

Профессор В.С. Кудряшов, доцент С.В. Рязанцев,
доцент А.В. Иванов, аспирант Д.А. Свиридов

(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра информационных и управляющих систем,
тел. (473) 255-38-75

Синтез корректирующего контура цифровой системы регулирования низкой чувствительности

Рассмотрена реализация и исследование работоспособности алгоритма синтеза корректирующего контура цифровой системы регулирования низкой чувствительности, позволяющего уменьшить дополнительное движение, возникающее вследствие наличия у объекта регулирования нестационарных свойств.

In this article considers implementation and research working capacity of the synthesis algorithm of correction contour of digital control system of low sensitivity, allowing to reduce the additional motion that arises due to the presence at the object of regulation non-stationary properties.

Ключевые слова: корректирующий контур, цифровая система регулирования, модель чувствительности.

Одноконтурные системы автоматического регулирования (САР) широко используются в процессах пищевой и химической технологии.

Улучшить качество переходных процессов в таких системах позволяет оптимизация настроек регуляторов, однако наличие у большинства объектов нестационарных свойств приводит к ухудшению динамики САР со временем их эксплуатации.

К решению данной задачи есть несколько подходов. Первый заключается в проведении повторной идентификации модели объекта управления с последующей перенастройкой регулятора, что не всегда технологически осуществимо. Кроме того, немаловажным является определение момента перенастройки в таких системах.

Второй подход связан с синтезом и реализацией адаптивных САР. Среди недостатков данного подхода можно выделить длительность процедуры текущей идентификации и перенастройки регулятора, что затрудняет использование данных систем, например, для малоинерционных процессов.

Рассматриваемый в данной статье третий подход, заключающийся в применении одного из методов теории чувствительности при проектировании САР, в отличие от приведённых выше обеспечивает требуемые динамические свойства систем в процессе их функционирования.

Однако долгое время он не имел практического применения по причине наличия большого числа сложных математических преобразований и вычислений, ограниченных возможностей цифровой вычислительной техники. Современные вычислительные средства, обладая высокой производительностью, дают широкие возможности практического использования методов, основанных на теории чувствительности.

Поэтому актуальной становится задача разработки алгоритма синтеза цифровой САР с применением методов теории чувствительности.

Алгоритм синтеза корректирующего контура. Будем считать, что задана исходная САР, для которой известны передаточная функция (ПФ) замкнутой системы $\Phi(s)$ (рис. 1) и максимально возможные вариации параметров в течение заданного интервала времени эксплуатации:

$$\Delta a_j^* = a_j^* - a_j^0, j = \overline{1, g},$$

где a_j^0 – номинальное значение j -го параметра ПФ объекта; a_j^* – допустимое значение j -го параметра; g – общее число варьируемых параметров.

Низкая чувствительность САР к проявлению нестационарных свойств объекта регулирования достигается путём введения в замкнутую систему дополнительного внешнего кор-

Дискретное математическое описание алгоритма. Для реализации корректирующего контура САР низкой чувствительности (рис. 2) с помощью средств цифровой вычислительной техники необходимо иметь математическое описание в дискретной форме КЗ, для получения которого необходимо представить ПФ (9) в следующем виде:

$$W_{\text{кз}}(s) = \frac{\alpha_n \cdot s^n + \alpha_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + \alpha_1 \cdot s + \alpha_0}{\beta_m \cdot s^m + \beta_{m-1} \cdot s^{m-1} + \dots + \beta_1 \cdot s + \beta_0}. \quad (10)$$

Следует отметить, что в формуле (10) $\alpha_0, \dots, \alpha_n$ и $\beta_0, \dots, \beta_m$ являются функциями только номинальных значений параметров ПФ объекта a_j^0 и их максимальных вариаций Δa_j^* , $j = \overline{1, g}$.

Воспользовавшись тем, что ПФ КЗ (рис. 2) есть отношение $\frac{h(s)}{y^k(s)}$, перейдём к дифференциальному уравнению:

$$\begin{aligned} & \beta_m \cdot \frac{d^m h(t)}{dt^m} + \beta_{m-1} \cdot \frac{d^{m-1} h(t)}{dt^{m-1}} + \dots + \\ & + \beta_1 \cdot \frac{dh(t)}{dt} + \beta_0 \cdot h(t) = \\ & = \alpha_n \cdot \frac{d^n y^k(t)}{dt^n} + \alpha_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} y^k(t)}{dt^{n-1}} + \dots + \\ & + \alpha_1 \cdot \frac{dy^k(t)}{dt} + \alpha_0 \cdot y^k(t). \end{aligned} \quad (11)$$

