







Многокритериальная оптимизация технологических параметров СВЧ-выпечки сбивного бездрожжевого бескоркового хлеба

Алексей С. Таратухин	¹	alexey4life@mail.ru	 0000-0002-9880-9726
Газибег О. Магомедов	¹	gazibek.magomedov@ya.ru	 0000-0002-7201-8387
Анатолий А. Хвостов	²	khvtol1974@ya.ru	 0000-0002-3836-9407
Магомед Г. Магомедов	¹	mmg@inbox.ru	 0000-0003-2494-4973
Алексей А. Журавлев	³	zhuraa1@rambler.ru	 0000-0002-2194-767X
Инесса В. Плотникова	¹	plotnikova_2506@mail.ru	 0000-0001-5959-6652

¹ Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия







² Воронежский государственный технический университет, пр. Московский, 14, г. Воронеж, 394026, Россия

³ Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, ул. Старых Большевиков, 54 А, г. Воронеж, 394064, Россия

Аннотация. Для снижения энергозатрат и продолжительности выпечки сбивных бездрожжевых хлебобулочных изделий, повышения их качества, актуальным является применение эффективных источников подвода энергии к тестовым заготовкам. Для равномерного прогрева тестовых заготовок по всему объему наибольший интерес представляет их сверхвысокочастотный нагрев при выпечке, что позволяет повысить экономичность производства. Одним из известных методов изучения процесса выпечки сбивного бездрожжевого бескоркового хлеба был выбран метод математического моделирования, основанный на формализации математической модели. Планирование эксперимента является наиболее эффективным в получении максимума информации об объекте моделирования при минимальном объеме экспериментальных исследований. В данной работе рассмотрено моделирование и оптимизация технологических параметров СВЧ-выпечки сбивного бездрожжевого бескоркового хлеба с применением экспериментально-статистических методов. В качестве основных факторов выбраны масса тестовой заготовки и мощность СВЧ-выпечки. Выходными параметрами являлись продолжительность выпечки до готовности, упек и высота хлеба. По результатам центрального композиционного ротатбельного планирования эксперимента построены математические модели в виде регрессионных уравнений, адекватно описывающие исследуемые процессы. Статистическая обработка экспериментальных данных выполнена по критериям Стьюдента, Кохрена и Фишера (при доверительной вероятности 0,95). Приведена математическая интерпретация регрессионных уравнений. Оптимизацию параметров СВЧ-выпечки сбивных бездрожжевых хлебобулочных изделий проводили методом неопределенных множителей Лагранжа. Определены оптимальные значения основных факторов эксперимента: масса тестовой заготовки – 465 г; мощность СВЧ-выпечки – 865 Вт, - что обеспечивает наименьший упек хлеба – 1,2 % и максимальную высоту хлеба – 78,5 мм при минимальной продолжительности выпечки хлеба – 3,4 мин.

Ключевые слова: сбивной бездрожжевой бескорковый хлеб, выпечка, планирование эксперимента, оптимизация, метод неопределенных множителей Лагранжа.

Multi-criteria optimization of technological parameters of microwave baking of whipped yeast-free bread without crust

Aleksei S. Taratukhin	¹	alexey4life@mail.ru	 0000-0002-9880-9726
Gazibeg O. Magomedov	¹	gazibek.magomedov@ya.ru	 0000-0002-7201-8387
Anatolii A. Khvostov	²	khvtol1974@ya.ru	 0000-0002-3836-9407
Magomed G. Magomedov	¹	mmg@inbox.ru	 0000-0003-2494-4973
Aleksei A. Zhuravlev	³	zhuraa1@rambler.ru	 0000-0002-2194-767X
Inessa V. Plotnikova	¹	plotnikova_2506@mail.ru	 0000-0001-5959-6652

¹ Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

² Voronezh state technical University, 14, Moskovsky Ave., Voronezh, 394026, Russia

³ Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy, 54A, Starykh Bol'shevikov Str., Voronezh, 394064, Russia

Для цитирования

Таратухин А.С., Магомедов Г.О., Хвостов А.А., Магомедов М.Г., Журавлев А.А., Плотникова И.В. Многокритериальная оптимизация технологических параметров СВЧ-выпечки сбивного бездрожжевого бескоркового хлеба // Вестник ВГУИТ. 2023. Т. 85. № 3. С. 143–152. doi:10.20914/2310-1202-2023-3-143-152

For citation

Taratukhin A.S., Magomedov G.O., Khvostov A.A., Magomedov M.G., Zhuravlev A.A., Plotnikova I.V. Multi-criteria optimization of technological parameters of microwave baking of whipped yeast-free bread without crust. Vestnik VGUIT [Proceedings of VSUET]. 2023. vol. 85. no. 3. pp. 143–152. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2023-3-143-152

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

Abstract. In order to reduce energy consumption and baking time of churned yeast-free bakery products, to improve their quality, it is relevant to use effective sources of energy supply to test blanks. For uniform heating of test blanks throughout the entire volume, their ultra-high-frequency heating during baking is of the greatest interest, which makes it possible to increase the efficiency of production. One of the well-known methods of studying the baking process of whipped, yeast-free, unskilled bread was the method of mathematical modeling based on the formalization of a mathematical model. Experiment planning is the most effective in obtaining maximum information about the modeling object with a minimum amount of experimental research. In this paper, the modeling and optimization of the technological parameters of microwave baking of whipped yeast-free bread with the use of experimental statistical methods is considered. The mass of the dough piece and the power of microwave baking were chosen as the main factors. The output parameters were the duration of baking until ready, the package and the height of the bread. Based on the results of the central compositional rotatable planning of the experiment, mathematical models in the form of regression equations are constructed that adequately describe the processes under study. Statistical processing of experimental data was performed according to the criteria of Student, Kohren and Fisher (with a confidence probability of 0.95). The mathematical interpretation of regression equations is given. Optimization of the parameters of microwave baking of churned yeast-free bakery products was carried out by the method of indeterminate Lagrange multipliers. The optimal values of the main factors of the experiment were determined: the mass of the test piece – 465 g; the power of microwave baking – 865 W, which ensures the smallest bread roll – 1.2% and the maximum bread height – 78.5 mm with a minimum duration of baking bread – 3.4 min.

