

## Математическая модель тепло- и массопереноса при вакуумной сушке арахиса с комбинированным теплоподводом

Сергей А. Никель<sup>1</sup> sergei.nickel@ya.ru  0000-0001-9043-9452

Сергей В. Лавров<sup>1</sup> ya-serglavrov@ya.ru  0000-0002-7031-7738

Александр С. Белозерцев<sup>1</sup> alex\_bel77@mail.ru  0000-0002-7391-0254

1 Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

**Аннотация.** В работе представлена математическая модель тепло- и массопереноса для вакуумной сушки арахиса с комбинированным теплоподводом. Модель учитывает два основных периода процесса: поверхностного и внутреннего испарения. Для каждого периода составлены уравнения кинетики сушки и теплового баланса, проведена их линеаризация и получены аналитические и численные решения. Результаты моделирования показали, что влагосодержание арахиса снижается с падающей скоростью, стремясь к равновесному значению. Скорость этого процесса возрастает с увеличением коэффициента сушки. На динамику температуры материала существенное влияние оказывают такие параметры, как удельная поверхность теплопередачи, коэффициент теплопередачи и температура нагревателя. Повышение каждого из них приводит к более интенсивному росту температуры продукта. На основе модели решена задача оптимального управления процессом с критериями минимизации продолжительности сушки при ограничении на максимально допустимую температуру материала. Показано, что оптимальный режим заключается в максимально быстром нагреве продукта до допустимого предела с последующим поддержанием этой температуры за счет управляемого изменения температуры нагревателя. Установлено, что реализация оптимального непрерывного или ступенчатого режима существенно сокращает время сушки по сравнению с режимом постоянной температуры нагревателей. Основные выводы работы: разработанная модель адекватно описывает физическую картину процесса вакуумной сушки с комбинированным теплоподводом; определены эффективные стратегии управления теплоподводом, обеспечивающие сокращение продолжительности сушки без превышения допустимой температуры продукта. Полученные результаты имеют практическую значимость для проектирования и оптимизации работы вакуумных сушильных аппаратов.

**Ключевые слова:** вакуумная сушка, арахис, тепло- и массоперенос, математическое моделирование, комбинированный теплоподвод, оптимальное управление, кинетика сушки.

## Mathematical model of heat and mass transfer during the vacuum drying of peanuts with combined heat supply

Sergey A. Nickel<sup>1</sup> sergei.nickel@ya.ru  0000-0001-9043-9452

Sergey V. Lavrov<sup>1</sup> ya-serglavrov@ya.ru  0000-0002-7031-7738

Alexandr S. Belozertsev<sup>1</sup> alex\_bel77@mail.ru  0000-0002-7391-0254

1 Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

**Abstract.** The paper presents a mathematical model of heat and mass transfer for the vacuum drying of peanuts with combined heat input. The model takes into account two main stages of the process: surface evaporation and internal evaporation. For each stage, drying kinetic equations and heat balance equations were formulated, linearized, and solved both analytically and numerically. The simulation results showed that the moisture content of peanuts decreases at a decreasing rate, approaching an equilibrium value. The rate of this process increases with a higher drying coefficient. The dynamics of the material temperature are significantly influenced by such parameters as the specific heat transfer surface area, the heat transfer coefficient, and the heater temperature. An increase in any of these parameters leads to a more intensive rise in product temperature. Based on the model, an optimization problem for process control was solved, with criteria including minimizing drying time under a constraint on the maximum allowable material temperature. It was shown that the optimal regime consists of heating the product to the allowable limit as quickly as possible, followed by maintaining this temperature through controlled adjustment of the heater temperature. It was established that implementing an optimal continuous or stepwise regime significantly reduces drying time compared to a constant heater temperature regime. The main conclusions of the work are: the developed model adequately describes the physical nature of the vacuum drying process with combined heat input; effective heat input control strategies were identified, ensuring a reduction in drying time without exceeding the allowable product temperature. The obtained results are of practical importance for the design and optimization of vacuum drying equipment.

