реферат. Разработка и внедрение высокотехнологичных и энергоэффективных способов производства кормов актуально и целесообразно в связи с тем, что предприятия не способны обеспечить рынок потребителей комбикормов высококачественными продуктами по доступным ценам. Для решения этой проблемы разработана ресурсосберегающая технология производства протеинового зелёного концентрата (ПЗК) из листостебельной массы высокобелковых растений. Наиболее энергоемким процессом получения ПЗК является распылительная сушка. При этом вопросы энергосбережения и получение продукта высокого качества решаются путем моделирования. Модель сушки, разработанная в данном исследовании, основана на убывающем фронте испарения, который используется во многих исследованиях сушки капель. Поставлена задача получить основные уравнения тепломассопереноса в периоды постоянной и убывающей скорости сушки. Предполагается также, что сушка проходит в периоды постоянной и убывающей скорости сушки. Для обоих периодов сушки получены основные уравнения тепломассопереноса. Изменение теплофизических характеристик определены статистическими методами в интервале значений влажности ПЗК 10-75 % и температуры 20-100 %. Модель решена методом конечных разностей с погрешностью результатов моделирования 12 %. Метод конечных разностей представляет собой численный метод решения дифференциальных уравнений, основанный на замене производных разностей схемами, является сеточным методом. Проведена идентификация параметров модели по экспериментальным данным, полученным на опытной распылительной сушильной установке. Решение математической модели позволяет определять изменение влажности (концентрации СВ) и температуры по радиусу капли в процессе распылительной сушки концентрата ПЗК, что необходимо как для выбора геометрических размеров сушилки, так и для управления технологическими параметрами сушки.

Summary. Development and implementation of high-tech and energy-efficient methods of feed production is important and appropriate due to the fact that enterprises are not able to provide the market of feed consumers with high quality products at affordable prices. To solve this problem, an alternative technology for the production of protein green concentrate (PGC) from the cormophyte mass of high protein plants was developed. The most energy-intensive process of obtaining PGC is spray drying. At the same time the problems of energy saving, and the product quality are solved by modeling. The drying model developed in this study is based on the falling edge of evaporation, which is used in many studies of drops drying. The problem of obtaining the basic equations of heat and mass transfer during the periods of constant and decreasing drying rate was to be solved. It is also supposed that the drying takes place during the periods of constant and decreasing drying rate. Basic equations of heat and mass transfer for both periods of drying were obtained. Changing of thermophysical characteristics were determined by statistical methods in the range of PGC humidity of 10 ... 75% and a temperature of 20 ... 100%. The model is solved by finite difference method with an accuracy of modeling results of 12%. Method of finite differences is a numerical method for solving differential equations based on the replacement of derivative differences schemes and is the grid method. Identification of model parameters to experimental data obtained in the experimental spray dryer was carried out. The solution allows the mathematical model to determine the change in moisture content (DS concentration) and drop radial temperature in the spray drying of the PGC concentrate that is necessary both to select the geometrical sizes of the dryer and the drying process parameters controlling.

Ключевые слова: кормопроизводство, протеиновый зеленый концентрат, распылительная сушка, математическое моделирование, уравнения тепломассопереноса.

Keywords: feed production, protein green concentrate, spray drying, mathematical modeling, heat and mass transfer equation.

© Шевцов А.А., Дерканосова А.А.,
Коротаева А.А., Муравьев А.С., 2015

Главная цель развития кормопроизводства — увеличение объемов и улучшение качества кормов, в том числе и концентрированных.

В настоящее время отмечается значительный недостаток отечественного кормового белка. Для решения этой проблемы разработана ресурсосберегающая технология производства протеинового зеленого концентрата (ПЗК) из листостебельной массы высокобелковых растений [1, 2].

Наиболее энергоемким процессом получения ПЗК является распылительная сушка, от режимов которой в значительной степени зависят себестоимости и качества готового концентрата. Поиск оптимальных режимов процесса распылительной сушки в области допустимых технологических свойств высушиваемого продукта при минимальных энергетических затратах, как правило, достигается методами математического моделирования с последующей экспериментальной проверкой полученных результатов [3].

Известные модели основаны на углублении фронта испарения влаги в капле, с постепенной потерей влаги в процессе сушки [4, 5]. Однако они не учитывают особенности процесса распылительной сушки в периодах постоянной и убывающей скорости сушки с учетом специфических свойств ПЗК. При этом не детализируется алгоритм их решения, что не дает основания для их использования в систематических расчетах при поиске оптимальных режимов.