При малых тактах квантования T_0 из дифференциального уравнения (11) можно получить разностное путём дискретизации. Приблизённо заменим дифференциалы в уравнении (11) правыми разностями [3]:

$$\begin{aligned} & \beta_m \cdot \frac{\Delta^m h_i}{T_0^m} + \beta_{m-1} \cdot \frac{\Delta^{m-1} h_i}{T_0^{m-1}} + \dots + \\ & + \beta_1 \cdot \frac{\Delta h_i}{T_0} + \beta_0 \cdot h_i = \\ & = \alpha_n \cdot \frac{\Delta^n y_i^k}{T_0^n} + \alpha_{n-1} \cdot \frac{\Delta^{n-1} y_i^k}{T_0^{n-1}} + \dots + \\ & + \alpha_1 \cdot \frac{\Delta y_i^k}{T_0} + \alpha_0 \cdot y_i^k. \end{aligned} \quad (12)$$

Уменьшим текущий индекс такта квантования на единицу в левой и правой частях уравнения (12) и выразим из него h_i :

$$h_i = f \left(\beta_0, \dots, \beta_m, h_{i-1}, \dots, h_{i-m}, \alpha_0, \dots, \alpha_n, y_{i-1}^k, \dots, y_{i-n}^k \right).$$

Исследование работоспособности алгоритма. В качестве объекта для исследования работоспособности алгоритма синтеза корректирующего контура цифровой САР низкой чувствительности примем модель основного канала системы управления процессом синтеза аммиака в четырёхполочном реакторе: «расход по байпасу азотоводородной смеси – температура в слое катализатора» [4].

ПФ объекта и ПИ-регулятора соответственно равны:

$$W_o(s) = \frac{k_o}{T_1 \cdot s + 1}, W_p(s) = k_p + \frac{k_i}{s}.$$

ПФ замкнутой системы:

$$\Phi(s) = \frac{k_o \cdot k_p \cdot s + k_o \cdot k_i}{T_1 \cdot s^2 + (k_o \cdot k_p + 1) \cdot s + k_o \cdot k_i}.$$

Для получения параметров дискретных моделей [3] примем такт квантования $T_0=2$ с и воспользуемся формулами перехода (13):

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{T_1 - T_0}{T_1}, b = \frac{k_o \cdot T_0}{T_1}, \\ q_0 &= k_p, q_1 = k_i \cdot T_0 - k_p, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где a, b – параметры дискретной модели объекта; q_0, q_1 – настроечные параметры цифрового регулятора.

Настройки q_0, q_1 рассчитаны из условия минимума интегральной квадратичной ошибки.

Численные значения номинальных и возможных допустимых значений параметров модели объекта регулирования, а также их максимальные вариации приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры модели объекта

Параметры		Номинальные значения параметров ПФ объекта	Максимальные значения вариаций параметров ПФ объекта	Допустимые значения параметров ПФ объекта
Аналоговые	k_o	3,4°C/%	–20%	2,72
	T_1	102 с	+15%	117,3
Дискретные	a	0,98	+0,003	0,983
	b	0,067°C/%	–0,021	0,046

Неизменные при моделировании оптимальные настройки аналогового и дискретного регулятора:

$$k_p = 1,34; k_i = 0,044;$$

$$q_0 = 1,34; q_1 = -1,251.$$

Далее составим МЧ, для чего определим функции (7), которые будут входить в закон коррекции:

$$\begin{aligned} u(s)_1 &= \frac{\partial \ln(\hat{O}(s))}{\partial \ln(k_0)} = \\ &= \frac{(T_1 \cdot s + 1) \cdot s}{T_1 \cdot s^2 + (k_0 \cdot k_p + 1) \cdot s + k_0 \cdot k_i}; \\ u(s)_2 &= \frac{\partial \ln(\hat{O}(s))}{\partial \ln(T_1)} = \\ &= \frac{-T_1 \cdot s^2}{T_1 \cdot s^2 + (k_0 \cdot k_p + 1) \cdot s + k_0 \cdot k_i}. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставив МЧ (14) в формулу (9), выведем ПФ КЗ:

$$W_{\text{кз}}(s) = \frac{1}{\hat{O}(s)} \cdot \frac{\frac{\Delta k_i^*}{k_i} \cdot u(s)_1 + \frac{\Delta T_1^*}{T_1} \cdot u(s)_2}{1 + \frac{\Delta k_i^*}{k_i} \cdot u(s)_1 + \frac{\Delta T_1^*}{T_1} \cdot u(s)_2}, \quad (15)$$

где Δk_o^* и ΔT_1^* – максимальные вариации коэффициента усиления и постоянной времени модели объекта регулирования в течение интервала времени его эксплуатации.