**Keywords:** vacuum drying, peanuts, heat and mass transfer, mathematical modeling, combined heat input, optimal control, drying kinetics.

### Введение

Арахис является ценным сырьем для пищевой промышленности. От выбора способа сушки и режимных параметров этого термолабильного материала существенно зависят интенсивность сушки, исключающая потерю материала из-за его порчи, способность высушенному материала к длительному хранению,

а также его качественные показатели [1–5]. Использование «мягких» температурных режимов положительно сказывается на качестве материала при его последующей обжарке. Это и определило выбор вакуумного способа сушки с комбинированным теплоподводом, в полной мере отвечающего всем перечисленным требованиям [6–10].

#### Для цитирования

Никель С.А., Лавров С.В., Белозерцев А.С. Математическая модель тепло- и массопереноса при вакуумной сушке арахиса с комбинированным теплоподводом // Вестник ВГУИТ. 2025. Т. 87. № 4. С. 173–180. doi:10.20914/2310-1202-2025-4-173-180

#### For citation

Nikel S.A., Lavrov S.V., Belozertsev A.S. Mathematical model of heat and mass transfer during the vacuum drying of peanuts with combined heat supply. Vestnik VGUIt [Proceedings of VSUET]. 2025. vol. 87. no. 4. pp. 173–180. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2025-4-173-180

## Материалы и методы

Считаем, что процесс протекает в сушильной камере, содержащей пар удаляемой жидкости и незначительное количество посторонних газов (в том числе воздуха), которые непрерывно удаляются из камеры так, что в ней поддерживается постоянное давление  $p \approx p_n = const$ .

Камера снабжена нагревателями, их температура  $T_c$  является управляемым параметром. Передача теплоты от нагревателей к материалу может быть кондуктивной, конвективной, радиационной или совокупной. В последнем случае теплота передается всеми тремя способами одновременно, то есть имеет место сложный теплообмен.

Составим математическое описание обоих периодов сушки: периода поверхностного испарения (1-го периода сушки) и периода внутреннего испарения (2-го периода сушки) при комбинированном теплоподводе.

## Результаты

Период поверхностного испарения (1-й период сушки). В этом периоде испарение влаги локализовано на поверхности материала и скорость ее испарения определяется интенсивностью внутреннего и внешнего подвода теплоты к поверхности испарения. Поэтому уравнение кинетики сушки имеет вид:

$$\begin{aligned} du_1(\tau) / d\tau &= -(rM)^{-1} \times \\ &\times [k_\lambda F_t(T_1(\tau) - T_s) + k_\alpha F_t(T_c - T_s)], \end{aligned} \quad (1)$$

Температуру насыщенного пара (она равна температуре поверхности продукта) принимаем  $T_c = const$ . В уравнении (1) и далее по тексту индексы 1 и 2 у переменных  $u(\tau)$  и  $T(\tau)$  относят его к 1-му и 2-му периодам сушки.

Уравнение теплового баланса:

$$\begin{aligned} k_\alpha F_t(T_c - T_s) &= M(c + c_b u_1(\tau)) \times \\ &\times dT_1(\tau) / d\tau - rMdu_1(\tau) / d\tau. \end{aligned} \quad (2)$$

где левая часть представляет тепловой поток от нагревателей к поверхности материала, а первый и второй члены правой части – тепловые потоки, направленные, соответственно на изменение средней температуры материала и на испарение влаги. Коэффициент теплопередачи  $k_\alpha$  учитывает различные виды внешнего теплообмена – контактную теплопроводность, конвекцию и излучение (в линейном приближении), а коэффициент  $k_\lambda$  представляет механизм внутреннего теплопереноса путем обычной теплопроводности и перемещения влаги в порах (капиллярах). Оба эти коэффициента условно приведены к общей поверхности теплопередачи  $F_t$ .