Keywords: churned yeast-free bread, baking, experiment planning, optimization, the method of indefinite Lagrange multipliers.

Введение

В настоящее время приоритетным направлением технической политики агропромышленного комплекса является разработка системы перспективных мер по насыщению высококачественной продукцией в низком ценовом сегменте и эффективной техникой. С этой целью необходимо разрабатывать и внедрять инновационные технологии и технологическое оборудование для выпуска хлебобулочных изделий повышенной пищевой ценности и низкой себестоимости. Для внедрения ускоренной бездрожжевой технологии хлебобулочных изделий наиболее проблемной является стадия выпечки с позиции высоких энергозатрат [1].

Актуальным является применение эффективных источников подвода энергии к тестовым заготовкам для снижения энергозатрат и продолжительности, повышения качества в процессе выпечки сбивных бездрожжевых хлебобулочных изделий.

Существуют различные механизмы подвода или генерации тепла, вызывающего интенсивный нагрев выпекаемой тестовой заготовки: способы (радиационно-конвективные), при которых тепло к выпекаемой тестовой заготовке подводится извне; способы (электроконтактный; в электрическом поле высокой и сверхвысокой частоты; инфракрасного нагрева), при которых тепло выделяется в массе прогреваемой тестовой заготовки [2, 3]; способы с комбинированным прогревом (высокочастотный с инфракрасным; в электрическом поле токов высокой частоты с инфракрасным; инфракрасный с электроконтактным; инфракрасный с ультразвуком).

При применении интенсивных физических способов подвода тепла к тестовым заготовкам необходимо учитывать формирование высокого качества сбивных бездрожжевых хлебобулочных изделий. Выпечка является заключительной стадией приготовления хлеба, в ходе которой окончательно формируется его качество. В процессе выпечки внутри тестовой заготовки одновременно протекают

микробиологические, биохимические и коллоидные процессы, в основе которых лежат физические явления – прогревание тестовой заготовки, влагообмен между тестом и паровоздушной средой пекарной камеры, внутренний тепломассообмен между мякишем и коркой хлеба [4].

Ввиду равномерности прогрева тестовой заготовки по всему объему и экономичности данного процесса, при выпечке сбивного бездрожжевого бескоркового хлеба наибольший интерес представляет сверхвысокочастотный нагрев [5].

Одним из методов изучения процесса выпечки хлеба является метод математического моделирования, основным этапом которого является формализация математической модели. В настоящее время сформировались два подхода к построению математических моделей процесса выпечки [6].

Первый подход заключается в построении детерминированной модели выпечки на основе фундаментальных теоретических законов тепло и массообмена в сопряженной постановке. При этом могут быть учтены фазовый переход, механизмы капиллярной, молекулярной диффузии, термодиффузии, многофазное течение в пористой среде (вода, пар, углекислый газ) [7–11]. В ряде случаев в математических моделях учитывается давление в газовой фазе и реология мякиша, изменение геометрических размеров заготовки в ходе выпечки, цвет корки, пористость заготовки и другие параметры [10–12].

Второй подход – экспериментально-статистический, использующий концепцию «чёрный ящик» и не требующий формального описания закономерностей протекания реальных процессов при выпечке. Математическая модель в этом случае имеет вид регрессионных зависимостей, полученных в результате статистической обработки экспериментальных данных пассивных или активных экспериментов.

В лабораторной практике при исследовании технологических процессов пищевых производств наиболее эффективными являются активные эксперименты (планирование эксперимента),

основной целью которых является получение максимума информации об объекте моделирования при минимальном объеме экспериментальных исследований [13].

По результатам планирования эксперимента математическая модель изучаемого процесса имеет вид полинома второй степени [13, 14]

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} X_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n b_{ij} X_i X_j, \quad (1)$$

где \hat{y} – предсказанное значение выходного параметра (функция отклика); b_0 , b_i , b_{ij} , b_{ii} – регрессионные коэффициенты; X_i – кодированные значения факторов; i, j – индексы факторов; n – число факторов.

Цель работы – исследование взаимодействия основных технологических факторов, влияющих на процесс СВЧ-выпечки сбивного бездрожжевого бескоркового хлеба, математическими методами планирования эксперимента, и поиск оптимальных параметров процесса СВЧ-выпечки.

Результаты

В качестве основных факторов, влияющих на процесс СВЧ-выпечки сбивного бездрожжевого бескоркового хлеба, были выбраны: x_1 – масса тестовой заготовки, г; x_2 – мощность СВЧ-выпечки, Вт (таблица 1).

Таблица 1.

Характеристики планирования

Table 1.

Planning characteristics

Условия планирования Planning conditions	Значения факторов Values of factors	
	Масса тестовой заготовки x_1 , г The mass of the test piece x_1 , g	Мощность СВЧ-выпечки x_2 , Вт Microwave baking power x_2 , W
Основной уровень (0) Main level (0)	350	700
Интервал варьирования Variation interval	100	200
Верхний уровень (+1) Upper level (+1)	450	900
Нижний уровень (-1) Lower level (-1)	250	500
Верхняя «звездная» точка (+1,41) The upper "star" point (+1.41)	491	982
Нижняя «звездная» точка (-1,41) The lower "star" point (-1.41)	209	418

Все эти факторы совместимы и некоррелированы между собой. Выбор интервалов изменения факторов обусловлен технологическими условиями производства сбивного хлеба. Мощность СВЧ менее 400 Вт не обеспечивает прогрев и выпечку хлеба, так как температура в центре мякиша не достигает температуры 98 ± 1 °С. При этом выбор массы тестовой заготовки обоснован известным развесом хлеба.

В качестве выходных параметров использовали: y_1 – продолжительность выпечки хлеба до его готовности, мин; y_2 – упек хлеба, %; y_3 – изменение высоты хлеба после выпечки, мм.