Цель работы — сформулировать задачи моделирования процесса распылительной сушки ПЗК в период постоянной и убывающей скорости сушки.

Период постоянной скорости сушки.

В периоде постоянной скорости сушки тепло передается конвекцией от окружающего воздуха к поверхности капли и вызывает испарение свободной воды пока она не будет полностью удалена (рисунок 1). Водяной пар с поверхности капли удаляется путем конвекции.

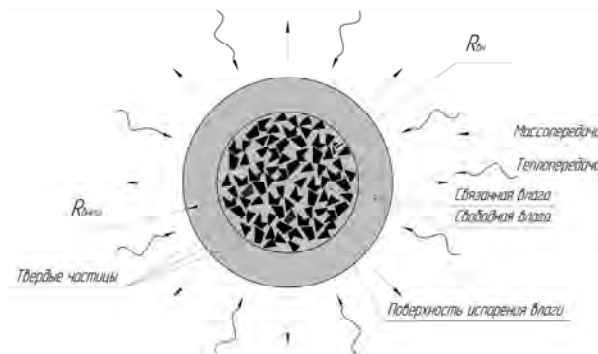


Рисунок 1. Сушка капли в период постоянной скорости

Моделирование процесса сушки в первом периоде проводилось с учетом следующих упрощающих допущений:

1. Капли имеют сферическую форму.
2. Кондукция является механизмом передачи тепла внутри капли.
3. Внутренний радиус капли постоянен.
4. Удаление свободной воды на поверхности задается уменьшением внешнего радиуса капли.
5. Влажность, температура и скорость воздуха, окружающего каплю, постоянны.
6. Внутренней циркуляцией воды и капиллярными эффектами пренебрегается.
7. Отсутствует физическое или химическое взаимодействие между твердыми частицами и влагой.
8. Температура капли изменяется только в радиальном направлении.
9. На границе фронта испарения устанавливается состояние теплового и концентрационного равновесия.
10. Твердые частицы и влага вокруг них находятся в тепловом равновесии.
11. Изменение теплофизических характеристик определены методом Волькенштейна [6] и обработаны в программе «STATISTICA 10» в интервале значений влажности ПЗК 10-75 % и температуры 273-373 К:

$$\begin{aligned}\alpha \times 10^8 &= -7,15 \times 10^{-7} T^3 - 9,54 \times 10^{-6} T^2 W + 1,14 \times 10^{-6} T W^2 - 2,00 \times 10^{-5} W^3 - 3,66 \times 10^{-4} T^2 \\ &\quad + 4,88 \times 10^{-3} T W - 9,76 \times 10^{-4} W^2 + 0,16 T + 0,75 W - 6 \\ \lambda &= -1,18 \times 10^{-6} T^3 - 1,17 \times 10^{-5} T^2 W^2 - 9,18 \times 10^{-7} T W^2 - 4,77 \times 10^{-7} W^3 + 7,71 \times 10^{-4} T^2 + 6,81 \\ &\quad \times 10^{-3} T W + 2,53 \times 10^{-3} W^2 - 9,67 \times 10^{-2} T - 0,95 W - 11,13 \\ c &= -1,64 \times 10^{-10} T^3 - 1,64 \times 10^{-9} T^2 W^2 - 1,41 \times 10^{-9} T W^2 - 1,24 \times 10^{-10} W^3 + 1,15 \times 10^{-7} T^2 + 9,91 \\ &\quad \times 10^{-7} T W + 3,43 \times 10^{-7} W^2 - 1,41 \times 10^{-5} T - 1,31 W - 1,53 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Принимая элемент дифференциального объема в области связанной влаги и учитывая тепловой баланс, получим уравнение переноса теплоты в виде:

$$\forall 0 < r < R_{\text{вн}}, t > 0$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon \rho_v c_v T_{\text{ос}} + (1 - \varepsilon) \rho_t c_t T_{\text{св}}] &= \\ &= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_{\text{св}}),\end{aligned}\quad (1)$$

где ε — объемная доля воды в области связанной

влаги. Индексы v , m и $св$ представляют свободную влагу, твердые вещества и область связанной влаги, соответственно.

