Вестник ВГУИТ/ Proceedings of VSUET ISSN 2226-910X E-ISSN 2310-1202
DOI: http://doi.org/10.20914/2310-1202-2021-2-251-258 Обзорная статья/Review article
УДК 330.46 Open Access Available online at vestnik-vsuet.ru

Построение агрегированного рейтинга многокритериальных объектов в целях управления организациями

Борис Е. Никитин [1] nbe6419@gmail.com 0000-0002-6508-8723
Максим Н. Ивлиев [1] max1m@mail.ru 0000-0002-8754-2608
Кирилл В. Чекудаев [1] kirillchek@yandex.ru 0000-0002-1859-5917
Евгений С. Акатов [1] zhenek-asp@mail.ru 0000-0002-0431-8265
Юрий В. Бугаев [1] y_bugaev52@mail.ru
Иван И. Ворона [1]

1 Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Аннотация. В статье рассматривается задача построения национального агрегированного рейтинга высших учебных заведений в целях совершенствования управленческих процессов образовательных организаций. Данная задача формулируется как задача коллективного выбора. Предлагается использовать в качестве процедур агрегирования процедуры голосования в малых группах, которые удовлетворяют принципу Кондорсе. Приведено описание трех правил коллективного выбора. Проиллюстрирована на примерах устойчивость итоговых упорядочений альтернатив, получаемых на основе процедур Борда, Коупленда и Кемени. В качестве приближенной оценки медианы Кемени рассматривалась эмпирическая средняя. На примерах показана неустойчивость процедуры Борда к незначительному изменению исходных оценок, получаемых вузами в рассматриваемых механизмах рейтингования. Приведены результаты применения описанных в работе процедур голосования в малых группах на ограниченной выборке, содержащей пятнадцать высших учебных заведений одного из регионов РФ. Степень близости построенных трех агрегированных ранжировок вузов оценивалась с помощью двух метрик – коэффициента ранговой корреляции Кендалла и расстояния Кемени. На основе сравнительного анализа полученных результатов делается вывод о целесообразности использования при построении агрегированного рейтинга образовательных организаций процедур коллективного выбора, состоятельных по Кондорсе.

Ключевые слова: рейтинг, процедура голосования, принцип Кондорсе, расстояние Кемени, альтернатива, правило Борда, правило Коупленда

The organizations management multi-criteria objects aggregate rating construction

Boris E. Nikitin [1] nbe6419@gmail.com 0000-0002-6508-8723
Maksim N. Ivliev [1] max1m@mail.ru 0000-0002-8754-2608
Kirill V. Chekudaev [1] kirillchek@yandex.ru 0000-0002-1859-5917
Evgeny S. Akatov [1] zhenek-asp@mail.ru 0000-0002-0431-8265
Yuri V. Bugaev [1] y_bugaev52@mail.ru
Ivan I. Vorona [1]

1 Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Abstract. The article deals with the higher education institutions national aggregate rating constructing problem. This task is relevant in terms of improving management processes in educational organizations. This problem is formulated as a collective choice problem. Proposed to use voting in small groups as aggregation procedures, which satisfies the Condorcet principle. Three collective choice rules description is given in the paper. Obtained on the Bord, Copeland and Kemeny basis procedure salternatives final orderings stability is illustrated by concrete examples. The empirical mean is considered as a Kemeny median approximation. The Bord procedure instability with respect to changes in the initial scores obtained by universities in the ranking mechanisms under consideration is illustrated by examples. This paper presents the results of applying the described small-group voting procedures to a limited sample. This sample consists of data from 15 higher educational institutions from one of the Russian Federation regions. Universities constructed three aggregated ranks proximity degree was evaluated using two metrics - Kendall's rank correlation coefficient and Kemeny's distance. Based on the obtained results comparative analysis, it was made a conclusion about the expediency of using Condorcet-consistent collective selection procedures when constructing educational organizations aggregate ranking.

Keywords: rating, voting procedure, Condorcet principle, Kemeny's distance, alternative, Bord rule, Copeland's rule

Введение

В настоящее время рейтинговые оценки широко используются в качестве инструментов исследования различных сфер человеческой деятельности. Большие объемы информации требуют колоссальных ресурсов на их обработку, что обуславливает актуальность задачи построения рейтингов многокритериальных альтернатив

Для цитирования
Никитин Б.Е., Ивлиев М.Н., Чекудаев К.В., Акатов Е.С., Бугаев Ю.В., Ворона И.И. Построение агрегированного рейтинга многокритериальных объектов в целях управления организациями //Вестник ВГУИТ. 2021. Т. 83. № 2. С. 251–258. doi:10.20914/2310-1202-2021-2-251-258

For citation
Nikitin B.E., Ivliev M.N., Chekudaev K.V., Akatov E.S., Bugaev Yu.V., Vorona I.I. The organizations management multi-criteria objects aggregate rating construction. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of VSUET]. 2021. vol. 83. no. 2. pp. 251–258. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2021-2-251-258

(компаний, банков, регионов, финансовых инструментов фондового рынка, образовательных учреждений и т. п.). При подготовке бизнес-решений рейтинги играют важную роль как доступная независимая комплексная оценка риска. Применение рейтинговой оценки позволяет предприятиям определять свое место в отрасли, оценивать эффективность распределения ресурсов и формировать стратегию организации.