Известно, что значения удельной теплопроводности различных материалов и удельной теплоты испарения в зависимости от температуры изменяются в довольно узком диапазоне. Поэтому в дальнейшем считаем, что величины  $c, c_b, r$  не зависят от температуры в пределах ее изменения в данном процессе. Кроме того, принимаем приближенно

$$c_{mn} = c + c_b u_1 \approx c + c_b u_n. \quad (3)$$

Такое допущение оправдано, поскольку производная  $dT_1(\tau) / d\tau$  существенна лишь в начальной стадии первого периода, когда величина  $u_1(\tau)$  незначительно отличается от начального влагосодержания материала  $u_n$ . В этом случае система уравнений (1), (2) становится линейной.

Введя безразмерные комплексы  $K_r, K_\lambda, K_\alpha$  и перейдя к безразмерным переменным  $t_1 = T_1 / T_s$ ,  $t_c = T_c / T_s$  и  $\theta = K\tau$ , получим решение системы (1), (2):

$$\begin{aligned} u_1(\theta) &= u_n + K_\alpha K_r^{-1} \theta - K_r^{-1} (t_n - 1) \times \\ &\times [1 - \exp(-K_\lambda \theta)] - K_\alpha K_r^{-1} \int_0^\theta t_c(\theta - \eta) d\eta; \end{aligned} \quad (4)$$

$$t_1(\theta) = 1 + (t_n - 1) \exp(-K_\lambda \theta). \quad (5)$$

$$u_1(0) = u_n$$

$$t_1(0) = t_n.$$

Безразмерный комплекс  $t_n = T_n / T_s$ , где  $T_n$  – начальная температура материала.

В частном случае, при  $t_c = const$  из (4) следует:

$$\begin{aligned} u_1(\theta) &= u_n + K_\alpha K_r^{-1} (t_c - 1) \theta - \\ &- K_r^{-1} (t_n - 1) [1 - \exp(-K_\lambda \theta)]; \end{aligned} \quad (6)$$

Период внутреннего испарения (2-й период сушки). Существенным признаком рассматриваемого периода является рассредоточение зоны испарения влаги по объему материала. Основным фактором, лимитирующим скорость сушки в этом периоде, является скорость внутреннего влагопереноса, и уравнение кинетики сушки имеет вид:

$$du_2(\tau) / d\tau = -K(u_2(\tau) - u_p), \quad (7)$$

Равновесное влагосодержание  $u_p$  зависит от давления пара и температуры материала, но при достаточно низком остаточном давлении оно практически близко к нулю. Тогда

$$du_2(\tau) / d\tau = -K \cdot u_2(\tau) \quad (8)$$

Уравнение теплового баланса запишем в виде:

$$\begin{aligned} k_t F_t (T_c - T_2(\tau)) &= M [c + c_b u_2(\tau)] dT_2(\tau) / d\tau - \\ &- M [r + c_n (T_2(\tau) - T_s)] du_2(\tau) / d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

Левая часть уравнения (9) представляет тепловой поток от нагревателей в объем материала, а второй член правой части – суммарный поток, идущий на испарение и перегрев пара. Коэффициент  $k_t$  учитывает как внешние, так и внутренние механизмы переноса теплоты.

Обычно величина  $c_n(T_2(\tau) - T_s)$ , входящая в уравнение (9), мала по сравнению с  $r$ , и ею можно пренебречь. Кроме того, будем считать, что величины  $c, c_b, r$  не зависят от температуры в пределах ее изменения в данном процессе.

Разделив левую и правую часть уравнения (9) на  $M$  и объединив его с (8) получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} k_m f_m(T_c - T_2(\tau)) &= (c + c_e u_2(\tau)) \times \\ &\times dT_2(\tau) / d\tau - r \times du_2(\tau) / d\tau; \\ du_2(\tau) / d\tau &= -K \times u_2(\tau); \quad (10) \\ u_2(\tau^*) &= u_1(\tau^*) = u^*; \\ T_2(\tau^*) &= T_1(\tau^*) = T^*, \end{aligned}$$

где  $\tau^*$  – момент времени, соответствующий переходу от режима поверхностного испарения в режим внутреннего испарения, с;  $u^*$  – «критическое» влагосодержание материала, кг влаги/кг сухого материала;  $T^*$  – температура материала в конце 1-го периода сушки,