Используя закон Фурье, уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon \rho_v c_v T_{св} + (1 - \varepsilon) \rho_T c_T T_{св}] = - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_{св} \frac{\partial T_{св}}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где $\lambda_{св}$ – коэффициент теплопроводности, Вт/м·К, определяемый как:

$$\lambda_{св} = \varepsilon \lambda_v + (1 - \varepsilon) \lambda_T \quad (3)$$

Уравнение (2) принимает окончательную форму:

$$k_1 \frac{\partial T_{св}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{св}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_{св}}{\partial r}, \quad (4)$$

где $k_1 = \frac{\varepsilon \rho_v c_v + (1 - \varepsilon) \rho_T c_T}{\lambda_{св}}$.

Для решения уравнения (4) приняты:

- начальное условие:

$$\forall 0 < r < R_{вн}, t = 0 \Rightarrow T_{св} = T(0),$$

где $T(0)$ начальная температура капли.

- два граничных условия в центре и на внутреннем радиусе капли:

$$\forall r = 0, t > 0 \Rightarrow -\lambda_{св} \frac{\partial T_{св}}{\partial r} = 0,$$

$$\forall r = R_{вн}, t > 0 \Rightarrow T_{св} = T_B$$

Принимая элемент дифференциального объема в области свободной влаги и учитывая тепловой баланс, уравнение теплопередачи для области свободной влаги представлено следующим образом:

$$\forall R_{вн} < r < R_{внеш}(t), t = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} [\rho_v c_v T_B] = - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_B), \quad (5)$$

$$\text{где:} \quad q_B = -\lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial r}. \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) уравнение переноса тепла для области свободной влаги получено в виде:

$$k_2 \frac{\partial T_B}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_B}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_B}{\partial r}, \quad (7)$$

где $k_2 = \frac{\rho_v c_v}{\lambda_B}$.

С начальным условием:

$$\forall R_{вн} \leq r \leq R_{внеш}(t), t = 0 \Rightarrow T_B = T(0)$$

и двумя граничными условиями:

$$\forall r = R_{вн}, t > 0 \Rightarrow -\lambda_{св} \frac{\partial T_{св}}{\partial r} = -\lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial r},$$

$$\forall r = R_{внеш}(t), t > 0 \Rightarrow$$

$$L_B \rho_B \frac{R_{внеш}}{t} = \alpha_{св} (T_B - T_{св}) + \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial r}, \quad (8)$$

где L_B – удельная теплота парообразования, Дж/кг; $\alpha_{св}$ – коэффициент конвективной теплопередачи, Вт/м²·К; $T_{св}$ – температура сушильного агента, К.

Уравнение (8) получено путем использования теплового баланса на поверхности испарения $R_{внеш}(t)$ между теплом, передаваемым конвективно к поверхности капли и теплом, переданном кондуктивно из глубины капли для испарения некоторой части свободной влаги. После преобразования уравнения (8) получаем:

$$L_B \frac{R_{внеш}}{\partial t} = k_3 (T_B - T_{св}) + k_4 \frac{\partial T_B}{\partial r}, \quad (9)$$

где $k_3 = \frac{\alpha_{св}}{\rho_B}$; $k_4 = \frac{\lambda_B}{\rho_B}$.

Отслеживание движения границы $R_{внеш}(t)$ между свободной влагой и воздухом осуществляется уравнением баланса массы, в котором изменение массы капли равно конвективному потоку массы паров воды на границе фронта испарения:

$$\forall r = R_{вн}, t > 0$$

$$\rho_B \frac{\partial R_{внеш}}{\partial t} = -\beta_{см} M_B (C_{п} - C_{св}), \quad (10)$$

где $\beta_{см}$ – конвективный коэффициент массопреноса, м/с; M_B – молярная масса воды, кг/моль; $C_{п}$ и $C_{св}$ – концентрации паров воды на поверхности капли и сушильного агента соответственно, моль/м³.

$C_{п}$ в уравнении (10) определяется как:

$$C_{п} = \frac{P^n(T_T)}{R_{св} T_T}, \quad (11)$$

где P^n – давление пара при температуре поверхности, Па; $R_{св}$ – универсальная газовая постоянная, Дж/моль·К.

Уравнение (10) приведено к виду:

$$\frac{R_{внеш}}{\partial t} = -k_5 (C_{п} - C_{св}), \quad (12)$$

где $k_5 = \frac{\lambda_B M_B}{\rho_w}$.

