

Информационные технологии, моделирование и управление

УДК 681.5

Профессор В.С. Кудряшов, доцент А.В. Иванов,

аспирант А.А. Гайдин, аспирант Д.А. Свиридов

(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра информационных и управляющих систем,
тел. (473) 255-38-75

Оценка устойчивости цифровой системы регулирования многосвязного объекта

Рассмотрен подход к оценке устойчивости цифровой системы регулирования многосвязного объекта на примере колонны синтеза аммиака на основе дискретного описания. Оценка устойчивости проводилась с использованием дискретного критерия устойчивости по матрице коэффициентов системы уравнений в пространстве состояний. Полученные результаты распространяются на класс многосвязных несимметричных объектов управления.

The algorithm for assessing the sustainability of digital object control system as an example of a multiply column for ammonia synthesis. The solution is performed using a discrete description of the regulatory system. Description of the system represented in the transfer functions of input-output. These results extend to a class of multiply connected unsymmetrical control objects.

Ключевые слова: многосвязная система регулирования, нестационарный объект управления, оценка устойчивости, синтез аммиака.

Объекты управления химической и пищевой технологии характеризуются нестационарностью динамических характеристик, которые с течением времени изменяются вследствие ухудшения работы технологического оборудования в процессе эксплуатации (изменение теплофизических свойств, активности катализатора и т.п.). Это приводит к ухудшению качественных показателей работы технологического процесса и требует перенастройки управляющей части системы автоматизации. Кроме того, большинство процессов являются объектами со взаимосвязанными параметрами, что необходимо учитывать при проектировании системы управления. Применение адаптивных систем на основе методов текущей идентификации и с использованием принципов автономно-инвариантного управления не позволяет обеспечить качество управления во всём цикле работы технологического оборудования, а во многих случаях и устойчивость работы системы. Это обусловлено высокой чувствительностью автономно-инвариантных систем даже к небольшим изменениям параметров динамики объектов. Проведение текущей идентификации

для многосвязных объектов является достаточно сложной и не вполне решённой задачей на сегодняшний день.

В связи с этим наиболее эффективным подходом для управления такими объектами является робастное управление, которое предусматривает устойчивую работу системы в широком диапазоне и обеспечивает достаточное качество ведения процесса [1].

Для класса технологических объектов, характеризующихся многосвязностью и нестационарным поведением необходимо выбрать критерий, учитывающий качество регулирования и запас устойчивости системы, который в дискретной форме можно представить:

$$I = \sum_{j=1}^n \beta_j \left(\sum_{i=1}^m e_{ji}^2 + \frac{\alpha_j}{\rho_j} \right) \rightarrow \min, \quad (1)$$

где e - ошибка управления; α - весовой коэффициент, учитывающий соотношение между интегральной квадратичной оценкой и запасом робастной устойчивости; β - весовой коэффициент, учитывающий значимость критерия по каждому выходу системы; ρ - запас устойчивости; n - число выходов системы; m - число точек переходного процесса.

Примером многосвязного нестационарного объекта управления является процесс получения аммиака [2]. Экзотермический синтез аммиака протекает в 4-полочном реакторе в присутствии катализатора с промежуточным охлаждением между слоями. Задачей управления процессом является поддержание температуры в каждом слое катализатора в условиях изменения активности катализатора и теплофизических свойств реактора (рис. 1).

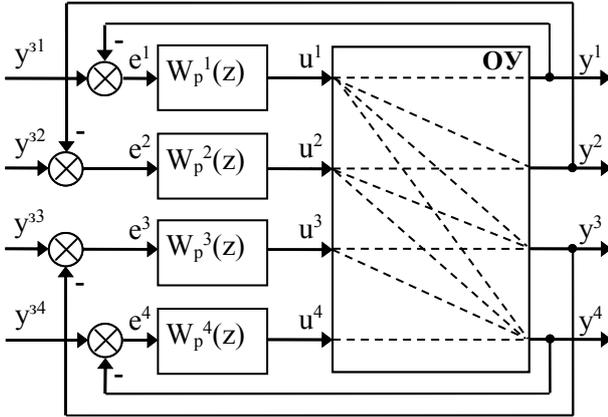


Рис. 1. Схема системы регулирования процесса синтеза аммиака: ОУ – объект управления; $y^1 \div y^4$ – измеряемые выходы системы (температура в слоях катализатора); $y^{31} \div y^{34}$ – задающие воздействия; $e^1 \div e^4$ – ошибки регулирования; $u^1 \div u^4$ – управляющие воздействия (степени открытия заслонок на байпасных потоках); $W_p^1(z) \div W_p^4(z)$ – дискретные передаточные функции цифровых регуляторов