Выбор данных параметров обоснован тем, что готовность хлеба судят по достижению температуры в центре мякиша – 98 ± 1 °С, выход хлеба судят по его упеку, пористость хлеба оценивают по изменению высоты тестовой заготовки в процессе выпечки изделия.

Моделирование и оптимизацию параметров СВЧ-выпечки проводили экспериментально-статистическими методами в несколько этапов [16].

Первый этап заключался в построении математических моделей, адекватно описывающих зависимости выбранных выходных параметров от изучаемых факторов. С целью сокращения продолжительности экспериментальных исследований и снижения затрат на их реализацию был выполнен полный факторный эксперимент (ПФЭ) типа 2^3 в соответствии с матрицей планирования (таблица 2, опыты 1–4). Опыты проводили в двух кратной повторности, для оценки воспроизводимости опытов в центре плана были реализованы 5 параллельных опытов (таблица 2, опыты 9–13). Число опытов в центре плана выбрали с учетом возможного в дальнейшем перехода к планированию второго порядка. Для исключения влияния неконтролируемых параметров на результаты эксперимента порядок опытов рандомизировали посредством таблицы случайных чисел. В таблице 2 представлены средние арифметические значения функций отклика по результатам двух параллельных опытов.

Таблица 2.

Матрица планирования и результаты эксперимента

Table 2.

Planning matrix and experiment results

Опыт Experiment	Кодированные значения Coded values		Натуральные значения Natural values		Функция отклика Response function		
	X_1	X_2	x_1 , г x_1 , g	x_2 , Вт x_2 , W	y_1 , мин y_1 , min	y_2 , % y_2 , %	y_3 , мм y_3 , mm
1	-1	-1	250	500	4,6	2,2	51,0
2	+1	-1	450	500	5,2	2,1	79,2
3	-1	+1	250	900	2,7	6,0	51,0
4	+1	+1	450	900	3,5	1,5	77,2
5	-1,41	0	209	700	3,0	5,15	53,4
6	+1,41	0	491	700	4,0	1,62	82,0
7	-1,41	0	350	418	6,2	1,42	63,5
8	0	-1,414	350	982	2,7	2,9	61,8
9	0	+1,41	350	700	4,0	1,95	63,5
10	0	0	350	700	4,1	2,31	63,0
11	0	0	350	700	3,8	2,0	63,8
12	0	0	350	700	3,9	2,1	62,9
13	0	0	350	700	4,0	2,0	63,1

План ПФЭ типа 2^2 дает возможность рассчитать оценку четырех регрессионных коэффициентов уравнения (1) и построить уравнение первого порядка. Как известно [14, 16], свободный член b_0 уравнения регрессии является оценкой выхода процесса в центральной точке эксперимента, которая смешана с суммарной оценкой квадратичных эффектов всех факторов. Если квадратичные эффекты будут значимы, то и прогнозируемые результаты опытов в центре плана эксперимента будут значимо отличаться от их экспериментальных значений. Параллельные опыты в центре плана эксперимента позволяют, не приступая даже к расчету всех (кроме b_0) оценок коэффициентов уравнения, судить о возможности описания изучаемых зависимостей уравнением первого порядка без включения в него квадратичных членов.

Расчеты показали, что уравнения регрессии, полученные по результатам ПФЭ, дают неудовлетворительное математическое описание и необходимо перейти к планированию второго порядка, что позволяет учесть в регрессионных уравнениях оценки квадратичных эффектов факторов.

Для этого в исходную матрицу планирования были включены опыты в «звездных» точках (таблица 2, опыты 5–8). Выбор величины «звездного» плеча $\pm 1,41$ обусловлен необходимостью получения равномер-ротатбельного плана, обеспечивающего получения одинаковой величины дисперсии предсказания для любой точки в пределах изучаемой области [17, 18]. Опыт в «звездных» точках реализовали в двухкратной повторности. В таблица 2 представлены

средние арифметические значения функции отклика в двух параллельных опытах.

Статистическая обработка экспериментальных данных заключалась в вычислении оценок регрессионных коэффициентов, проверке их значимости, оценке воспроизводимости опытов и установлении адекватности полученных регрессионных уравнений [16, 18]. При этом были использованы статистические критерии Стьюдента, Кохрена и Фишера (при доверительной вероятности $p=0,95$ и соответствующем числе степеней свободы) [14, 15].

В результате статистической обработки результатов планирования эксперимента (таблица 2) получены уравнения регрессии, адекватно описывающие зависимости функций отклика от изучаемых факторов

$$\hat{y}_1 = 3,97 + 0,35X_1 - 1,06X_2 + 0,05X_1X_2 - 0,23X_1^2 + 0,23X_2^2; \quad (2)$$

$$\hat{y}_2 = 2,08 - 1,19X_1 + 0,66X_2 - 1,1X_1X_2 + 0,68X_1^2 + 0,08X_2^2; \quad (3)$$

$$\hat{y}_3 = 63,57 + 11,95X_1 - 0,66X_2 - 0,27X_1X_2 + 1,76X_1^2 - 0,75X_2^2; \quad (4)$$

где X_i – кодированные значения факторов, которые с учетом условий планирования (таблица 1) связаны с натуральными значениями X_i соотношениями

$$X_1 = \frac{x_1 - 350}{100}; \quad X_2 = \frac{x_2 - 700}{200}. \quad (5)$$

Второй этап заключался в интерпретации регрессионных уравнений (2)–(4).

Математическое описание, полученное по результатам ротатбельного планирования, дает информацию о поверхности отклика, однако, интерпретация регрессионных уравнений в виде (2)–(4) затруднена. В этой связи для идентификации вида поверхностей отклика и приведения регрессионных уравнений к канонической форме воспользуемся средствами аналитической геометрии [19, 20].

Приведение квадратичного уравнения регрессии вида (1) к канонической форме заключается в замене старых координатных осей X_1 и X_2 новыми осями Z_1 и Z_2 , переносе начала координат в новую точку факторного пространства и повороту координатных осей на некоторый угол φ [15, 20].