С начальным условием:

$$\forall r = R_{внеш}(t), t = 0 \Rightarrow R_{внеш}(t) = R(0),$$

где $R(0)$ – начальное значение внешнего радиуса.

Введем безразмерную величину:

$$\xi = \frac{r}{R_{вн}}. \quad (13)$$

Тогда математическая постановка задачи моделирования в период постоянной скорости сушки примет вид:

$$\forall 0 < \xi < \xi_{вн}, t > 0 \Rightarrow$$

$$k'_1 \frac{\partial T_{CB}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{CB}}{\partial \xi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_{CB}}{\partial \xi}, \quad (14)$$

$$\text{где } k'_1 = \frac{R^2(0)(\varepsilon \rho_B c_B + (1-\varepsilon) \rho_T c_T)}{\lambda_{CB}}.$$

Начальные и граничные условия уравнения (14):

$$\forall 0 \leq \xi \leq \xi_{BH}, t = 0 \Rightarrow T_{CB} = T(0)$$

$$\forall \xi = 0, t > 0 \Rightarrow -\lambda_{CB} \frac{\partial T_{CB}}{\partial \xi} = 0$$

$$\forall \xi = \xi_{BH}, t > 0 \Rightarrow T_{CB} = T_B$$

$$\forall \xi_{BH} < \xi < \xi_{внеш}(t), t > 0 \Rightarrow$$

$$k'_2 \frac{\partial T_B}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_B}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{\partial T_B}{\partial \xi}, \quad (15)$$

$$\text{где } k'_2 = \frac{R^2(0) \rho_B c_B}{\lambda_B}$$

Начальные и граничные условия уравнения (15) являются:

$$\forall \xi_{BH} \leq \xi \leq \xi_{внеш}(t), t = 0 \Rightarrow T_B = T(0)$$

$$\forall \xi = \xi_{BH}, t > 0 \Rightarrow -\lambda_{CB} \frac{\partial T_{CB}}{\partial \xi} = -\lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial \xi}$$

$$\forall \xi = \xi_{внеш}(t), t > 0 \Rightarrow$$

$$L_B \frac{\partial \xi_{внеш}}{\partial \xi} = k'_3 (T_B - T_{ca}) + k'_4 \frac{\partial T_B}{\partial \xi}, \quad (16)$$

$$\text{где } k'_3 = \frac{\alpha_{ca}}{R(0) \rho_B}; k'_4 = \frac{\lambda_B}{R^2(0) \rho_B}.$$

$$\forall \xi = \xi_{внеш}(t), t > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \xi_{внеш}}{\partial t} = -k'_5 (C_{\Pi} - C_{ca}), \quad (17)$$

$$\text{где } k'_5 = \frac{\beta M_B}{R(0) \rho_B}.$$

Начальное условие уравнения (17):

$$\forall \xi = \xi_{внеш}(t), t = 0 \Rightarrow \xi_{внеш}(t) = 1$$

Для расчета коэффициентов конвективного тепло- и массообмена используется эмпирическая корреляция с коэффициентом 0,65 [7].

$$Nu = 2 + 0,65 Re^{0.5} Pr^{0.33}; \quad (18)$$

$$Sh = 2 + 0,65 Re^{0.5} Sc^{0.33}, \quad (19)$$

$$\text{где } Re = \frac{d_n V_{ca} \rho_{ca}}{\mu_{ca}}; Pr = \frac{c_{ca} \mu_{ca}}{\lambda_{ca}}; Sc = \frac{\mu_{ca}}{D_{\Pi} \rho_{ca}};$$

$Sh = \frac{\beta d_n}{D_{\Pi}}; Nu = \frac{\alpha_{ca} d_n}{\lambda_{ca}}; V_{ca}$ – скорость сушильного агента, м/с; μ_{ca} – кинематическая вязкость, м²/с; c_{ca} – удельная теплоемкость, Дж/кг·К; ρ_{ca} – плотность сушильного агента, кг/м³; d_n – наружный диаметр капли, м; D_{Π} – диффузия водяного пара в воздухе, м²/с. В уравнениях, индексы *ca*, *n* и *п* представляют сушильный агент, частицу и водяной пар, соответственно.

Период постоянной скорости сушки заканчивается, когда вся свободная влага с поверхности капли будет удалена т.е. $R_{внеш}$ достигает R_{BH} (рисунок 1).

Период убывающей скорости сушки.

В период убывающей скорости сушки, предполагается существование углубления фронта испарения влаги, который делит каплю на область связанной влаги и область твердых частиц (рисунок 2).