Уравнение (8) является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными. Результатом его решения является:

$$u_2(\tau) = u^* \exp(-K\tau). \quad (11)$$

Подставив (8) и (11) в уравнение (10) получим:

$$k_t f_t(T_c - T_2(\tau)) = (c + c_b \cdot u^* \exp(-K\tau)) \times \\ \times dT_2(\tau) / d\tau + r \cdot K \cdot u^* \exp(-K\tau)$$

Тогда

$$\begin{aligned} dT_2(\tau) / d\tau &= \\ &= \frac{k_t f_t(T_c - T_2(\tau)) - r \cdot K \cdot u^* \cdot \exp(-K\tau)}{c + c_b \cdot u^* \cdot \exp(-K\tau)}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$u_2(\tau^*) = u_1(\tau^*) = u^*;$$

$$T_2(\tau^*) = T_1(\tau^*) = T^*.$$

В случае отсутствия 1-го периода сушки, начальными условиями будут

$$u_2(0) = u_h; \quad (13)$$

$$T_2(0) = T_h. \quad (14)$$

Уравнение (12) является линейным дифференциальным уравнением 1-го порядка, решение которого можно найти методом Бернули или методом вариации произвольной постоянной. Однако при решении возникают интегралы, которые нельзя вычислить на классе элементарных функций. Поэтому были проведены вычислительные эксперименты в среде редактора MathCAD и получены решения уравнений (11) и (12) в виде графических зависимостей  $u(\tau)$  и  $T(\tau)$  с известными начальными условиями  $u(\tau_0)$  и  $T(\tau_0)$ . Поведение переменных параметров материала во 2-м периоде показано на рисунках 1–5.

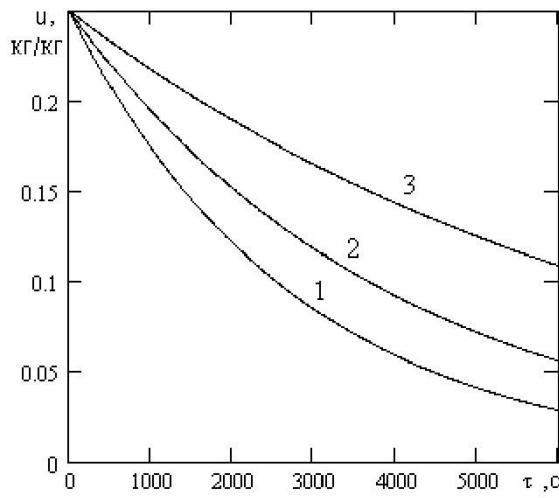


Рисунок 1. Расчетные кривые сушки арахиса при  $p = 9,8 \text{ кПа}$ ,  $T_c = 323 \text{ К}$ ,  $k_t = 60 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $f_t = 0,16 \text{ м}^2/\text{кг}$  для различных значений коэффициента сушки  $K$ ,  $\text{ч}^{-1}$ : 1 – 1,3; 2 – 0,9; 3 – 0,5

Figure 1. Calculated drying curves for peanuts at  $p = 9.8 \text{ kPa}$ ,  $T_c = 323 \text{ K}$ ,  $k_t = 60 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $f_t = 0.16 \text{ m}^2/\text{kg}$  for various values of the drying coefficient  $K$ ,  $\text{h}^{-1}$ : 1 – 1.3; 2 – 0.9; 3 – 0.5