Взаимосвязь входов и выходов системы описывается уравнениями [3]:

$$y^1 = \frac{W_o^{1,1}(z)W_p^1(z)}{1 + W_o^{1,1}(z)W_p^1(z)} y^{e1} = W_c^{1,1}(z) y^{e1}, \quad (2)$$

$$y^2 = \frac{W_o^{1,2}(z)W_p^1(z)W_p^2(z)}{\prod_{i=1}^2 (1 + W_o^{i,i}W_p^i)} y^{e1} + \frac{W_o^{2,2}(z)W_p^2(z)}{1 + W_o^{2,2}(z)W_p^2(z)} y^{e2} = W_c^{1,2}(z) y^{e1} + W_c^{2,2}(z) y^{e2}, \quad (3)$$

$$y^3 = \left(\frac{W_o^{1,3}(z)W_p^1(z)}{(1 + W_o^{1,1}(z)W_p^1(z))(1 + W_o^{3,3}(z)W_p^3(z))} + \frac{-W_o^{1,2}(z)W_o^{2,3}(z)W_p^2(z)W_p^1(z)}{\prod_{i=1}^3 (1 + W_o^{i,i}W_p^i)} \right) y^{e1} + \frac{W_o^{2,3}(z)W_p^2(z)}{\prod_{i=2}^3 (1 + W_o^{i,i}W_p^i)} y^{e2} + \frac{W_o^{3,3}(z)W_p^3(z)}{1 + W_o^{3,3}(z)W_p^3(z)} y^{e3} = W_c^{1,3}(z) y^{e1} + W_c^{2,3}(z) y^{e2} + W_c^{3,3}(z) y^{e3}; \quad (4)$$

$$y^4 = \left(\frac{W_o^{1,4}(z)W_p^1(z)}{(1 + W_o^{1,1}(z)W_p^1(z))(1 + W_o^{4,4}(z)W_p^4(z))} + \frac{-W_o^{2,4}(z)W_o^{1,2}(z)W_p^2(z)W_p^1(z)}{\prod_{i=1}^2 (1 + W_o^{i,i}W_p^i)(1 + W_o^{4,4}(z)W_p^4(z))} + \frac{W_o^{3,4}(z)W_p^3(z)W_p^1(z)(W_o^{1,2}(z)W_o^{2,3}(z)W_p^2(z))}{(1 + W_o^{1,1}(z)W_p^1(z))\prod_{i=3}^4 (1 + W_o^{i,i}W_p^i)} + \frac{W_o^{3,4}(z)W_p^3(z)W_p^1(z)(-W_o^{1,3}(z))}{(1 + W_o^{1,1}(z)W_p^1(z))\prod_{i=3}^4 (1 + W_o^{i,i}W_p^i)} \right) y^{31} + \left(\frac{W_o^{2,4}(z)W_p^2(z)}{(1 + W_o^{2,2}(z)W_p^2(z))(1 + W_o^{4,4}(z)W_p^4(z))} + \frac{-W_o^{3,4}(z)W_o^{2,3}(z)W_p^3(z)W_p^2(z)}{\prod_{i=2}^4 (1 + W_o^{i,i}W_p^i)} \right) y^{32} + \frac{W_o^{3,4}(z)W_p^3(z)}{\prod_{i=3}^4 (1 + W_o^{i,i}W_p^i)} y^{33} + \frac{W_o^{4,4}(z)W_p^4(z)}{1 + W_o^{4,4}(z)W_p^4(z)} y^{34} = W_c^{1,4}(z) y^{e1} + W_c^{2,4}(z) y^{e2} + W_c^{3,4}(z) y^{e3} + W_c^{4,4}(z) y^{e4}, \quad (5)$$

где

$$W_o^{k,j}(z) = \frac{B^{k,j}(z^{-1})}{A^{k,j}(z^{-1})} \cdot z^{-d_o^{k,j}} = \frac{\sum_{h=1}^{k_o^{k,j}+1} b_h^{k,j} \cdot z^{-h}}{1 - \sum_{h=1}^{n_o^{k,j}} a_h^{k,j} \cdot z^{-h}} \cdot z^{-d_o^{k,j}} -$$

дискретная передаточная функция по основному ($k=j$) или перекрестному ($k \neq j$) каналу ОУ, $k = \overline{1,4}$, $j = \overline{k,4}$; $a^{k,j}$, $b^{k,j}$, $d_o^{k,j}$ – параметры и число тактов запаздывания передаточной функции основного или перекрестного канала; z – оператор временного сдвига;

$$W_p^i(z) = \frac{Q^i(z^{-1})}{P^i(z^{-1})} = \frac{\sum_{h=0}^{k_p^i} q_h^i \cdot z^{-h}}{1 - \sum_{h=1}^{n_p^i} p_h^i \cdot z^{-h}} - \text{передаточная}$$