Рисунок 2. Капля в период убывающей скорости сушки

Задача моделирования решалась при следующих упрощающих допущениях:

1. Тепло передается конвективно к поверхности капли.

2. Удаление влаги в порах капли описывается уменьшением радиуса области связанной влаги.

3. Радиус капли R_{BH} не меняется во время сушки.

4. Растворением твердых веществ в воде пренебрегаем.

5. Поры области связанной влаги заполнены воздухом, водяной пар диффундирует через эти поры.

6. Физические и транспортные свойства водяного пара рассчитываются при средней температуре, определенной как среднее арифметическое от температуры поверхности области связанной влаги и температуры поверхности капли.

7. Закон диффузии Фика с эффективным коэффициентом диффузии описывает диффузию паров воды через поры области связанной влаги.

8. Морфология капли не изменяется во время сушки.

Принимая элемент дифференциального объема в области твердых веществ и учитывая тепловой баланс, получим уравнение переноса теплоты в виде:

$$\forall 0 < r < s(t), t > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon \rho_B c_B T_{CB} + (1-\varepsilon) \rho_T c_T T_{CB}] = \\ = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_{CB}), \end{aligned} \quad (20)$$

где те же индексы и обозначения используются для моделирования периода постоянной скорости сушки, также используется для модельных уравнений, выведенных для период убывающей скорости сушки. Как и при получении уравнения (4), после преобразования уравнения (20) получим окончательный вид уравнения теплопередачи для области связанной влаги:

$$m_1 \frac{\partial T_{CB}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{CB}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_{CB}}{\partial r}, \quad (21)$$

где $m_1 = \frac{\varepsilon \rho_B C_B + (1-\varepsilon) \rho_T C_T}{\lambda_{CB}}$,

- начальное условие:

$$\forall 0 \leq r \leq s(t), t = 0 \Rightarrow T_{CB} = T(t),$$

- граничные условия:

$$\forall r = 0, t > 0 \Rightarrow -\lambda_{CB} \frac{\partial T_{CB}}{\partial r} = 0,$$

$$\forall r = s(t), t > 0 \Rightarrow T_{CB} = T_{BO},$$

где индекс *bo* представляет собой высушенную область и $T(t)$ это температура капель в конце периода постоянной скорости.

Уравнение теплопереноса высушенной части капли теплового балансов основано на элементе дифференциальной объема, занятого в области связанной влаги:

$$\forall s(t) < r < R_{BH}, t > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [(1-\varepsilon) \rho_T C_T T_K] = \\ & = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_K) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T_{BO} C_{П} j_{BO}), \end{aligned} \quad (22)$$

где:

$$q_{BO} = -\lambda_{BO} \frac{\partial T_{BO}}{\partial r}, \quad (23)$$

и:

$$j_{BO} = -D_{BO} M_B \frac{\partial C_{П}}{\partial r}. \quad (24)$$

D_{BO} – эффективный коэффициент диффузии влаги в порах сухой части капли, м²/с.

$$D_{BO} = \frac{2\varepsilon D_{П}}{3-\varepsilon}, \quad (25)$$

$$\lambda_{BO} = \varepsilon \lambda_{CM} + (1-\varepsilon) \lambda_T, \quad (26)$$

где λ_{CM} – теплопроводность смеси паров воздух-вода существующих в порах высушенной части, Вт/м·К.

После преобразования уравнения и приведения подобных членов получаем окончательную форму уравнения теплопередачи:

$$\begin{aligned} m_2 \frac{\partial T_{BO}}{\partial t} = & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_{BO}}{\partial r} \right) + \\ & + \frac{\beta_3}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 T_{BO} \frac{\partial C_{П}}{\partial r} \right), \end{aligned} \quad (27)$$

где $m_2 = \frac{(1-\varepsilon) \rho_T C_T}{\lambda_{BO}}$; $m_3 = \frac{D_{BO} M_B C_{П}}{\lambda_{BO}}$.

$$\begin{aligned} m_2 \frac{\partial T_{BO}}{\partial t} = & \frac{\partial^2 T_{BO}}{\partial r^2} + \left(\frac{2}{r} + m_3 \frac{\partial C_{П}}{\partial r} \right) \frac{\partial T_{BO}}{\partial r} + \\ & + \left(\frac{2m_3}{r} + \frac{\partial C_{П}}{\partial r} + m_3 \frac{\partial^2 C_{П}}{\partial r^2} \right) T_{BO}. \end{aligned} \quad (28)$$