В данной работе рассматривается методика, позволяющая агрегировать результаты разных процедур оценки образовательных учреждений [1, 2]. Реализацию данной методики в виде национального агрегированного рейтинга (НАР) можно увидеть на информационном ресурсе https://best-edu.ru/. При построении НАР учитываются девять рейтингов, удовлетворяющих четырем критериям – публичности (полная информация представлена в открытом доступе), стабильности (существуют не менее трех лет), массовости (оценивают не менее 100 вузов) и периодичности (оценивание происходит ежегодно) [3]; в качестве процедуры агрегирования применяется правило Борда [5, 6]. Однако заметим, что данная процедура является одной из наиболее манипулируемой процедурой коллективного выбора.

В рамках методологии, предложенной в [1, 2], авторы данного исследования предлагают использовать в качестве процедур агрегирования процедуры голосования в малых группах, которые являются состоятельными по Кондорсе [4, 8]. К ним, в частности, относятся процедура Коупленда и процедура Кемени.

Функция выбора, порождаемая соответствующим механизмом выбора, удовлетворяет принципу Кондорсе, если для нее одновременно выполнено прямое и обратное условие Кондорсе [7]. Прямое условие требует, чтобы альтернатива, выбираемая из всех парных предъявлений, содержащих его и остальные рассматриваемые альтернативы, выбиралась и при предъявлении всего множества X рассматриваемых вариантов:

$$(x \in X \ \forall y \in X \ x \in C(\{x, y\})) \Rightarrow x \in C(X). \quad (1)$$

Обратное условие Кондорсе говорит о том, что альтернатива, выбранная из всего множеств X, должна выбираться и при предъявлении любой содержащей его пары из множества рассматриваемых альтернатив:

$$x \in C(X) \Rightarrow x \in C(\{x, y\}). \quad (2)$$

I. Математическая модель

Построение агрегированного национального рейтинга высших учебных заведений можно представить, как задачу коллективного выбора. Пусть $X = \{x_i\}$ – множество рассматриваемых вузов, $i \in I$, $I = \{1, 2, ..., n\}$. Обозначим $P = \{P_j\}$ – множество агрегируемых рейтингов вузов, $j = 1, 2, ..., m$. Будем считать, что, в общем случае, каждый механизм P_j наводит на множестве X рефлексивное, асимметричное, транзитивное и полное бинарное отношение R_j. Следуя [1], шкалу каждого механизма рейтингования P_j разобьем на k классов эквивалентности (например, на квартили). Вузы, попавшие в l-ый класс рейтинга P_j, получают соответствующую оценку $A^j_{l_i}$, $l_i \in \{1, 2, ..., k\}$. При этом считается, что $A^j_{1_i} > A^j_{2_i} > ... > A^j_{k_i}$. Если вуз не попал ни в один класс по рейтингу P_j, то он получает оценку A^j_{k+1}. Таким образом, каждому x_i ставится в соответствие m-мерный вектор оценок. Например, при $m = 8$ и $k = 4$ вектор оценок, характеризующий конкретную альтернативу x_i, может иметь следующий вид – $(A^1_{3_i}, A^2_{4_i}, A^3_{5_i}, A^4_{2_i}, A^5_{2_i}, A^6_{1_i}, A^7_{4_i}, A^8_{1_i})$; то есть эти оценки показывают, что данный вуз, в частности, попал в первый класс в шестом и в восьмом рейтинге, а в третьем рейтинге этого вуза нет. Вузы, попавшие в один класс рейтинга P_j, считаются эквивалентными по нему. Итак, на множестве X задано m линейных порядков $L = \{R_1, R_2, ..., R_m\}$. Требуется построить результирующее (агрегированное) упорядочение R_* с помощью правила $F : L^m \to R_*$.

Для построения агрегированной оценки можно использовать различные процедуры голосования в малых группах [4,8]. Приведем описание трех процедур, рассматриваемых в данной работе в качестве F.

Процедура Борда. Согласно правилу Борда, в начале для каждого x_i вычисляется число $b_j(x_i) = Card(L_j(x_i))$, где $L_j(x_i)$ – нижний срез альтернативы x_i в бинарном отношении R^2_j, $j = 1, 2, ..., m$. В нашем случае

$$L_j(x_i) = \{x_s \in X \mid A^j_{l_i} > A^j_{l_s}, \ s \in I, s \neq i\}.$$

Затем, оценка Борда для x_i определяется как сумма по всем j, т. е. $b(x_i) = \sum_{j=1}^{m} b_j(x_i)$. Итоговое упорядочение R_* вузов получается ранжированием $x_i \in X$ относительно вычисленных оценок $b(x_i)$.