После канонических преобразований регрессионные уравнения (2)–(4) приобретают вид

$$\hat{y}_1 = 2,98 + 0,23Z_1^2 - 0,23Z_2^2; \quad (6)$$

$$\hat{y}_2 = 1,62 + 1,01Z_1^2 - 0,24Z_2^2; \quad (7)$$

$$\hat{y}_3 = 43,31 + 1,76Z_1^2 - 0,75Z_2^2. \quad (8)$$

Графическая интерпретация регрессионных уравнений (2) – (4) в виде линий равного уровня представлена на рис. 1–3. Видно, что все поверхности отклика имеет вид гиперболических параболоидов с особой центральной точкой (точкой минимакса). В направлении одной из канонических осей существует минимум, в направлении другой оси – максимум. При этом двумерные сечения гиперболического параболоида координатными плоскостями $\hat{y} = h$ (где h – произвольная постоянная) имеют вид гипербол.

Там же на рисунках 1–3 представлены двумерные сечения области эксперимента в виде окружности радиусом $R = 1,41$, центр которой совпадает с центром эксперимента.

Третий этап заключался в определении оптимальных значений массы тестовой заготовки и мощности СВЧ-выпечки, при которых достигаются экстремумы функций отклика: $\hat{y}_1 \rightarrow \min$, $\hat{y}_2 \rightarrow \min$ и $\hat{y}_1 \rightarrow \max$.

Видно (рисунки 1–3), что оптимальные значения выходных параметров y_1 , y_2 и y_3 достигаются в разных точках факторного пространства. Так, $\hat{y}_1^{\min} = 2,49$ мин при $X_1^* = -1,11$ и $X_2^* = 0,87$; $\hat{y}_2^{\min} = 1,17$ % при $X_1^* = 1,12$ и $X_2^* = 0,85$; $\hat{y}_3^{\max} = 84,21$ мм при $X_1^* = 1,41$ и $X_2^* = -0,077$. Очевидно, не представляется возможным установить оптимальные значения переменных X_1 и X_2 , доставляющих экстремум трем параметрам оптимизации y_1 , y_2 и y_3 одновременно.

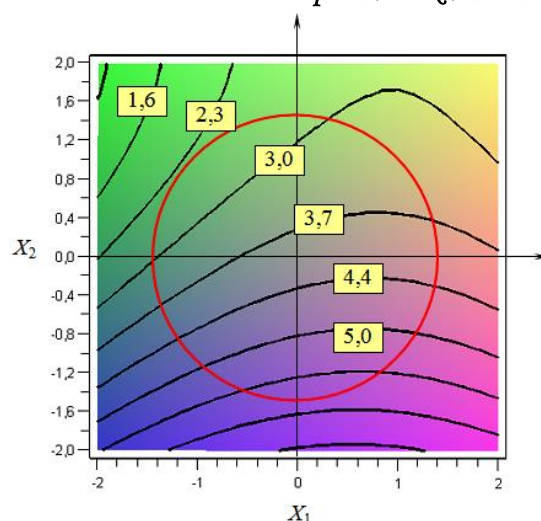


Рисунок 1. Двумерные сечения поверхности отклика \hat{y}_1

Figure 1. Two-dimensional sections of the response surface \hat{y}_1

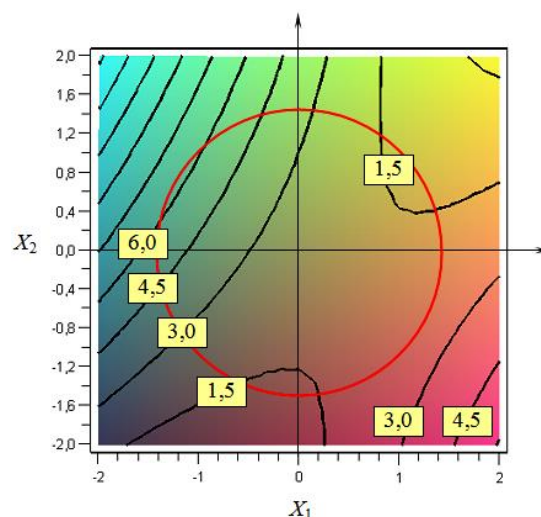


Рисунок 2. Двумерные сечения поверхности отклика \hat{y}_2

Figure 2. Two-dimensional sections of the response surface \hat{y}_2

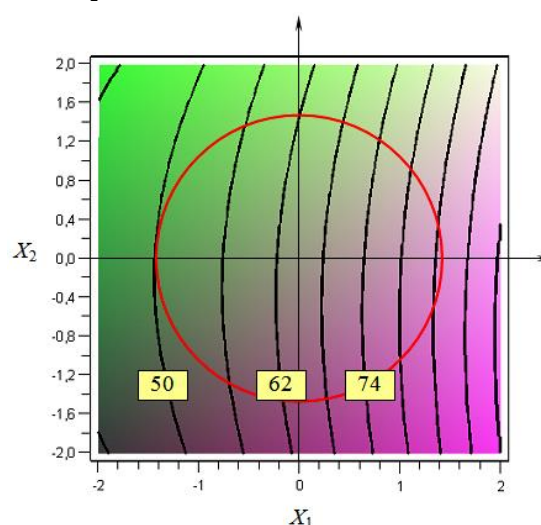


Рисунок 3. Двумерные сечения поверхности отклика \hat{y}_3

Figure 3. Two-dimensional sections of the response surface \hat{y}_3

Рассматриваемая задача оптимизации является многокритериальной с конфликтом между оптимальными значениями переменных X_1 и X_2 и по каждому частному параметру оптимизации. Для ее решения воспользуемся методом свертывания частных критериев в обобщенный аддитивный критерий F [21]

$$F = \sum_{i=1}^n \alpha_i \tilde{y}_i, \quad (9)$$

где i – порядковый номер частного критерия оптимизации, n – количество частных критериев оптимизации, $n=3$; α_i – весовой коэффициент ($0 \leq \alpha_i \leq 1$) относительной важности частного критерия \hat{y}_i ; \tilde{y}_i – нормированное значение частного критерия оптимизации.