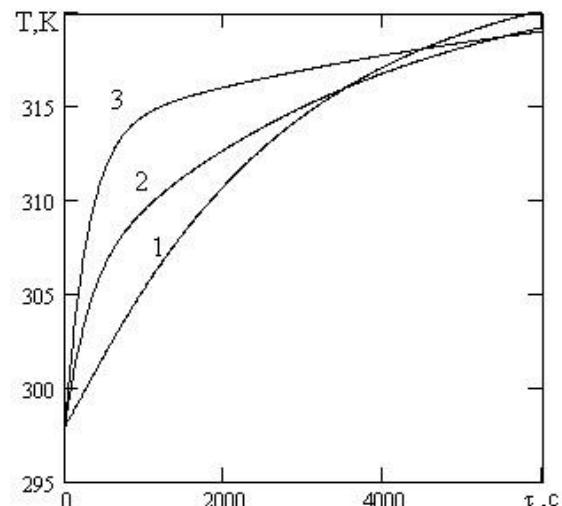


Рисунок 2. Расчетные температурные кривые процесса вакуумной сушки арахиса при  $p = 9,8 \text{ кПа}$ ,  $T_c = 323 \text{ К}$ ,  $k_t = 60 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $f_t = 0,16 \text{ м}^2/\text{кг}$  для различных значений коэффициента сушки  $K$ ,  $\text{ч}^{-1}$ : 1 – 1,3; 2 – 0,9; 3 – 0,5

Figure 2. Calculated temperature curves of the vacuum drying process for peanuts at  $p = 9.8 \text{ kPa}$ ,  $T_c = 323 \text{ K}$ ,  $k_t = 60 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $f_t = 0.16 \text{ m}^2/\text{kg}$  for various values of the drying coefficient  $K$ ,  $\text{h}^{-1}$ : 1 – 1.3; 2 – 0.9; 3 – 0.5

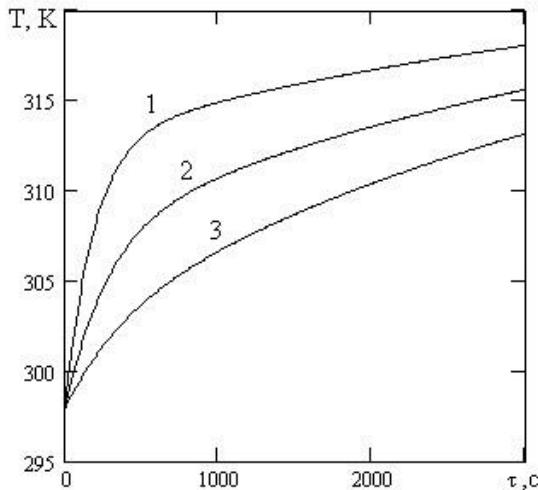


Рисунок 3. Расчетные температурные кривые процесса вакуумной сушки арахиса при  $p = 9,8 \text{ кПа}$ ,  $K = 0,87 \text{ ч}^{-1}$ ,  $T_c = 323 \text{ К}$ ,  $k_t = 60 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  для различных значений удельной поверхности теплопередачи  $f_t$ ,  $\text{м}^2/\text{кг}$ : 1 – 0,25; 2 – 0,17; 3 – 0,13

Figure 3. Calculated temperature curves of the vacuum drying process for peanuts at  $p = 9.8 \text{ kPa}$ ,  $K = 0.87 \text{ h}^{-1}$ ,  $T_c = 323 \text{ K}$ ,  $k_t = 60 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  for various values of the specific heat transfer surface area  $f_t$ ,  $\text{m}^2/\text{kg}$ : 1 – 0.25; 2 – 0.17; 3 – 0.13

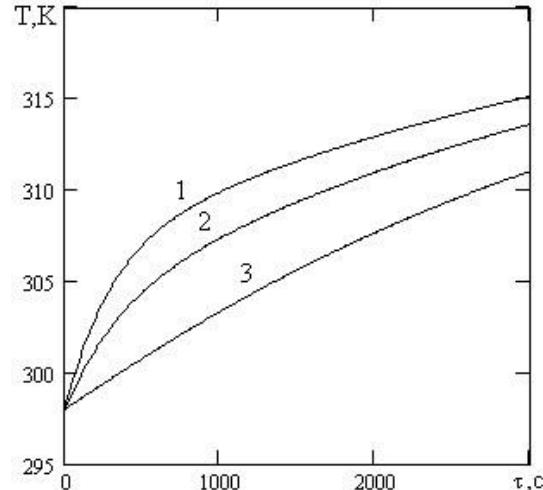


Рисунок 4. Расчетные температурные кривые процесса вакуумной сушки арахиса при  $p = 9,8 \text{ кПа}$ ,  $K = 0,87 \text{ ч}^{-1}$ ,  $T_c = 323 \text{ К}$ ,  $f_t = 0,16 \text{ м}^2/\text{кг}$  для различных значений коэффициента теплопередачи  $k_t$ ,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ : 1 – 60; 2 – 50; 3 – 40