Пример 1. Пусть $X=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$, $m=5$, $k=4$ и вектора оценок альтернатив следующие:

$$x_1=(A^1_{1_1},A^2_{1_1},A^3_{4_1},A^4_{4_1},A^5_{4_1}),\ x_2=(A^1_{2_2},A^2_{3_2},A^3_{1_2},A^4_{2_2},A^5_{3_2}),$$

$$x_3=(A^1_{3_3},A^2_{2_3},A^3_{2_3},A^4_{3_3},A^5_{1_3}),\ x_4=(A^1_{4_4},A^2_{4_4},A^3_{3_4},A^4_{1_4},A^5_{2_4}).$$

Таким образом, на множестве X наведены пять строгих линейных порядков:

$R_1: x_1\succ x_2\succ x_3\succ x_4$, $R_2: x_1\succ x_3\succ x_2\succ x_4$,
$R_3: x_2\succ x_3\succ x_4\succ x_1$, $R_4: x_4\succ x_2\succ x_3\succ x_1$,
$R_5: x_3\succ x_4\succ x_2\succ x_1$.

Здесь символ “$\succ$” означает “лучше”. Тогда, для альтернативы x_1 получаем $L_1(x_1)=\{x_2,x_3,x_4\}$, $L_2(x_1)=\{x_2,x_3,x_4\}$, $L_3(x_1)=L_4(x_1)=L_5(x_1)=\{\varnothing\}$ и оценка Борда $b(x_1)=3+3+0+0+0=6$. Для остальных x_2,x_3,x_4 оценки Борда равны соответственно 9, 9, 6. В результате итоговое (агрегированное) ранжирование R_* имеет следующий вид: $(x_2\sim x_3)\succ(x_1\sim x_4)$, где символ “$\sim$” означает “равноценность”.

Как уже указывалось ранее, процедура Борда не удовлетворяет принципу Кондорсе, согласно которому победитель по Кондорсе, если он существует, должен быть выбран и по данному правилу. Однако, как видно из приведенного примера, этот принцип нарушается при использовании правила Борда. Действительно, это следует из рассмотрения, например, подмножества $\{x_2,x_3\}$ и всего предъявления X: $x_3\in C(X)$, но $x_3\notin C(\{x_2,x_3\})$ – нарушено обратное условие Кондорсе (2).

Заметим, что на этом профиле предпочтений функция выбора C(X), порождаемая процедурой Борда, нарушает условие наследования:

$$\forall X,X'\ X'\subseteq X\Rightarrow C(X')\supseteq C(X)\cap X'. \quad (3)$$

Кроме того, итоговое упорядочение R_* является неустойчивым по отношению к незначительному изменению исходных оценок рассматриваемых альтернатив.

Пример 2. Пусть теперь вектора оценок у альтернатив x_1 и x_2 не изменились, а вектора оценок x_3 и x_4 следующие: $x_3=(A^1_{3_3},A^2_{2_3},A^3_{2_3},A^4_{3_3},A^5_{1_3})$, $x_4=(A^1_{4_4},A^2_{4_4},A^3_{3_4},A^4_{1_4},A^5_{2_4})$, т. е., третья оценка у альтернативы x_3 ухудшилась на одну градацию, а у x_4 улучшилась на одну градацию. Соответствующее бинарное отношение R_3 принимает вид $x_2\succ x_4\succ x_3\succ x_1$. В этом случае оценки Борда для рассматриваемых альтернатив равны $b(x_1)=6$, $b(x_2)=9$, $b(x_3)=8$, $b(x_4)=7$. В результате получаем итоговое ранжирование R_* в виде строгого линейного порядка: $x_2\succ x_3\succ x_4\succ x_1$.

Отметим, что в данном случае функция выбора C(X) удовлетворяет одновременно условию наследования и условию согласия:

$$\forall X',X''\ X=X'\cup X''\Rightarrow C(X)\supseteq C(X')\cap C(X''). \quad (4)$$

Приведем еще один пример, демонстрирующий неустойчивость решения, получаемого на основе применения процедуры Борда.

Пример 3. Пусть теперь по сравнению с исходными данными из Примера 1 изменились вектора оценок у альтернатив x_1 и x_3:

$$x_1=(A^1_{1_1},A^2_{1_1},A^3_{4_1},A^4_{3_1},A^5_{4_1}),\ x_3=(A^1_{3_3},A^2_{2_3},A^3_{2_3},A^4_{4_3},A^5_{1_3}),$$

то есть, четвертая оценка у x_1 улучшилась на одну градацию, а у x_3 ухудшилась. Тогда имеем $b(x_1)=7$, $b(x_2)=9$, $b(x_3)=8$, $b(x_4)=5$. Итоговое упорядочение $R_*: x_2\succ x_3\succ x_1\succ x_4$.

В данном случае функция выбора, порождаемая процедурой Борда, также не нарушает условия (3) и (4).