Поскольку установить приоритет по важности для каждого частного критерия оптимизации затруднительно, весовые коэффициенты α_i назначим исходя из значений коэффициентов относительного разброса частных критериев.

Коэффициент относительного разброса δ_i , характеризующий крутизну поверхности отклика, для каждого частного критерия оптимизации

$$\delta_i = \frac{\hat{y}_i^{\max} + \hat{y}_i^{\min}}{\hat{y}_i^{\max}}, \quad i = \overline{1, n} \quad (10)$$

где \hat{y}_i^{\max} , \hat{y}_i^{\min} – соответственно, наибольшее и наименьшее значение i -го частного критерия, рассчитанные по уравнениям (2) – (4) для области эксперимента (таблица 3).

Таблица 3.

Расчет весовых коэффициентов

Table 3.

Calculation of weight coefficients

Частный критерий оптимизации y_i A particular optimization criterion y_i	Наибольшее значение частного критерия y_i^{\max} Highest value of a particular criterion y_i^{\max}	Наименьшее значение частного критерия y_i^{\min} Smallest value of a particular criterion y_i^{\min}	Коэффициент относительного разброса δ_i Relative spread coefficient δ_i	Весовой коэффициент α_i Weight factor α_i
y_1	5,65	2,49	0,559	0,316
y_2	6,04	1,17	0,806	0,457
y_2	84,21	50,36	0,399	0,226

Весовые коэффициенты α_i связаны с коэффициентами относительного разброса δ_i соотношением

$$\alpha_i = \frac{\delta_i}{\sum_{i=1}^n \delta_i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (11)$$

Рассчитанные значения весовых коэффициентов частных критериев оптимизации представлены в таблица 5.

Для приведения частных критериев \hat{y}_i к безразмерному виду \tilde{y}_i использовали соотношение $\tilde{y}_i = \hat{y}_i / y_i^{\max}$, $i = \overline{1, n}$. В результате нормировки уравнения (2)–(4) принимают вид

$$\tilde{y}_1 = 0,702 + 0,0619X_1 - 0,1876X_2 + 0,0088X_1X_2 - 0,0407X_1^2 - 0,0407X_2^2; \quad (12)$$

$$\tilde{y}_2 = 0,345 - 0,1981X_1 + 0,109X_2 - 0,182X_1X_2 + 0,1139X_1^2 + 0,013X_2^2, \quad (13)$$

$$\tilde{y}_3 = 0,7549 + 0,1419X_1 - 0,00783X_2 - 0,0032X_1X_2 + 0,0209X_1^2 - 0,0088X_2^2, \quad (14)$$

Тогда обобщенный критерий оптимизации F по форме (9) определится как средневзвешенная сумма нормированных частных критериев (12) – (14)

$$F = -0,2074 + 0,103X_1 + 0,007431X_2 + 0,0796X_1X_2 - 0,0344X_1^2 - 0,0208X_2^2. \quad (15)$$

При формировании обобщенного критерия оптимизации F для минимизируемых частных критериев \hat{y}_i , $i = 1, 2$, весовые коэффициенты α_i приняты со знаком «–»; для максимизируемого критерия \hat{y}_i , $i = 3$, коэффициент α_i принят со знаком «+».

Графический анализ линий равного уровня обобщенного критерия оптимизации (15) показал (рис. 4), что максимум функции F расположен на удалении от области эксперимента, границы которой определяются уравнением

$$X_1^2 + X_2^2 = R^2, \quad (16)$$

что в факторном пространстве представляет собой сферу с центром в центре эксперимента и с радиусом $R = 1,41$ [16].

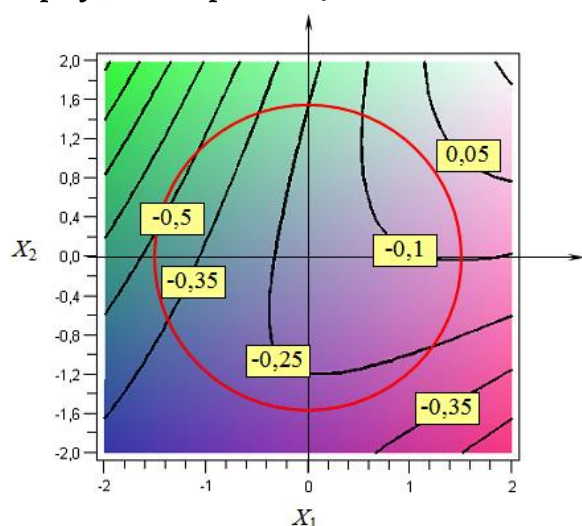


Рисунок 4. Линии равного уровня обобщенного критерия оптимизации F

Figure 4. Lines of equal level of the generalized optimization criterion F

В этой связи, оптимизационная задача сводится к нахождению экстремума обобщенного критерия оптимизации (15) $F \rightarrow \max$ при наличии ограничения (уравнения связи) (16). Для решения поставленной задачи условной оптимизации воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа [22, 23], который позволяет задачу на условный экстремум свести к безусловной задаче поиска экстремума функции.

Для этого составим вспомогательную функцию Лагранжа F , представляющую собой аддитивную свертку уравнения (15) и уравнения связи (16), умноженного на неопределенный множитель Лагранжа λ

$$F = -0,2074 + 0,103X_1 + 0,007431X_2 + 0,0796X_1X_2 - 0,0344X_1^2 - 0,0208X_2^2 + \lambda(X_1^2 + X_2^2 - R^2). \quad (17)$$

Необходимым условием безусловного экстремума функции Лагранжа является равенство нулю частных производных функции (17) по всем независимым переменным X_1 , X_2 и неопределенному множителю λ

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial X_1} = 0,103 + 0,0796X_2 - 0,0688X_1 + 2\lambda X_1 = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial X_2} = 0,007431 + 0,0796X_1 - 0,0216X_2 + 2\lambda X_2 = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial \lambda} = X_1^2 + X_2^2 - R^2 = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Решая систему уравнений (18) относительно переменных X_1 , X_2 и множителя Лагранжа λ при $R=1,41$, получаем значения λ^* и координаты стационарных точек факторного пространства X_1^* и X_2^* , в которых достигается условный экстремум обобщенного критерия оптимизации F (15) (таблица 4). Нетрудно убедиться, что координаты каждой экстремальной точки удовлетворяют уравнению связи (16). Там же в таблица 4 представлены значения частных критериев оптимизации \hat{y}_i^* , $i = \overline{1, n}$, рассчитанных по уравнениям, соответственно, (2)–(4) в стационарных точках.