Из (15) получим отношение полиномов (10):

$$W_{\text{кз}}(s) = \frac{\alpha_4 \cdot s^4 + \alpha_3 \cdot s^3 + \alpha_2 \cdot s^2 + \alpha_1 \cdot s + \alpha_0}{\beta_3 \cdot s^3 + \beta_2 \cdot s^2 + \beta_1 \cdot s + \beta_0}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= (\Delta T_1^* \cdot k_o - \Delta k_o^* \cdot T_1) \cdot T_1; \\ \alpha_3 &= (\Delta T_1^* \cdot k_o - \Delta k_o^* \cdot T_1) \cdot (k_o \cdot k_p + 1) - \Delta k_o^* \cdot T_1; \\ \alpha_2 &= (\Delta T_1^* \cdot k_o - \Delta k_o^* \cdot T_1) \cdot k_o \cdot k_i - \Delta k_o^* \cdot (k_o \cdot k_p + 1); \\ \alpha_1 &= -k_o \cdot k_i \cdot \Delta k_o^*; \\ \alpha_0 &= 0; \\ \beta_3 &= (\Delta T_1^* \cdot k_o - \Delta k_o^* \cdot T_1 - k_o \cdot T_1) \cdot k_o \cdot k_p; \\ \beta_2 &= (\Delta T_1^* \cdot k_o - \Delta k_o^* \cdot T_1 - k_o \cdot T_1) \cdot k_o \cdot k_i - \\ &\quad - (k_o^2 \cdot k_p + k_o + \Delta k_o^*) \cdot k_o \cdot k_p; \\ \beta_1 &= -(k_o^2 \cdot k_p + k_o + \Delta k_o^*) \cdot k_o \cdot k_p - k_o^3 \cdot k_i \cdot k_p; \\ \beta_0 &= -k_o^3 \cdot k_i^2. \end{aligned}$$

Представим ПФ (16) в форме дифференциального уравнения:

$$\begin{aligned} \beta_3 \cdot \frac{d^3 h(t)}{dt^3} + \beta_2 \cdot \frac{d^2 h(t)}{dt^2} + \\ + \beta_1 \cdot \frac{dh(t)}{dt} + \beta_0 \cdot h(t) = \\ = \alpha_4 \cdot \frac{d^4 y^k(t)}{dt^4} + \alpha_3 \cdot \frac{d^3 y^k(t)}{dt^3} + \\ + \alpha_2 \cdot \frac{d^2 y^k(t)}{dt^2} + \alpha_1 \cdot \frac{dy^k(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (17)$$

От дифференциального уравнения (17) перейдем к разностному [3]:

$$\begin{aligned} \beta_3 \cdot \frac{h_{i+1} - 3 \cdot h_i + 3 \cdot h_{i-1} - h_{i-2}}{T_0^3} + \\ + \beta_2 \cdot \frac{h_{i+1} - 2 \cdot h_i + h_{i-1}}{T_0^2} + \\ + \beta_1 \cdot \frac{h_{i+1} - h_i}{T_0} + \beta_0 \cdot h_i = \\ = \alpha_4 \cdot \frac{y_{i+1}^k - 4 \cdot y_i^k + 6 \cdot y_{i-1}^k - 4 \cdot y_{i-2}^k + y_{i-3}^k}{T_0^4} + \\ + \alpha_3 \cdot \frac{y_{i+1}^k - 3 \cdot y_i^k + 3 \cdot y_{i-1}^k - y_{i-2}^k}{T_0^3} + \\ + \alpha_2 \cdot \frac{y_{i+1}^k - 2 \cdot y_i^k + y_{i-1}^k}{T_0^2} + \alpha_1 \cdot \frac{y_{i+1}^k - y_i^k}{T_0}. \end{aligned}$$

В результате получим сложное разностное уравнение третьего порядка относительно h_i :

$$h_i = f \left(\beta_0, \dots, \beta_3, h_{i-1}, \dots, h_{i-3}, \alpha_1, \dots, \alpha_4, y_{i-1}^k, \dots, y_{i-4}^k \right).$$

Для оценки работоспособности алгоритма получим отклик цифровой САР на единичное ступенчатое воздействие при номинальных значениях параметров модели объекта регулирования. Для этого рассчитаем переходный процесс по заданию в замкнутых системах: без КЗ (18) и с КЗ (19):

$$\begin{cases} u_i = u_{i-1} + q_0 \cdot (y_i^3 - y_i) + q_1 \cdot (y_{i-1}^3 - y_{i-1}), \\ y_{i+1}^k = a \cdot y_i + b \cdot u_i, \end{cases} \quad i = \overline{1, N}. \quad (18)$$

$$\begin{cases} h_i = f \left(\beta_0, \dots, \beta_3, h_{i-1}, \dots, h_{i-3}, \alpha_1, \dots, \alpha_4, y_{i-1}^k, \dots, y_{i-4}^k \right), \\ u_i = u_{i-1} + q_0 \cdot (y_i^3 - h_i - y_i^k) + \\ + q_1 \cdot (y_{i-1}^3 - h_{i-1} - y_{i-1}^k), \\ y_{i+1}^k = a \cdot y_i^k + b \cdot u_i, \end{cases} \quad i = \overline{5, N}. \quad (19)$$

Динамические характеристики в приращениях представлены на рис. 3.