Процедура Коупленда. Различают первое, второе и третье правила Коупленда [6]. Согласно данным правилам, в начале на рассматриваемом множестве X строится мажоритарное отношение μ:

$$x_s\,\mu\,x_p \leftrightarrow card(\{P_j\in P\mid x_s\overset{P_j}{\succ}x_p\})>$$
$$>card(\{P_j\in P\mid x_p\overset{P_j}{\succ}x_s\})$$

где $s,p\in I,\ s\neq p$ и символ “$\overset{P_j}{\succ}$” означает “лучше в рейтинге P_j”. Далее, для каждого $x_i\in X$ вычисляется оценка $z(x_i)$. В первом правиле Коупленда эта оценка определяется как разность мощностей нижнего и верхнего срезов альтернативы x_i в мажоритарном отношении $\mu: z(x_i)=Card(L(x_i))-Card(D(x_i))$.

Во втором правиле оценка $z(x_i)$ определяется мощностью нижнего среза альтернативы x_i в мажоритарном отношении μ, т. е. $z(x_i)=Card(L(x_i))$. В третьем правиле $z(x_i)$ определяется мощностью верхнего среза альтернативы x_i в мажоритарном отношении μ, т. е. $z(x_i)=Card(D(x_i))$. Итоговое упорядочение R_* получается ранжированием $x_i\in X$ относительно вычисленных оценок $z(x_i)$.

Если применяется первое или второе правило, то чем больше значение $z(x_i)$, тем выше позиция альтернативы x_i в итоговом ранжировании. При использовании третьего правила Коупленда чем меньше значение $z(x_i)$, тем выше позиция альтернативы x_i в итоговом ранжировании.

Пример 4. Возьмем исходные данные из Примера 1. Построим матрицу соответствующего мажоритарного отношения (Таблица 1). Применяя первое правило Коупленда, получим следующие оценки $z(x_i): z(x_1)=0-3=-3$, $z(x_2)=3-0=3$, $z(x_3)=2-1=1$, $z(x_4)=1-2=-1$. Заметим, что $Card(L(x_i))=\sum_{p=1}^{4}\mu_{ip}$, $Card(D(x_i))=\sum_{p=1}^{4}\mu_{pi}$, $i\in\{1,2,3,4\}$, $\mu_{ip}\in\{0,1\}$ - элементы матрицы мажоритарного отношения μ.

Таблица 1.

Матрица мажоритарного отношения

Table1.

Majority ratio matrix

μ	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0	0	0	0
x_2	1	0	1	1
x_3	1	0	0	1
x_4	1	0	0	0

Итоговое упорядочение имеет вид: R_*: $x_2 \succ x_3 \succ x_4 \succ x_1$.Отметим, что в условиях данного примера применение второго и третьего правил Коупленда приводят к аналогичному итоговому ранжированию альтернатив.

Рассмотрим результат применения процедуры Коупленда в условиях Примера 2 и Примера 3.

Пример 5. Пусть исходные данные такие, как и в Примере 2. Тогда на множестве рассматриваемых альтернатив наведены пять линейных порядков:

$$R_1: x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_4,\ R_2: x_1 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_4,$$
$$R_3: x_2 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_1,\ R_4: x_4 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_1,$$
$$R_5: x_3 \succ x_4 \succ x_2 \succ x_1.$$

Соответствующая матрица мажоритарного отношения μ будет такой же, как и в Примере 4 (Таблица 1). Следовательно, итоговое упорядочение альтернатив R_* не изменится по сравнению с предыдущим примером.

Пример 6. Пусть исходные данные такие же, как в Примере 3. Тогда, по сравнению с предыдущим примером, бинарные отношения R_1, R_2, R_3 и R_5 не изменятся, а R_4 примет следующий вид: $x_4 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_1$. В результате применения процедуры Коупленда итоговое упорядочение R_* альтернатив будет таким же, как и в Примере 4 и Примере 5.

Процедура Кемени. Согласно правилу Кемени, в качестве агрегированного упорядочения R_* альтернатив $x_i \in X$ выступает медиана Кемени, вычисление которой сводится к решению задачи дискретной оптимизации

$$R_* = \arg(\min_R(\sum_{j=1}^{m} d(R,R_j))),$$

где $d(R,R_j)$ – расстояние Кемени между двумя ранжировками [9]. В [11] приведен алгоритм поиска медианы Кемени. В [10, 12] описаны примеры вычисления аналога медианы Кемени. Рассмотрим примеры, в котором в качестве приближенной оценки медианы Кемени используется эмпирическое среднее (аналог медианы Кемени).

Пример 6. Пусть исходные данные такие же, как и в Примере 1. Построим матрицу $M=(d(R_i,R_j))$ попарных расстояний между индуцированными на множестве X ранжировками R_1,R_2,R_3,R_4,R_5:

Таблица 2.

Матрица попарных расстояний

Table2.