Таблица 4.

Результаты оптимизации

Table 4.

Optimization results

Точка Point	X_1^*	X_2^*	λ^*	F^*	\hat{y}_1^* , min	\hat{y}_2^* , %	\hat{y}_3^* , mm
1	-0,23	-1,395	0,016	-0,258	5,81	1,27	60,46
2	0,47	-1,332	0,037	-0,263	5,87	1,62	69,477
3	-1,265	0,629	0,094	-0,459	2,54	1,243	50,956
4	1,148	0,825	-0,039	-0,067	3,398	1,174	78,47

Проверка достаточного условия существования экстремума, показала, что стационарная точка факторного пространства с координатами $X_1^* = 1,148$ и $X_2^* = 0,825$ является точкой условного максимума обобщенного критерия оптимизации $F^* = -0,067$ (таблица 4).

Переходя от кодированных значений факторов к натуральным с учетом характеристик планирования (таблица 1), получим оптимальные значения массы тестовой заготовки $x_1^* = 464,8$ г и мощности СВЧ-выпечки $x_2^* = 865,0$ Вт, обеспечивающих максимум обобщенного критерия оптимизации.

Заключение

Определены оптимальные значения основных факторов (массу тестовой заготовки – 465 г., мощность СВЧ-выпечки – 865 Вт), обеспечивающих наименьший упек хлеба – 1,2 % и максимальную высоту хлеба – 78,5 мм при минимальной продолжительности выпечки хлеба – 3,4 мин.

Экспериментальные исследования процесса выпечки сбивного бездрожжевого безкоркового хлеба, проведенные в условиях лаборатории «Региональный научно-исследовательский центр инновационной технологии хлебопечения» на базе хлебозавода № 7 г. Воронежа, подтвердили оптимальность рассчитанных по предложенной методике режимов выпечки.


Литература

- 1 Магомедов Г.О., Хвостов А.А., Журавлев А.А. и др. Формирование структуры мякиша сбивного бездрожжевого хлеба при интенсивной СВЧ-конвективной выпечке // *Техника и технология пищевых производств*. 2022. Т. 52 № 3. С. 426 – 438. doi: 10.21603/2074-9414-2022-3-2375.
- 2 Алехина Н.Н., Пономарева Е.И., Жаркова И.М., Гребенщиков А.В. Оценка функциональных свойств и показателей безопасности зернового хлеба с амарантовой мукой // *Техника и технология пищевых производств*. 2021. Т. 51. № 2. С. 323–332. doi: 10.21603/2074-9414-2021-2-323-332
- 3 Руднев С.Д., Шевченко Т.В., Устинова Ю.В., Крюк Р.В. Технологические особенности и теоретическое обоснование применения механически активированной воды в производстве мучных изделий // *Техника и технология пищевых производств*. 2021. Т. 51. № 4. С. 768–778. doi: 10.21603/2074-9414-2021-4-768-778
- 4 Кулишов Б.А., Новосёлов А.Г., Иващенко С.Ю., Гусаров Н.Е. Применение электроконтактного нагрева в хлебопечении: обзор // *Ползуновский вестник*. 2019. № 1. С. 106-113.
- 5 Магомедов Г.О., Плотнокова И.В., Магомедов М.Г., Чешинский В.Л. Санитарно-технологические мероприятия при производстве хлеба без дрожжей // *Гигиена и санитария*. 2019. № 98(7). С. 775–780. doi: 10.18821/0016-9900-2019-98-7
- 6 Маклюков В.И. Анализ методов моделирования процесса выпечки хлеба // *Хлебопродукты*. 2021. № 7. С. 26–32. doi:10.32462/0235-2508-2021-30-7-26-32
- 7 Purlis E. Modeling convective drying of foods: A multiphase porous media model considering heat of sorption // *Journal of Food Engineering*. 2019. V. 263. P. 132–146. doi: 10.1016/j.jfoodeng. 2019.05.028
- 8 Kutlu N., Pandiselvam R., Saka I., Kamiloglu A. et al. Impact of different microwave treatments on food texture // *Journal of Texture Stud.* 2021. doi: 10.1111/jtxs.12635
- 9 Purlis E. Simple methods to predict the minimum baking time of bread // *Food Control*. 2019. V. 104. P. 217–223. doi: 10.1016/j.foodcont. 2019.04.021
- 10 Bou-Orm R., Jury V., Boillereaux L., Le-Bail A. Microwave baking of bread; a review on the impact of formulation and process on bread quality // *Food Reviews International*. 2021. doi: 10.1080/87559129.2021.1931299
- 11 Purlis E., Cevoli C., Fabbri A. Modeling volume change and deformation in food products/processes: An overview // *Foods*. 2021. V. 10(4). P. 778. doi: 10.3390/foods10040778
- 12 Wang M., Sun M., Zhang Y., Chen Y. et al. Effect of microwave irradiation-retrogradation treatment on the digestive and physicochemical properties of starches with different crystallinity // *Food Chemistry*. 2019. V. 298. P. 125015. doi: 10.1016/j.foodchem. 2019.125015
- 13 Houšová J., Hoke K. Temperature profiles in dough products during microwave heating with susceptors // *Czech J. Food Sci.* 2002. V. 20. № 4. P. 151-160. doi: 10.17221/3526-CJFS
- 14 Bhatt K., Vaidya D., Kaushal M., Gupta A., Soni P. et al. Microwaves and radiowaves: In food processing and preservation // *International Journal of Current Microbiology and Applied Sciences*. 2020. V. 9. № 9. P. 118–131. doi: 10.20546/ijcmas.2020.909.015
- 15 Guzik P., Kulawik P., Zając M., Migdał W. Microwave applications in the food industry: an overview of recent developments // *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*. 2021. doi: 10.1080/10408398.2021.1922871
- 16 Thuengtung S., Ogawa Y. Comparative study of conventional steam cooking and microwave cooking on cooked pigmented rice texture and their phenolic antioxidant // *Food Science and Nutrition*. 2020. V. 8. № 2. P. 965–972. doi: 10.1002/fsn3.1377
- 17 Vu K.D., Bazhenova S.I. Modeling the influence of input factors on foam concrete properties // *Magazine of Civil Engineering*. 2021. № 3 (103). P. 10311. doi: 10.34910/MCE.103.11
- 18 Драников А.В., Шевцов А.А., Квасов А.В., Лыткина Л.И. и др. Многофакторный статистический анализ процесса смешивания при получении кормовой добавки на основе свекловичного жома // *Вестник ВГУИТ*. 2020. Т. 82. № 1. С. 27–33. doi: 10.20914/2310-1202-2020-1-27-33
- 19 Garg A., Malafronte J., Windhab E.J. Baking kinetics of laminated dough using convective and microwave heating // *Food and Bioprocess Processing*. 2019. V. 115. P. 59–67. doi: 10.1016/j.fbp.2019.02.007
- 20 Ахметова Ф.Х., Акимова И.Я., Чигирёва О.Ю. Методика приведения уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду с применением среды MathCAD // *Научно-методический электронный журнал «Концепт»*. 2016. № 11. С. 151–161.
- 21 Коротченко А.Г., Кумагина Е.А., Сморякова В.М. Введение в многокритериальную оптимизацию. Н. Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. 55 с.
- 22 Цирилин А.М. Методы оптимизации для инженеров. М.-Берлин: Директ-Медиа, 2015. 214 с.
- 23 Senkevich S., Bolshev V., Ilchenko E., Chakrabarti P. et al. Elastic Damping Mechanism Optimization by Indefinite Lagrange Multipliers // *IEEE Access*. 2021. V. 9. P. 71784–71804. doi: 10.1109/ACCESS.2021.3078609