Figure 4. Calculated temperature curves of the vacuum drying process for peanuts at  $p = 9.8 \text{ kPa}$ ,  $K = 0.87 \text{ h}^{-1}$ ,  $T_c = 323 \text{ K}$ ,  $f_t = 0.16 \text{ m}^2/\text{kg}$  for various values of the heat transfer coefficient  $k_t$ ,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ : 1 – 60; 2 – 50; 3 – 40

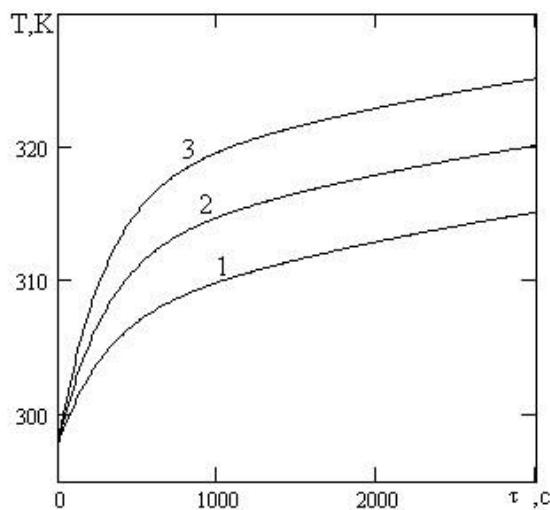


Рисунок 5. Расчетные температурные кривые процесса сушки арахиса при  $p = 9,8$  кПа,  $K = 0,87 \text{ ч}^{-1}$ ,  $f_t = 0,16 \text{ м}^2/\text{кг}$ ,  $k_t = 60 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  для различных значений температуры нагревателя  $T_c$ , К: 1 – 323; 2 – 328; 3 – 333

Figure 5. Calculated temperature curves of the drying process for peanuts at  $p = 9.8 \text{ kPa}$ ,  $K = 0.87 \text{ h}^{-1}$ ,  $f_t = 0.16 \text{ m}^2/\text{kg}$ ,  $k_t = 60 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  for various values of the heater temperature  $T_c$ , K: 1 – 323; 2 – 328; 3 – 333

Влагосодержание арахиса (рисунок 1) уменьшается с падающей скоростью, стремясь к равновесному значению, причем тем значительнее, чем выше значение коэффициента сушки  $K$ . Скорость повышения температуры арахиса в начале процесса (рисунок 2) напротив ниже при больших значениях коэффициента сушки, поскольку значительная часть передаваемой теплоты расходуется на испарение влаги из материала, а не на повышение его температуры. Однако по истечении определенного времени отмечается более интенсивное повышение температуры материала при более высоких значениях  $K$ . Температура материала повышается тем быстрее, чем больше значения удельной поверхности теплопередачи  $f_t$  (рисунок 3), коэффициента теплопередачи  $k_t$  (рисунок 4) и температуры нагревателя  $T_c$  (рисунок 5).