Pairwise distances matrix

M	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
R_1	0	2	6	10	10
R_2	2	0	8	12	8
R_3	6	8	0	4	4
R_4	10	12	4	0	4
R_5	10	8	4	4	0

В матрице M элемент $d(R_i,R_j)$ равен количеству несовпадающих элементов в матрицах, которые соответствуют бинарным отношениям R_i и R_j. Например, $d(R_2,R_4)=12$. Ниже приведены матрицы бинарных отношений R_2 и R_4:

Таблица 3.

Матрица бинарного отношения R_2

Table3.

Binary relation R_2 matrix

R_2	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0	1	1	1
x_2	0	0	0	1
x_3	0	1	0	1
x_4	0	0	0	0

Таблица 4.

Матрица бинарного отношения R_4

Table 4.

Binary relation R_4 matrix

R_4	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0	1	1	1
x_2	0	0	0	1
x_3	0	1	0	1
x_4	0	0	0	0

Как видно, число несовпадающих элементов у данных матриц равно 12.

Далее для каждого R_i вычисляется величина $D(R_i)=\sum_{j=1}^{m} d(R_i,R_j)$, $i=1,2,3,4,5$:

$$D(R_1)=2+6+10+10=28,$$
$$D(R_2)=2+8+12+8=30,$$
$$D(R_3)=6+8+4+4=22,$$
$$D(R_4)=10+12+4+4=30,$$
$$D(R_5)=10+8+4+4=26.$$

Величина $D(R_i)$ принимает наименьшее значение при R_3. Следовательно, итоговое упорядочение примет вид: $R_*=R_3: x_2 \succ x_3 \succ x_4 \succ x_1$.

Рассмотрим результат применения данной процедуры поиска R_* в условиях Примера 3.

Пример 7. Пусть исходные данные соответствуют условиям Примера 3. Напомним, что в этом случае по сравнению с предыдущим на одну градацию меняются значения четвертых компонент векторов оценок у альтернатив x_1 и x_3. В Таблице 5 приведены полученная для этого случая матрица M попарных расстояний и вычисленные значения $D(R_i)$ (крайний правый столбец). Как видно, и в этом случае минимальное значение $D(R_i)$ достигается при R_3, т. е. $R_3=\arg(\min_{R_i}(\sum_{j=1}^{5} d(R_i,R_j)))$. Следовательно, итоговое упорядочение R_* альтернатив не изменилось по сравнению с предыдущим примером.

Таблица 5.

Матрица попарных расстояний

Table5.

Pairwise distances matrix

M	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	$D(R_i)$
R_1	0	2	8	10	10	30
R_2	2	0	10	12	8	32
R_3	8	10	0	2	6	26
R_4	10	12	2	0	4	28
R_5	10	8	6	4	0	28

Анализ результатов

Рассмотренные выше процедуры голосования в малых группах были применены для построения агрегированного ранжирования на выборке высших учебных заведений одного из регионов Российской Федерации. В качестве источника исходных данных использовался информационный ресурс [3]. На основе девяти рейтингов P_1, P_2 …, P_8, P_9 были сформированы вектора оценок для пятнадцати образовательных организаций. Ниже приведены оценки для восьми вузов рассматриваемого региона [15] (*Un* - *вуз*).

Таблица 6.

Вектора оценок вузов

Table6.

University assessments vectors

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P9
Un1	$A^1_{5_1}$	$A^2_{2_1}$	$A^3_{3_1}$	$A^4_{1_1}$	$A^5_{1_1}$	$A^6_{2_1}$	$A^7_{5_1}$	$A^8_{3_1}$	$A^9_{1_1}$
Un2	$A^1_{1_2}$	$A^2_{3_2}$	$A^3_{2_2}$	$A^4_{1_2}$	$A^5_{2_2}$	$A^6_{2_2}$	$A^7_{2_2}$	$A^8_{3_2}$	$A^9_{3_2}$
Un3	$A^1_{2_3}$	$A^2_{3_3}$	$A^3_{4_3}$	$A^4_{1_3}$	$A^5_{2_3}$	$A^6_{2_3}$	$A^7_{4_3}$	$A^8_{4_3}$	$A^9_{1_3}$
Un4	$A^1_{3_4}$	$A^2_{3_4}$	$A^3_{5_4}$	$A^4_{1_4}$	$A^5_{2_4}$	$A^6_{2_4}$	$A^7_{4_4}$	$A^8_{3_4}$	$A^9_{1_4}$
Un5	$A^1_{3_5}$	$A^2_{4_5}$	$A^3_{5_5}$	$A^4_{1_5}$	$A^5_{2_5}$	$A^6_{1_5}$	$A^7_{4_5}$	$A^8_{4_5}$	$A^9_{1_5}$
Un6	$A^1_{3_6}$	$A^2_{3_6}$	$A^3_{5_6}$	$A^4_{2_6}$	$A^5_{2_6}$	$A^6_{1_6}$	$A^7_{4_6}$	$A^8_{3_6}$	$A^9_{3_6}$
Un7	$A^1_{5_1}$	$A^2_{5_7}$	$A^3_{5_7}$	$A^4_{1_7}$	$A^5_{2_7}$	$A^6_{2_7}$	$A^7_{5_7}$	$A^8_{4_7}$	$A^9_{2_7}$
Un8	$A^1_{4_1}$	$A^2_{4_8}$	$A^3_{5_8}$	$A^4_{2_8}$	$A^5_{2_8}$	$A^6_{1_8}$	$A^7_{4_7}$	$A^8_{4_8}$	$A^9_{3_8}$