функция цифрового регулятора; q^i , p^i , – параметры передаточной функции регулятора; k_p^i , n_p^i – порядки числителя и знаменателя передаточной функции регулятора;

$$W_c^{k,j}(z) = \frac{B_c^{k,j}(z^{-1})}{A_c^{k,j}(z^{-1})} \cdot z^{-d_c^{k,j}} = \frac{\sum_{\eta=1}^{k_c^{k,j}+1} \beta_{c\eta}^{k,j} \cdot z^{-\eta}}{1 - \sum_{\eta=1}^{n_c} \alpha_{c\eta}^{k,j} \cdot z^{-\eta}} \cdot z^{-d_c^{k,j}}$$

дискретная передаточная функция замкнутой системы; $\alpha^{c,k,j}$, $\beta^{c,k,j}$, $d^{c,k,j}$ – параметры и число тактов запаздывания передаточной функции замкнутой системы, $k, j = \overline{1,4}$.

Исходя из выбранного критерия (1), одной из первых задач, возникающих при синтезе и моделировании робастной системы, является оценка запаса устойчивости.

Учитывая дискретную форму математического описания системы, для оценки устойчивости целесообразно применить дискретный корневой критерий, который заключается в оценке положения корней характеристического многочлена системы (2)-(5), записанной в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{b} \cdot u(k), \\ y(k) &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x}(k), \end{aligned} \tag{6}$$

где \mathbf{x} – вектор переменных состояния; \mathbf{A} – матрица системы; \mathbf{b} – вектор передачи управления; \mathbf{c} – вектор наблюдения.

Для устойчивости системы регулирования необходимо, чтобы корни характеристического многочлена передаточной функции находились внутри единичного круга [4]:

$$|\alpha_i| < 1, i = 1, 2, \dots, m, \tag{7}$$

где α_i – собственные значения матрицы \mathbf{A} .

Оценка устойчивости по первому выходу системы y^1 определяется по передаточной функции системы (2). Для второго и последующих выходов (y^2, y^3, y^4) необходимо учитывать наличие перекрёстных каналов связи.

Для второго выхода системы с учётом перекрёстной связи достаточно рассмотреть корни характеристического многочлена первого слагаемого уравнения связи (3), так как знаменатель второго слагаемого входит в состав первого.

Найдём корни характеристического многочлена передаточной функции:

$$W_n^{1,2}(z) = \frac{W_i^{1,2}(z)W_o^1(z)}{(1 + W_i^{1,1}(z)W_o^1(z))(1 + W_i^{2,2}(z)W_o^2(z))}.$$

В качестве дискретных моделей регуляторов и каналов объекта выбраны следующие передаточные функции:

$$W_p^i(z) = \frac{q_0^i z^{-1} + q_1^i z^{-1}}{1 - z^{-1}}, \quad W_o^{i,j}(z) = \frac{b_1^{i,j} z^{-1-d^{ij}}}{1 + a_1^{i,j} z^{-1}},$$

где $i, j = \overline{1,2}$.

Численные значения параметров дискретных моделей каналов объекта и цифровых регуляторов приведены в табл. 1 [3].

Таблица 1

Параметры передаточной функции

Канал объекта	Параметры моделей ОУ			Регулятор	Параметры регуляторов	
	a_1	$b, \%/^{\circ}C$	$d, \text{такт}$		q_0	q_1
$W_o^{1,1}$	0,901	-0,333	10	W_p^1	-0,51	0,49
$W_o^{2,2}$	0,916	-0,133	16	W_p^2	-0,51	0,49
$W_o^{1,2}$	0,927	0,043	18	–	–	–

Отсюда получим

$$\begin{aligned} W_n^{1,2}(z) &= \frac{b_1^{1,2} z^{-1-d^{1,2}}}{1 + a_1^{1,2} z^{-1}} \frac{q_0^1 z^{-1} + q_1^1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \times \\ &\quad \left(1 + \frac{b_1^{1,1} z^{-1-d^{1,1}}}{1 + a_1^{1,1} z^{-1}} \frac{q_0^1 z^{-1} + q_1^1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right) \times \\ &\quad \times \frac{1}{\left(1 + \frac{b_1^{2,2} z^{-1-d^{2,2}}}{1 + a_1^{2,2} z^{-1}} \frac{q_0^2 z^{-1} + q_1^2 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right)}. \end{aligned} \tag{8}$$