Оптимальное управление процессом вакуумной сушки. Основные критерии оптимизации сушильных процессов, мало зависящие от изменчивой конъюнктуры и сравнительно просто поддающиеся количественной оценке, таковы (в приоритетном порядке): качество получаемого продукта, удельные энергозатраты (на единицу массы испаренной влаги) и продолжительность сушки. При вакуумной сушке удельные энергозатраты слабо зависят от интенсивности процесса, поэтому главными критериями

остаются качество продукта и продолжительность сушки. Первый из них обычно задают в виде ограничения на температуру материала (в некоторых случаях во избежание растрескивания и коробления материала ограничивают также градиенты температуры и влагосодержания). Поскольку с повышением температуры материала скорость влагоудаления всегда возрастает, задача оптимизации сводится к управлению теплоподводом так, чтобы материал максимально быстро нагрелся до допустимой температуры, а далее его температура оставалась постоянной. Максимально быстрый нагрев материала можно обеспечить, максимально увеличив температуру нагревателя  $T_{c1}$  в начале процесса. В этом случае  $T_{c1}$  ограничена только допустимым градиентом температуры для данного материала. В ходе дальнейшего процесса температура материала должна оставаться постоянной и равной максимально допустимой для данного продукта, т. е.

$$\begin{aligned} T_1(\tau) &= \text{var}; \\ T_{c1} &= T_{\max} = \text{const}. \end{aligned} \quad (15)$$

$$T_2(\tau) = T_d = \text{const}; T_{c2}(\tau) = \text{var}. \quad (16)$$

Хотя  $T_d$  может изменяться при переходе от одного к другому режиму сушки, далее для простоты считаем ее постоянной. Следовательно, задача оптимизации процесса состоит в определении такой функции  $T_c(\tau)$ , которая обеспечивала бы выполнение условий (15), (16).

Будем считать, что процесс с самого начала вступает в стадию внутреннего испарения.

Для начального этапа уравнения (11), (12) запишутся в виде:

$$\begin{aligned} u_1(\tau) &= u_h \exp(-K\tau). \\ dT_1(\tau)/d\tau &= \\ &= \frac{k_t f_t (T_{\max} - T_1(\tau)) - r \cdot K \cdot u_h \cdot \exp(-K\tau)}{c + c_b \cdot u_h \cdot \exp(-K\tau)}; \end{aligned}$$

После достижения температуры материала  $T_1(\tau) = T_d$ , что соответствует моменту времени  $\tau_{kp}$  начинает выполняться условие  $dT_2(\tau)/d\tau = 0$ . Найдем функцию  $T_{c2}(\tau)$  которая обеспечит выполнение условия  $dT_2(\tau)/d\tau = 0$ .

$$\frac{k_t f_t (T_{c2}(\tau) - T_d) - r \cdot K \cdot u_h \cdot \exp(-K\tau)}{c + c_b \cdot u_h \cdot \exp(-K\tau)} = 0 \quad (17)$$

Тогда:

$$T_{c2}(\tau) = T_d + r \cdot K \cdot u_h \cdot \exp(-K\tau) / k_t f_t \quad (18)$$

Практическая реализация оптимального теплового режима сушки путем непрерывного изменения температуры нагревателей в соответствии с формулой (18) требует специальной системы программного управления. Техническое решение этой задачи упрощается при ступенчатом изменении температуры нагревателей. Особенно просто такой режим теплоподвода осуществляется в аппаратах непрерывного действия, где по ходу перемещения материала устанавливаются нагреватели разной мощности.

В качестве примера проиллюстрируем кинетику процесса вакуумной сушки арахиса в аппарате с комбинированным теплоподводом при различных режимах теплоподвода (рисунок 6). Видно, что при оптимальном непрерывном и ступенчатом режимах сушка протекает существенно быстрее, чем при постоянной температуре нагревателей.