Девять бинарных отношений, соответствующих приведенным в Таблице 6 оценкам, выглядят следующим образом:

$$R_1: вуз\,2 \succ вуз\,3 \succ (вуз\,4 \sim вуз\,5 \sim вуз\,6) \succ вуз\,8 \succ (вуз\,1 \sim вуз\,7)$$
$$R_2: вуз\,1 \succ (вуз\,2 \sim вуз\,3 \sim вуз\,4 \sim вуз\,6) \succ (вуз\,5 \sim вуз\,8) \succ вуз\,7$$
$$R_3: вуз\,2 \succ вуз\,1 \succ вуз\,3 \succ (вуз\,4 \sim вуз\,5 \sim вуз\,6 \sim вуз\,7 \sim вуз\,8)$$
$$R_4: (вуз\,1 \sim вуз\,2 \sim вуз\,3 \sim вуз\,4 \sim вуз\,5 \sim вуз\,7) \succ (вуз\,6 \sim вуз\,8)$$
$$R_5: вуз\,1 \succ (вуз\,2 \sim вуз\,3 \sim вуз\,4 \sim вуз\,5 \sim вуз\,6 \sim вуз\,7 \sim вуз\,8)$$
$$R_6: (вуз\,6 \sim вуз\,8) \succ (вуз\,1 \sim вуз\,2 \sim вуз\,3 \sim вуз\,4 \sim вуз\,5 \sim вуз\,7)$$
$$R_7: вуз\,2 \succ (вуз\,3 \sim вуз\,5 \sim вуз\,6 \sim вуз\,8) \succ (вуз\,1 \sim вуз\,4 \sim вуз\,7)$$
$$R_8: (вуз1 \sim вуз2 \sim вуз4 \sim вуз6) \succ (вуз3 \sim вуз5 \sim вуз7 \sim вуз8)$$
$$R_9: (вуз1 \sim вуз3 \sim вуз4 \sim вуз5) \succ вуз7 \succ (вуз\,2 \sim вуз6 \sim вуз8).$$

Агрегированное упорядочение рассматриваемых восьми вузов, построенное на основе процедуры Борда, выглядит так:

$$R_*: (вуз\,1 \sim вуз\,2) \succ вуз\,3 \succ$$
$$\succ вуз\,6 \succ вуз\,4 \succ вуз\,5 \succ вуз\,8 \succ вуз\,7$$

Применение процедуры Коупленда дает результат в виде кластеризованной ранжировки:

$$R_*: (вуз\,1 \sim вуз\,2) \succ вуз\,3 \succ вуз\,4 \succ (вуз\,5 \sim вуз\,6) \succ (вуз\,7 \sim вуз\,8)$$

В качестве приближенной оценки медианы Кемени на множестве $\{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9\}$ выступает кластеризованная ранжировка R_5. Соответствующая матрица попарных расстояний Кемени приведена в Таблице 7:

Таблица 7.

Матрица попарных расстояний

Table7.

Pairwise distances matrix

M	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9
R_1	0	21	18	24	31	28	11	25	29
R_2	21	0	15	23	14	27	26	14	22
R_3	18	15	0	18	13	30	19	13	25
R_4	24	23	18	0	15	24	27	15	11
R_5	31	14	13	15	0	19	26	12	18
R_6	28	27	30	24	19	0	19	27	31
R_7	11	26	19	27	26	19	0	24	34
R_8	25	14	13	15	12	27	24	0	22
R_9	29	22	25	11	18	31	34	22	0

Сравнительный анализ найденных трех агрегированных ранжировок показывает, в частности, что применение процедуры Коупленда и использование аналога медианы Кемени в качестве R_* улучшает позиции двух высших учебных заведений (*вуз 4* и *вуз 5*) по сравнению с их позициями в агрегированном рейтинге, построенном на основе процедуры Борда. Степень близости полученных трех агрегированных ранжировок вузов оценивалась двумя метриками – с помощью коэффициента τ ранговой корреляции Кендалла и расстояния Кемени.

Заключение

В работе задача построения рейтингов высших учебных заведений была рассмотрена с позиции теории коллективного выбора. В качестве процедур агрегирования результатов различных рейтингов, используемых в системе высшего образования для оценки эффективности вузов, предлагается использовать процедуры голосования, удовлетворяющие принципу Кондорсе. На примерах, приведенных в работе, было продемонстрирована их устойчивость получаемого итогового ранжирования альтернатив к незначительным изменениям в исходном профиле предпочтений (сведений о позициях вузов в рассматриваемых девяти рейтингах). Использование результатов агрегированного рейтинга позволит руководителям вузов выстраивать эффективную управленческую стратегию развития на краткосрочный и среднесрочный период.