References

- 1 Magomedov G.O., Khvostov A.A., Zhuravlev A.A. et al. Formation of the crumb structure of whipped yeast-free bread during intensive microwave convective baking. Equipment and technology of food production. 2022. vol. 52 no. 3. pp. 426–438. doi: 10.21603/2074-9414-2022-3-2375 (in Russian).
- 2 Alekhina N.N., Ponomareva E.I., Zharkova I.M., Grebenshchikov A.V. Assessment of functional properties and safety indicators of grain bread with amaranth flour. Equipment and technology of food production. 2021. vol. 51. no. 2. pp. 323–332. doi: 10.21603/2074-9414-2021-2-323-332 (in Russian).
- 3 Rudnev S.D., Shevchenko T.V., Ustinova Yu.V., Kryuk R.V. Technological features and theoretical justification for the use of mechanically activated water in the production of flour products. Equipment and technology of food production. 2021. vol. 51. no. 4. pp. 768–778. doi: 10.21603/2074-9414-2021-4-768-778 (in Russian).
- 4 Kulishov B.A., Novoselov A.G., Ivashchenko S.Yu., Gusarov N.E. The use of electric contact heating in baking: a review. Polzunovsky Bulletin. 2019. no. 1. pp. 106–113. (in Russian).
- 5 Magomedov G.O., Plotnikova I.V., Magomedov M.G., Cheshinsky V.L. Sanitary and technological measures in the production of bread without yeast. Hygiene and Sanitation. 2019. no. 98(7). pp. 775–780. doi: 10.18821/0016-9900-2019-98-7 (in Russian).
- 6 Maklyukov V.I. Analysis of methods for modeling the bread baking process. Bread products. 2021. no. 7. pp. 26–32. doi:10.32462/0235-2508-2021-30-7-26-32 (in Russian).
- 7 Purlis E. Modeling convective drying of foods: A multiphase porous media model considering heat of sorption. Journal of Food Engineering. 2019. vol. 263. pp. 132–146. doi: 10.1016/j.jfoodeng. 2019.05.028
- 8 Kutlu N., Pandiselvam R., Saka I., Kamiloglu A. et al. Impact of different microwave treatments on food texture. Journal of Texture Stud. 2021. doi: 10.1111/jtxs.12635
- 9 Purlis E. Simple methods to predict the minimum baking time of bread. Food Control. 2019. vol. 104. pp. 217–223. doi: 10.1016/j.foodcont. 2019.04.021
- 10 Bou-Orm R., Jury V., Boillereaux L., Le-Bail A. Microwave baking of bread; a review on the impact of formulation and process on bread quality. Food Reviews International. 2021. doi: 10.1080/87559129.2021.1931299
- 11 Purlis E., Cevoli C., Fabbri A. Modeling volume change and deformation in food products/processes: An overview. Foods. 2021. vol. 10(4). pp. 778. doi: 10.3390/foods10040778
- 12 Wang M., Sun M., Zhang Y., Chen Y. et al. Effect of microwave irradiation-retrogradation treatment on the digestive and physicochemical properties of starches with different crystallinity. Food Chemistry. 2019. vol. 298. pp. 125015. doi: 10.1016/j.foodchem. 2019.125015
- 13 Houšová J., Hoke K. Temperature profiles in dough products during microwave heating with susceptors. Czech J. Food Sci. 2002. vol. 20. no. 4. pp. 151–160. doi: 10.17221/3526-CJFS
- 14 Bhatt K., Vaidya D., Kaushal M., Gupta A., Soni P. et al. Microwaves and radiowaves: In food processing and preservation. International Journal of Current Microbiology and Applied Sciences. 2020. vol. 9. no. 9. pp. 118–131. doi: 10.20546/ijcmas.2020.909.015
- 15 Guzik P., Kulawik P., Zajac M., Migdał W. Microwave applications in the food industry: an overview of recent developments. Critical Reviews in Food Science and Nutrition. 2021. doi: 10.1080/10408398.2021.1922871
- 16 Thuengtung S., Ogawa Y. Comparative study of conventional steam cooking and microwave cooking on cooked pigmented rice texture and their phenolic antioxidant. Food Science and Nutrition. 2020. vol. 8. no. 2. pp. 965–972. doi: 10.1002/fsn3.1377
- 17 Vu K.D., Bazhenova S.I. Modeling the influence of input factors on foam concrete properties. Magazine of Civil Engineering. 2021. no. 3 (103). pp. 10311. doi: 10.34910/MCE.103.11
- 18 Drannikov A.V., Shevtsov A.A., Kvasov A.V., Lytkina L.I. and others. Multifactor statistical analysis of the mixing process when obtaining a feed additive based on beet pulp. Proceedings of VSUET. 2020. vol. 82. no. 1. pp. 27–33. doi: 10.20914/2310-1202-2020-1-27-33 (in Russian).
- 19 Garg A., Malafronte J.L., Windhab E.J. Baking kinetics of laminated dough using convective and microwave heating. Food and Bioprocess Processing. 2019. vol. 115. pp. 59–67. doi: 10.1016/j.fbp.2019.02.007
- 20 Akhmetova F.Kh., Akimova I.Ya., Chigireva O.Yu. Methodology for bringing equations of curves and second-order surfaces to canonical form using the MathCAD environment. Scientific and methodological electronic journal “Concept”. 2016. no. 11. pp. 151–161. (in Russian).
- 21 Korotchenko A.G., Kumagina E.A., Smoryakova V.M. Introduction to multi-objective optimization. N. Novgorod, Nizhny Novgorod State University, 2017. 55 p. (in Russian).
- 22 Tsirlin A.M. Optimization methods for engineers. M.-Berlin, Direct-Media, 2015. 214 p. (in Russian).
- 23 Senkevich S., Bolshev V., Ilchenko E., Chakrabarti P. et al. Elastic Damping Mechanism Optimization by Indefinite Lagrange Multipliers. IEEE Access. 2021. vol. 9. pp. 71784–71804. doi: 10.1109/ACCESS.2021.3078609