В начале цикла работы катализатора в процессе синтеза аммиака время транспортного запаздывания по каналам не превышает 180 с, что при длительности такта квантования дискретной системы $T_0=10$ с соответствует числам тактов запаздывания d , приведенным в табл. 1. Отсюда передаточная функция (8) примет вид

$$W_c^{1,2}(z) = \frac{B_c^{1,2}(z)}{A_c^{1,2}(z)}, \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \text{где } B_n^{1,2}(z) &= b_5 z^{-23} + b_4 z^{-22} + b_3 z^{-21} + b_2 z^{-20} + b_1 z^{-19}, \\ A_n^{1,2}(z) &= a_{19} z^{-31} + a_{18} z^{-30} + a_{17} z^{-29} + a_{16} z^{-28} + a_{15} z^{-27} + \\ &\quad + a_{14} z^{-26} + a_{13} z^{-25} + a_{12} z^{-24} + a_{11} z^{-23} + a_{10} z^{-22} + a_9 z^{-21} + \\ &\quad + a_8 z^{-20} + a_7 z^{-19} + a_6 z^{-18} + a_5 z^{-17} + a_4 z^{-16} + a_3 z^{-15} + \\ &\quad + a_2 z^{-14} + a_1 z^{-13} + a_0 z^{-12} + a_0 z^{-11} + a_0 z^{-10} + a_0 z^{-9} + a_0 z^{-8} + \\ &\quad + a_0 z^{-7} + a_0 z^{-6} + a_0 z^{-5} + a_0 z^{-4} + a_0 z^{-3} + \\ &\quad + a_0 z^{-2} + a_0 z^{-1} - 1. \end{aligned}$$

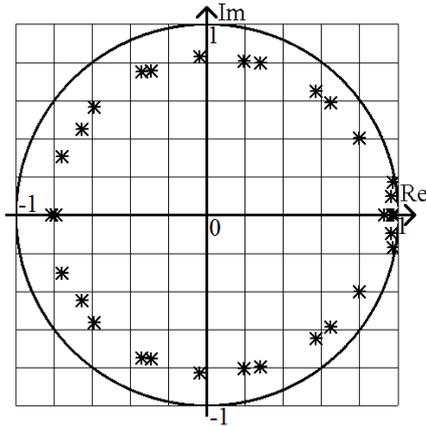


Рис. 2. Расположение корней характеристического многочлена

По условию (7) можно сделать вывод, что система устойчива. Динамические характеристики системы, представленные на рис. 3, подтверждают полученную оценку корневого критерия.

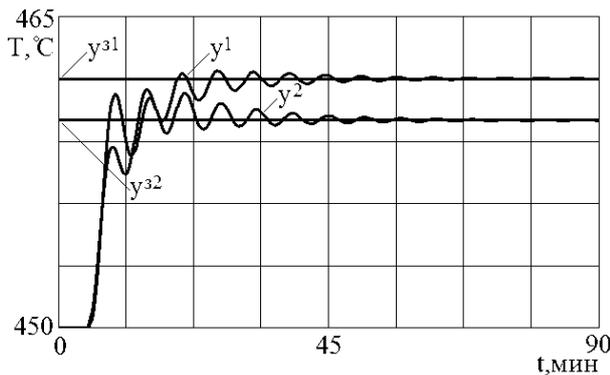


Рис. 3. Динамические характеристики системы в начале цикла работы катализатора

В процессе работы реактора синтеза аммиака повышается инерционность по каналам объекта. В конце эксплуатационного периода катализатора величина чистого запаздывания по каналам составляет $d^{1,1} = 13$, $d^{1,2} = 22$, $d^{2,2} = 20$ (табл. 1). Полиномы передаточной функции (9) примут вид (рис. 2):

$$B_n^{1,2}(z) = b_5 z^{-28} + b_4 z^{-27} + b_3 z^{-26} + b_2 z^{-25} + b_1 z^{-24},$$

$$A_n^{1,2}(z) = a_{19} z^{-38} + a_{18} z^{-37} + a_{17} z^{-36} + a_{16} z^{-35} + a_{15} z^{-25} +$$

$$+ a_{14} z^{-24} + a_{13} z^{-23} + a_{12} z^{-22} + a_{11} z^{-21} + a_{10} z^{-18} + a_9 z^{-17} +$$

$$+ a_8 z^{-16} + a_7 z^{-15} + a_6 z^{-14} + a_5 z^{-5} + a_4 z^{-4} + a_3 z^{-3} +$$

$$+ a_2 z^{-2} + a_1 z^{-1} - 1.$$

При этом расположение корней характеристического многочлена показано на рис.4.