Литература

1 Наводнов В.Г., Мотова Г.Н., Рыжакова О.Е., Сравнение международных рейтингов и результатов российского Мониторинга эффективности деятельности вузов по методике анализа лиг // Вопросы образования. 2019. №. 3. С. 130–151.

2 Болотов В.А., Мотова Г.Н., Наводнов В.Г., Рыжакова О.Е. Как сконструировать национальный агрегированный рейтинг? // Высшее образование в России. 2020. Т. 29. № 1. С. 9-24.

3 Национальный агрегированный рейтинг – 2020. URL: https://best-edu.ru/ratings/nacionalnyj-agregirovannyj-rejting

4 Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений: учебник. М.: Логос, 2006.

5 Алескеров Ф.Т., Курбанов Е., О степени манипулируемости правил коллективного выбора // Автомат. и телемех. 1998. № 10. С. 134–146.

6 Aleskerov F., Karabekyan D., Sanver M. R., Yakuba V. On the manipulability of voting rules: The case of 4 and 5 alternatives //Mathematical Social Sciences. 2012. V. 64. №. 1. P. 67-73. doi: 10.1016/j.mathsocsci.2011.10.001

7 Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т., Выбор вариантов. Основы теории. М.: Наука, 1990. 227 с .

8 Вольский В.И. Процедуры голосования в малых группах // Пробл. управл. 2016. № 2. С. 2–23.

9 Кемени Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование: некоторые приложения. М.: Советское радио, 1972. 192 с.

10 Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений: М.: Патент, 1996.

11 Литвак Б.Г. Экспертная информация. Методы получения и анализа. М.: Радио и связь, 1982.

12 Орлов А.И., Теория принятия решений: учебное пособие. М.: Издательство "Март", 2004.

13 Орлов А.И. Эконометрика: учебник. М.: Издательство "Экзамен", 2002. 576 с.

14 Алескеров Ф.Т., Катаева Е.С., Писляков В.В., Якуба В.И. Оценка вклада научных работников методом порогового агрегирования // УБС. 2013. Т. 44. С. 172–189.

15 Никитин Б.Е., Ивлиев М.Н., Коробова Л.А. Расчет и анализ рейтинга научных периодических изданий // Вестник ВГУИТ. 2017. Т. 79. № 4. С. 97–103.

16 Nikitin B.E., Ivliev M.N., Bugaev Y.V., Kovaleva E.N. et al Aggregated rating construction as a collective choice problem //Advances in Economics, Business and Management Research. Proceedings of the Russian Conference on Digital Economy and Knowledge Management (RuDEcK 2020). 2020. P. 495–499.

17 Aleskerov F., Karabekyan D., Sanver R., Yakuba V. An individual manipulability of positional voting rules // SERIEs: Journal of the Spanish Economic Association. 2011. V. 2. P. 431-446.

18 Aleskerov F., Karabekyan D., Ivanov A., Yakuba V. Individual manipulability of majoritarian rules for one-dimensional preferences // The Sixth International Conference on Information Technology and Quantitative Management (ITQM 2018). 2018.

19 Aleskerov F., Ivanov A., Karabekyan D., Yakuba V. Manipulability of aggregation procedures in Impartial Anonymous Culture // Procedia Computer Science. 2015. V. 55. P. 1250 – 1257.

20 Aleskerov F., Karabekyan D., Sanver M.R., Yakuba V. On the manipulability of voting rules: The case of 4 and 5 alternatives // Mathematical Social Sciences. 2012. V. 64, № 1. P.67-73.

References

1 Navodnov V.G., Motova G.N., Ryzhakova O.E., Comparison of international rankings and the results of the Russian Monitoring of the effectiveness of universities' activities using the method of analysis of leagues. Education Issues. 2019. no. 3. pp. 130–151. (in Russian).

2 Bolotov V.A., Motova G.N., Navodnov V.G., Ryzhakova O.E. How to construct a national aggregate rating? Higher education in Russia. 2020. vol. 29. no. 1. pp. 9-24. (in Russian).

3 National Aggregated Ranking - 2020. Available at: https://best-edu.ru/ratings/nacionalnyj-agregirovannyj-rejting (in Russian).

4 Larichev O.I. Decision theory and methods: textbook. Moscow, Logos, 2006. (in Russian).

5 Aleskerov F.T., Kurbanov E., On the degree of manipulability of collective choice rules. Avtomat. and telemech. 1998. no. 10. pp. 134-146. (in Russian).