с начальным условием:

$$\forall s(t) \leq r \leq R_{BH}, t = 0 \Rightarrow T_{BO} = T_T$$

и с граничными условиями:

$$\forall r = s(t), t > 0 \Rightarrow$$

$$\varepsilon \rho_B L_B \frac{\partial s}{\partial t} = -\lambda_{BO} \frac{\partial T_{BO}}{\partial r} + \lambda_{CB} \frac{\partial T_{CB}}{\partial r} \quad (29)$$

$$\forall r = R_{BH}, t > 0 \Rightarrow$$

$$-\lambda_{BO} \frac{\partial T_{BO}}{\partial r} = \alpha_{ca} (T_{BO} - T_{ca}) \quad (30)$$

Уравнение (29) отражает тепловой баланс на границе испарения, в котором разница между теплом, передаваемым высушенной частью к поверхности капли используется для испарения некоторой части влаги из пор в области связанной влаги. Дальнейшее упрощение уравнения (29):

$$L_B \frac{\partial s}{\partial t} = -m_4 \frac{\partial T_{BO}}{\partial r} + m_5 \frac{\partial T_{CB}}{\partial r}, \quad (31)$$

где $m_4 = \frac{\lambda_{BO}}{\varepsilon \rho_B}$; $m_5 = \frac{\lambda_{CB}}{\varepsilon \rho_B}$.

Для того чтобы решить уравнение (28) и получить профиль концентрации водяного пара в порах области связанной влаги составим материальный баланс по влаге для элемента дифференциального объема в области связанной влаги:

$$\forall s(t) < r < R_{BH}, t > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon M_B C_{П}] = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 j_{BO}) \quad (32)$$

После преобразования уравнения (32) получаем:

$$m_6 \frac{\partial C_{П}}{\partial t} = \frac{\partial^2 C_{П}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C_{П}}{\partial r}, \quad (33)$$

где $m_6 = \frac{\varepsilon}{D_{BO}}$.

Начальные и граничные условия, необходимые для решения уравнения (33):

$$\forall s(t) \leq r \leq R_{BH}, t = 0 \Rightarrow C_{П} = \frac{P^n(T_{t,0})}{R_{ca} T_{t,0}}$$

$$\forall r = s(t), t > 0 \Rightarrow C_{П} = \frac{P^n(T_{BO})}{R_{ca} T_{BO}}$$

$$\forall r = R_{BH}, t > 0 \Rightarrow$$

$$-D_{BO} \frac{\partial C_{П}}{\partial r} = \beta_{CM} (C_{П} - C_{ca})$$

Баланс массы на поверхности испарения определяется уравнением:

$$\forall r = (t), t > 0 \Rightarrow \varepsilon \rho_B \frac{\partial s}{\partial t} = D_K M_B \frac{\partial C_{П}}{\partial r} \quad (34)$$

Преобразование уравнения (34) представлено в виде:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = m_7 \frac{\partial C_B}{\partial r}, \quad (35)$$

где $m_7 = \frac{D_{BO} M_B}{\varepsilon \rho_B}$.

Начальное условие, необходимое для решения уравнения (35):

$$\forall r = s(t), t = 0 \Rightarrow s(t) = R_{BH} \quad (36)$$

Окончательный вид уравнений модели (21)-(36):

$$\forall 0 < \xi < s'(t), t > 0 \Rightarrow$$

$$m'_1 \frac{\partial T_{CB}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{CB}}{\partial \xi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_{CB}}{\partial \xi}, \quad (37)$$

где $s'(t)$ безразмерный радиус области связанной влаги.

$$m'_1 = \frac{R_{BH}^2 (\varepsilon \rho_B c_B + (1 - \varepsilon) \rho_T c_T)}{\lambda_{CB}} \quad (38)$$

Начальные и граничные условия уравнения (37) являются:

$$\forall 0 \leq \xi \leq s'(t), t = 0 \Rightarrow T_{CB} = T(t)$$

$$\forall \xi = 0, t > 0 \Rightarrow -\lambda_{CB} \frac{\partial T_{CB}}{\partial \xi} = 0$$

$$\forall \xi = s(t), t(0) \Rightarrow T_{CB} = T_{BO}$$

$$\forall s'(t) < \xi < 1, t > 0 \Rightarrow$$

$$m_2 \frac{\partial T_{BO}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{BO}}{\partial r^2} + \left(\frac{2}{r} + m_3 \frac{\partial C_{\Pi}}{\partial r} \right) \frac{\partial T_{BO}}{\partial t} + \left(\frac{2m_3}{r} + \frac{\partial C_{\Pi}}{\partial r} + m_3 \frac{\partial^2 C_{\Pi}}{\partial r^2} \right) T_{BO}, \quad (39)$$