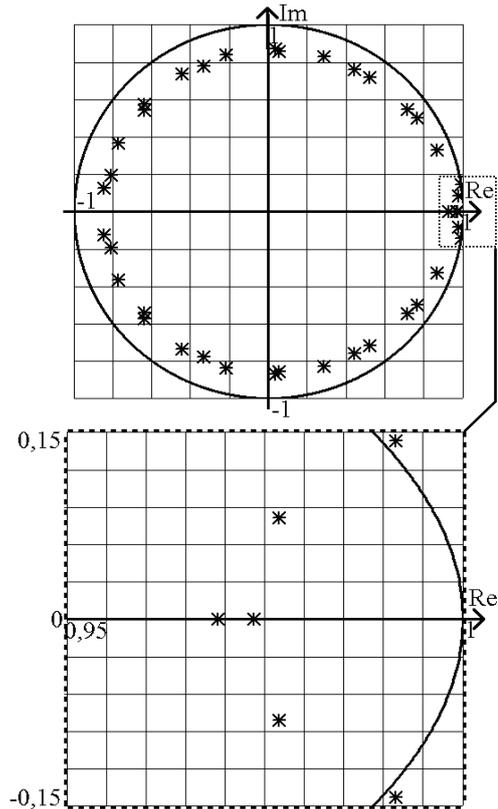


Рис. 4. Расположение корней характеристического многочлена в конце эксплуатационного периода катализатора

Повышение инерционности по каналам объекта приводит к увеличению числа корней характеристического многочлена системы, росту их величин $|\alpha_{\max}| = 1,00181 > 1$ и, как следствие, к неустойчивой работе системы, что подтверждается динамическими характеристиками на рис. 5.

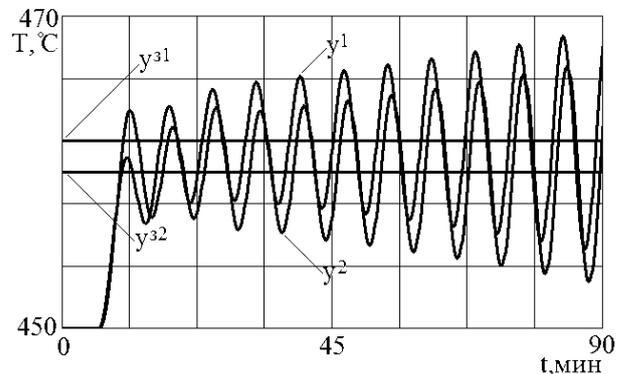


Рис. 5. Динамические характеристики системы в конце цикла работы катализатора

Для оценки устойчивости в течение всего цикла работы катализатора проведено моделирование системы в различных временных интервалах работы реактора (табл. 2).

Таблица 2
Значения максимальных корней в различные периоды работы реактора

№ интервала	Запаздывание по каналам объекта			$ \alpha_{\max} $
	d_{11}	d_{12}	d_{22}	
1	10	18	16	0,98959
2	11	19	17	0,99472
3	12	20	18	0,99869
4	13	22	20	1,00181
5	14	24	22	1,00428

На рис. 6. показан характер изменения максимальных значений корней характеристического полинома.



Рис. 6. Зависимость максимальных значений корней в течение всего цикла работы катализатора

Для оценки запаса устойчивости η в критерии робастности (1) целесообразно воспользоваться минимальным отклонением:

$$\eta = 1 - |\alpha_{\max}|,$$

Для третьего (4) и четвертого (5) выходов системы оценка устойчивости проведена аналогично.

Рассмотренный подход к оценке устойчивости многосвязной системы регулирования может быть эффективно использован при синтезе робастных систем управления многомерными технологическими объектами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поляк, Б.Т. Робастная устойчивость и управление [Текст] / Б.Т. Поляк, П.С. Щербанков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
2. Ганз, С.Н. Синтез аммиака [Текст] / С.Н. Ганз. Киев: Вища школа, 1983. – 280 с.
3. Кудряшов, В. С. Идентификация каналов многосвязного нестационарного объекта [Текст] / В.С. Кудряшов, С.В. Рязанцев, А.В. Иванов // «Мехатроника, автоматизация, управление». – 2007. – № 7. – С. 16-21.
4. Изерман, Р. Цифровые системы управления [Текст] / пер. с англ.; под ред. чл.-корр. АН СССР И.М. Макарова. – М.: Мир, 1984. – 541 с.