Сведения об авторах

Алексей С. Таратухин аспирант, кафедра технологии хлебопекарного, кондитерского, макаронного и зерноперерабатывающего производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, alexey4life@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-9880-9726>

Information about authors

Aleksei S. Taratukhin graduate student, bakery technology, confectionery, pasta and grain processing industries department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, alexey4life@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-9880-9726>

Газибег О. Магомедов д.т.н., профессор, кафедра технологии хлебопекарного, кондитерского, макаронного и зерноперерабатывающего производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, gazibek.magomedov@ya.ru

<https://orcid.org/0000-0002-7201-8387>

Анатолий А. Хвостов д.т.н., профессор, кафедра прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет, Московский проспект, 14, г. Воронеж, 394026, Россия, khvtol1974@ya.ru

<https://orcid.org/0000-0002-3836-9407>

Магомед Г. Магомедов д.т.н., профессор, кафедра технологии хлебопекарного, кондитерского, макаронного и зерноперерабатывающего производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, mmg@inbox.ru

<https://orcid.org/0000-0003-2494-4973>

Алексей А. Журавлев к.т.н., доцент, кафедра математики, Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, ул. Старых Большевиков, 54 А, г. Воронеж, 394064, Россия, zhuraa1@rambler.ru

<https://orcid.org/0000-0002-2194-767X>

Инесса В. Плотникова к.т.н., доцент, кафедра технологии хлебопекарного, кондитерского, макаронного и зерноперерабатывающего производств, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, plotnikova_2506@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-5959-6652>

Вклад авторов

Алексей С. Таратухин провёл эксперимент, выполнил расчёты, написал рукопись, корректировал её до подачи в редакцию и несёт ответственность за плагиат

Газибег О. Магомедов консультировал в ходе исследования

Анатолий А. Хвостов консультировал в ходе исследования

Магомед Г. Магомедов написал рукопись, корректировал её до подачи в редакцию и несёт ответственность за плагиат

Алексей А. Журавлев предложил методику проведения эксперимента и организовал производственные испытания

Инесса В. Плотникова провела обзор литературных источников по исследуемой проблеме

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Gazibeg O. Magomedov Dr. Sci. (Engin.), professor, bakery technology, confectionery, pasta and grain processing industries department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, gazibek.magomedov@ya.ru

<https://orcid.org/0000-0002-7201-8387>

Anatolii A. Khvostov Dr. Sci. (Engin.), professor, applied mathematics and mechanics department, Voronezh state technical University, Moskovsky Ave., 14 Voronezh, 394026, Russia, khvtol1974@ya.ru

<https://orcid.org/0000-0002-3836-9407>

Magomed G. Magomedov Dr. Sci. (Engin.), professor, bakery technology, confectionery, pasta and grain processing industries department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, mmg@inbox.ru

<https://orcid.org/0000-0003-2494-4973>

Aleksei A. Zhuravlev Cand. Sci. (Engin.), associate professor, Mathematics department, Air Force Academy ft. Professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin, Starykh Bol'shevikov Str., 54A Voronezh, 394064, Russia, zhuraa1@rambler.ru

<https://orcid.org/0000-0002-2194-767X>

Inessa V. Plotnikova Cand. Sci. (Engin.), associate professor, Bakery technology, confectionery, pasta and grain processing industries department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, plotnikova_2506@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-5959-6652>

Contribution

Aleksei S. Taratukhin conducted an experiment, performed computations, wrote the manuscript, correct it before filing in editing and is responsible for plagiarism

Gazibeg O. Magomedov advised during the study

Anatolii A. Khvostov advised during the study

Magomed G. Magomedov wrote the manuscript, correct it before filing in editing and is responsible for plagiarism

Aleksei A. Zhuravlev proposed a methodology for conducting the experiment and organized production tests

Inessa V. Plotnikova conducted a review of the literature sources on the problem under study

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Поступила 20/09/2023	После редакции 12/10/2023	Принята в печать 22/10/2023
Received 20/09/2023	Accepted in revised 12/10/2023	Accepted 22/10/2023