где:

$$m'_2 = \frac{R_{BH}^2 ((1 - \varepsilon) \rho_T c_T)}{\lambda_{BO}}; \quad (40)$$

и:

$$m'_3 = \frac{D_{BO} M_B C_{\Pi}}{\lambda_{BO}}. \quad (41)$$

Начальные и граничные условия уравнения (28) являются:

$$\forall s'(t) \leq \xi \leq 1, t = 0 \Rightarrow T_{BO} = T(t)$$

$$\forall \xi = s'(t), t > 0 \Rightarrow$$

$$L_B \frac{\partial s'}{\partial t} = -m'_4 \frac{\partial T_{BO}}{\partial \xi} + m'_5 \frac{\partial T_{CB}}{\partial \xi} \quad (42)$$

$$\forall \xi = 1, t > 0 \Rightarrow$$

$$-\lambda_{BO} \frac{\partial T_{BO}}{\partial \xi} = R_{BH} \alpha (T_{BO} - T_{CA}), \quad (43)$$

$$\text{где } m'_4 = \frac{\lambda_{BO}}{R_{BH}^2 \varepsilon \rho_B} \quad m'_5 = \frac{\lambda_{TB}}{R_{BH}^2 \varepsilon \rho_B}$$

$$\forall s'(t) < \xi < 1, t > 0 \Rightarrow$$

$$m'_6 \frac{\partial C_{\Pi}}{\partial t} = \frac{\partial^2 C_{\Pi}}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{\partial C_{\Pi}}{\partial \xi}, \quad (44)$$

$$\text{где } m'_6 = \frac{R_{BH}^2 \varepsilon}{D_{BO}}.$$

Начальными и граничными условиями уравнения (44) являются:

$$\forall s(t) \leq \xi \leq 1, t = 0 \Rightarrow C_{\Pi} = \frac{P^n(T(t))}{R_{CA} T(t)}$$

$$\forall \xi = s'(t), t > 0 \Rightarrow C_{\Pi} = \frac{P^n(T_{BO})}{R_{CA} T_{BO}}$$

$$\forall \xi = 1, t > 0 \Rightarrow -D_{BO} \frac{\partial C_{\Pi}}{\partial \xi} = R_{BH} \beta (C_{\Pi} - C_{CA})$$

$$\forall \xi = s'(t), t > 0 \frac{\partial s'}{\partial t} = m'_7 \frac{\partial C_B}{\partial \xi},$$

$$\text{где } m'_7 = \frac{D_{BO} M_B}{R_{BH}^2 \varepsilon \rho_B}$$

Начальное условие уравнения является:

$$\forall \xi = s'(t), t = 0 \quad s'(t) = 1$$

Те же соотношения задаются уравнениями (40) и (41) и используются для расчета коэффициентов конвективного тепло- массо- переноса в период убывающей скорости сушки.

Модель (1)-(44) решена методом конечных разностей [8] с погрешностью результатов моделирования 12 % (рисунок 3). Проведена идентификация параметров модели по экспериментальным данным, полученным на опытной распылительной сушильной установке [3].

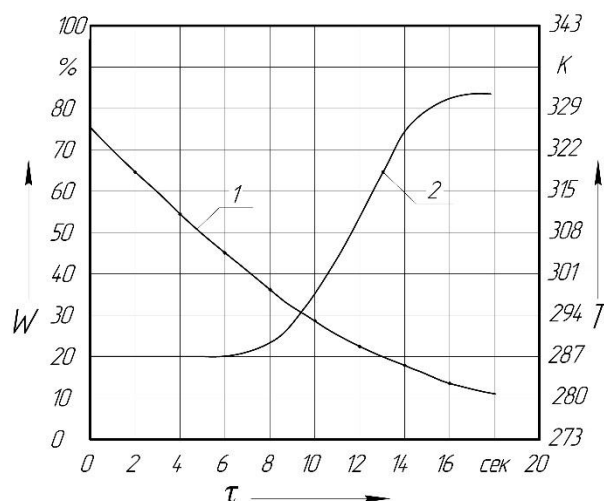


Рисунок 3. Кривая сушки ПЗК (1) и кривая нагрева (2) при $T_{CA} = 373K$, $W_{н.ПЗК} = 75\%$

Таким образом, уравнения (1)-(44) являются математической моделью, решение которой позволяет определять изменение влажности (концентрации СВ) и температуры по радиусу капли в процессе распылительной сушки концентрата ПЗК, что необходимо как для выбора геометрических размеров сушилки, так и для управления технологическими параметрами сушки.