6 Aleskerov F., Karabekyan D., Sanver M. R., Yakuba V. On the manipulability of voting rules: The case of 4 and 5 alternatives. Mathematical Social Sciences. 2012. vol. 64. no. 1. pp. 67-73. doi: 10.1016/j.mathsocsci.2011.10.001

7 Aizerman M.A., Aleskerov F.T., Choice of options. Foundations of the theory. Moscow, Nauka, 1990. 227 p. (in Russian).

8 8 Volsky V.I. Voting Procedures in Small Groups. Probl. control 2016. no. 2. pp. 2–23. (in Russian).

9 Kemeny J., Snell J. Cybernetic Modeling: Some Applications. Moscow, Soviet radio, 1972. 192 p. (in Russian).

10 Litvak B.G. Expert assessments and decision making: Moscow, Patent, 1996. (in Russian).

11 Litvak B.G. Expert information. Methods of obtaining and analysis. Moscow, Radio and communication, 1982. (in Russian).

12 Orlov A.I., Decision theory: a tutorial. Moscow, Publishing house "Mart", 2004. (in Russian).

13 Orlov A.I. Econometrics: a textbook. Moscow, Publishing house "Exam", 2002. 576 p. (in Russian).

14 Aleskerov F.T., Kataeva E.S., Pislyakov V.V., Yakuba V.I. Assessment of the contribution of researchers using the threshold aggregation method. UBS. 2013. vol. 44. pp. 172–189. (in Russian).

15 Nikitin B.E., Ivliev M.N., Korobova L.A. Calculation and analysis of the rating of scientific periodicals. Proceedings of VSUET. 2017. vol. 79. no. 4. pp. 97–103. (in Russian).

16 Nikitin B.E., Ivliev M.N., Bugaev Y.V., Kovaleva E.N. et al Aggregated rating construction as a collective choice problem. Advances in Economics, Business and Management Research. Proceedings of the Russian Conference on Digital Economy and Knowledge Management (RuDEcK 2020). 2020. pp. 495–499.

17 Aleskerov F., Karabekyan D., Sanver R., Yakuba V. An individual manipulability of positional voting rules. SERIEs: Journal of the Spanish Economic Association. 2011. vol. 2. pp. 431-446.

18 Aleskerov F., Karabekyan D., Ivanov A., Yakuba V. Individual manipulability of majoritarian rules for one-dimensional preferences. The Sixth International Conference on Information Technology and Quantitative Management (ITQM 2018). 2018.

19 Aleskerov F., Ivanov A., Karabekyan D., Yakuba V. Manipulability of aggregation procedures in Impartial Anonymous Culture. Procedia Computer Science. 2015. vol. 55. pp. 1250 – 1257.

20 Aleskerov F., Karabekyan D., Sanver M.R., Yakuba V. On the manipulability of voting rules: The case of 4 and 5 alternatives. Mathematical Social Sciences. 2012. vol. 64. no. 1. pp. 67-73.

Сведения об авторах

Борис Е. Никитин к.ф.-м.н., доцент, кафедра высшей математики и информационных технологий, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, nbe6419@gmail.com

https://orcid.org/0000-0002-6508-8723

Максим Н. Ивлиев к.т.н., доцент, кафедра высшей математики и информационных технологий, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, max1m@mail.ru

https://orcid.org/0000-0002-8754-2608

Кирилл В. Чекудаев к.э.н., доцент, кафедра экономической безопасности и финансового мониторинга, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, kirillchek@yandex.ru

https://orcid.org/0000-0002-1859-5917

Евгений С. Акатов к.т.н., доцент, кафедра управления качеством и технологии водных биоресурсов, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, zhenek-asp@mail.ru

https://orcid.org/0000-0002-0431-8265

Information about authors

Boris E. Nikitin Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate professor, high mathematics and IT department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, nbe6419@gmail.com

https://orcid.org/0000-0002-6508-8723

Maksim N. Ivliev Cand. Sci. (Engin.), associate professor, high mathematics and IT department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, max1m@mail.ru

https://orcid.org/0000-0002-8754-2608

Kirill V. Chekudaev Cand. Sci. (Econ.), associate professor, economic security and financial monitoring department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, kirillchek@yandex.ru

https://orcid.org/0000-0002-1859-5917

Evgeny S. Akatov Cand. Sci. (Engin.), associate professor, quality management and aquatic bioresources technology department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, zhenek-asp@mail.ru

https://orcid.org/0000-0002-0431-8265

Юрий В. Бугаев д. ф.-м.н., профессор, кафедра высшей математики и информационных технологий, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, y_bugaev52@mail.ru

Иван И. Ворона студент, кафедра высшей математики и информационных технологий), Воронежский государственный университет инженерных технологий пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Yuri V. Bugaev Dr. Sci. (Phys.-Math.) professor, high mathematics and IT department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, y_bugaev52@mail.ru

Ivan I. Vorona student, high mathematics and IT department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Вклад авторов

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

Contribution

All authors are equally involved in the writing of the manuscript and are responsible for plagiarism

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Поступила 25/01/2021 **После редакции** 16/02/2021 **Принята в печать** 05/03/2021

Received 25/01/2021 **Accepted in revised** 16/02/2021 **Accepted** 05/03/2021