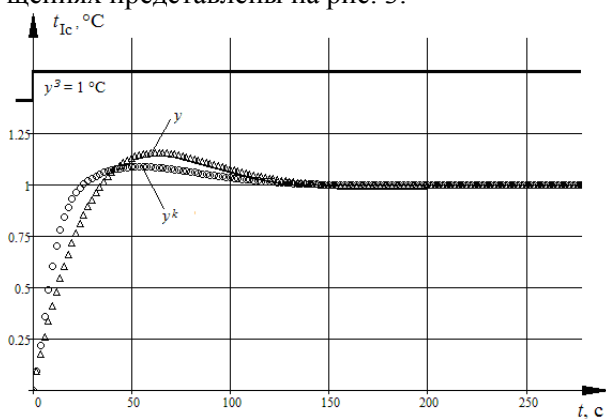


Рис. 3. Динамические характеристики цифровой САР при номинальных значениях параметров ПФ объекта: y – замкнутой системы без КЗ; y^k – замкнутой системы с КЗ

Аналогично осуществим расчёт переходных процессов (рис. 4) замкнутых систем при допустимых значениях параметров ПФ объекта (табл. 1).

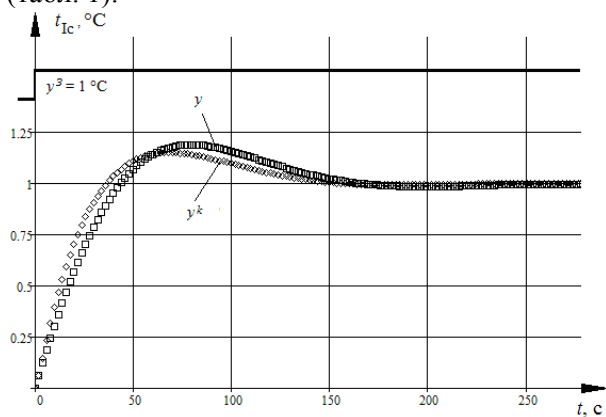


Рис. 4. Динамические характеристики цифровой САР при допустимых значениях параметров ПФ объекта: y – замкнутой системы без КЗ; y^k – замкнутой системы с КЗ

Проведём расчёт переходных процессов замкнутых систем при следующих промежуточных значениях параметров объекта регулирования:

$$k_i = 3,06 \text{ } ^\circ\text{N}/\%; \quad T_l = 109,65 \text{ с};$$

или в дискретной форме:

$$a = 0,982; \quad b = 0,056 \text{ } ^\circ\text{N}/\%.$$

По критерию

$$S = \sum_{j=1}^N (y_j^3 - y_j)^2$$

осуществим расчёт значений интегрально-квадратичной ошибки для всех рассчитанных вариантов (табл. 2).

Интегрально-квадратичная ошибка

САР	Значения параметров модели объекта регулирования		
	Номинальные	Промежуточные	Возможно допустимые
Без КЗ	10,681	12,44	14,56
С КЗ	7,248	9,021	11,24

Переходный процесс системы с КЗ при возможно допустимых параметрах объекта практически полностью совпадает с переходным процессом системы без КЗ при номинальных параметрах объекта. Отсутствие полного совпадения объясняется наличием допущений при синтезе КЗ.

Алгоритм синтеза корректирующего контура цифровой системы регулирования низкой чувствительности работоспособен и обеспечивает требуемые динамические свойства. При увеличении вариации параметров динамическая характеристика системы с КЗ обладает свойством приближения к динамической характеристике системы без КЗ при номинальных параметрах модели объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ермаченко, А.И. Методы синтеза линейных систем управления низкой чувствительности [Текст] / А.И. Ермаченко. – М.: «Радио и связь», 1981. – 105 с.
2. Применение одного из методов теории чувствительности для идентификации нестационарного объекта управления [Текст] / В.С. Кудряшов, С.В. Рязанцев, О.В. Тарабрина, Д.А. Свиридов // Вестник ВГТА. Серия: информационные технологии, моделирование и управление. 2011. - № 2. – С. 52 – 56.
3. Синтез цифровых систем управления технологическими объектами [Текст] учеб. пособие / В.С. Кудряшов, В.К. Битюков, М.В. Алексеев, С.В. Рязанцев. - Воронеж, 2005. – 336 с.
4. Идентификация каналов многосвязного нестационарного объекта [Текст] / В.С. Кудряшов, С.В. Рязанцев, А.В. Иванов // Мехатроника, автоматизация, управление. –2007. -№ 7. – С. 16-21.