ЛИТЕРАТУРА

1 Дерканосова А.А., Коротаева А.А. Перспективы использования протеинового зеленого концентрата (ПЗК) в кормопроизводстве // «Наука и технологии в современном обществе» материалы международной научно-практической конференции: в 2 частях. Уфа, 2014. С. 142-143.

2 Шевцов А.А., Дранников А.В., Коротаева А.А., Дерканосова А.А. Анализ инновационной привлекательности использования вегетативной массы растений в комбикормах // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2013. № 1. С. 224-226.

3 Магомедов Г.О., Магомедов М.Г., Шахов С.В., Саранов И.А. и др. Установка для агломерирования пищевых порошкообразных полуфабрикатов комбинированным способом // Современные наукоемкие технологии. 2014. № 6. С. 69-70.

4 Гордиенко М.Г. Моделирование и разработка непрерывной технологии распылительной сушки пробиотиков: на примере сушки биосуспензии бифидобактерий: дис. ... канд. тех. наук: 05.17.08: защищена 05.02.06: утв. 10.06.71. М.: РХТУ, 2006. 200 с.

5 Куцов С.В., Дранников А.В. Физико-математическое моделирование процесса обжарки зерна овса // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2008. № 1. С. 26-30.

6 Волькенштейн В.С. Скоростной метод определения теплофизических характеристик материалов. Л.: Энергия, 1971.

7 Ranz W. E., Marshall W. R. Evaporation from drops // Chem. Eng. Prog. 1952. Т. 48. №. 3. С. 141-146.

8 Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 1999. 798 с.

REFERENCES

1 Derkanosova A.A., Korotaeva A.A. Prospects for the use of green protein concentrate (PZK) in feed production. «Nauka i tehnologii v sovremennom obshchestve» materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. ["Science and technology in modern society, of" materials of the international scientific-practical conference]. Ufa, 2014, pp. 142-143. (In Russ).

2 Shevtsov A.A., Drannikov A.V., Derkanosova A.A., Korotaeva A.A. Analysis of innovation attractiveness of plants vegetative growth in compound feed. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernykh tehnologii*. [Bulletin of the Voronezh State University of Engineering Technologies], 2013, no. 1 (55), pp. 224-226. (In Russ.).

3 Magomedov G.O., Magomedov M.G., Shakhov S.V., Saranov I.A. et al. Installation for agglomeration of food powder semis combined way. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*. [Modern high technologies], 2014, no 6, pp 69-70. (In Russ.).

4 Gordienko M.G. Modelirovanie i razrabotka nepreryvnoi tehnologii raspylitel'noi sushki probiotikov: na primere sushki biosuspenzii bifidobakterii. Diss. kand. teh. nauk. [Modeling and development of a continuous spray drying technology of probiotics: the case of drying biosuspenzii bifidobacteria. Diss. cand. tech. sci.]. Moscow, 2006. 200 p. (In Russ.).

5 Kutsov S.V., Drannikov A.V. Physical and mathematical modeling of the process of roasting grain oats. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernykh tehnologii*. [Bulletin of the Voronezh State University of Engineering Technology], 2008, no 1, pp. 26-30. (In Russ).

6 Vol'kenshtejn V.S. Skorostnoi metod opredeleniia teplofizicheskikh kharakteristik materialov [High-speed method for determining the thermal properties of materials]. Leningrad, Energiia, 1971. 340 p. (In Russ).

7 Ranz W. E., Marshall W. R. Evaporation from drops. *Chem. Eng. Prog.*, 1952, vol. 48, no. 3, pp. 141-146.

8 Tikhonov A. N., Samarskii A. A. Uravneniia matematicheskoi fiziki [Equations of Mathematical Physics]. Moscow, MGU, 1999. 798 p. (In Russ).