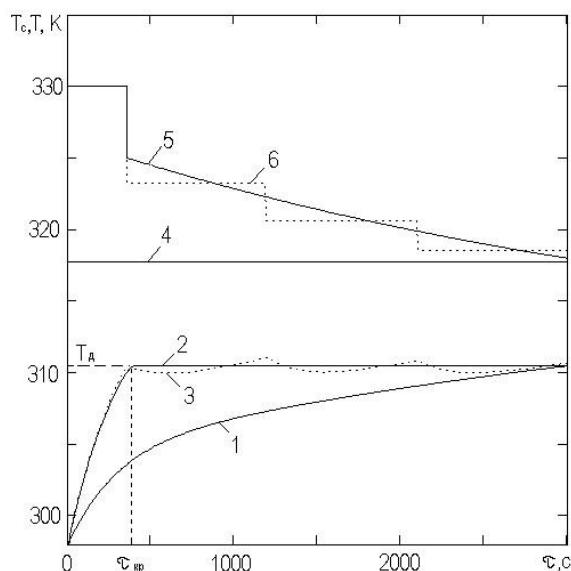


Рисунок 6. Расчетные зависимости температуры материала и нагревателей от времени в процессе сушки арахиса при  $p = 9,8$  кПа: 1 – при постоянной температуре нагревателей  $T_c = 317$  К; 2,3 – при непрерывном оптимальном и ступенчатом теплоподводе; линии 4,5,6 – соответствующие функции  
Figure 6. Calculated dependences of material and heater temperatures on time during the peanut drying process at  $p = 9.8$  kPa: 1 – at constant heater temperature = 317 K; 2, 3 – with continuous optimal and stepped heat supply; lines 4, 5, 6 – the corresponding functions

## Заключение

В представленной работе разработана математическая модель тепло- и массопереноса для процесса вакуумной сушки арахиса с комбинированным теплоподводом. Модель учитывает особенности двух основных периодов сушки: периода поверхностного и периода внутреннего испарения.

Проведённое математическое описание позволило получить аналитические и численные решения, описывающие изменение влагосодержания и температуры материала во времени. На основе модели исследовано влияние ключевых технологических параметров: коэффициента сушки ( $K$ ), коэффициента теплопередачи ( $k_t$ ), удельной поверхности теплопередачи ( $f_t$ ) и температуры нагревателя ( $T_c$ ). Результаты вычислительных экспериментов, представленные в виде графических зависимостей, наглядно демонстрируют кинетику процесса и взаимосвязь управляющих факторов.

Сравнение расчётных данных с экспериментальными результатами подтвердило адекватность предложенной модели.

На основе разработанной модели предложен подход к оптимальному управлению процессом сушки. Критериями оптимизации определены качество продукта (ограничение по максимально допустимой температуре материала) и продолжительность процесса. Показано, что оптимальный режим заключается в максимально быстром нагреве материала до допустимого температурного предела с последующим поддержанием этой температуры за счёт программируемого снижения температуры нагревателя. Доказано, что реализация такого режима – как непрерывного, так и упрощённого ступенчатого – позволяет существенно сократить время сушки по сравнению с изотермическим режимом.

Таким образом, работа вносит вклад в теорию сушки термолабильных материалов, предлагая обоснованную математическую модель и практические решения по интенсификации вакуумной сушки арахиса с сохранением его качественных характеристик. Полученные результаты могут быть использованы для расчёта, проектирования и автоматизации сушильных установок комбинированного действия в пищевой промышленности.

## Литература

- Mansour N.E., Villagran E., Rodriguez J. et al. Effect of Drying Conditions on Kinetics, Modeling, and Thermodynamic Behavior of Marjoram Leaves in an IoT-Controlled Vacuum Dryer // Sustainability. 2025. V. 17. № 13. P. 5980.
- Chupawa P., Suksamran W., Jaisut D. et al. Combined heat and mass transfer associated with kinetics models for analyzing convective stepwise drying of carrot cubes // Foods. 2022. V. 11. № 24. P. 4045.
- Chen C., Pan Z. An overview of progress, challenges, needs and trends in mathematical modeling approaches in food drying // Drying Technology. 2023. V. 41. № 16. P. 2586–2605.

- 4 Basso A.N.S., Erdem T., Öztekin S. Analysis of Drying Kinetics and Mathematical Modelling of Peanut Pods using Sunlight, Hot Air, and Microwaves Drying Processes // Turkish Journal of Agriculture-Food Science and Technology. 2025. V. 13. № 2. P. 368–375.
- 5 Sorokova N., Didur V., Variny M. Mathematical modeling of heat and mass transfer during moisture–heat treatment of castor beans to improve the quality of vegetable oil // Agriculture. 2022. V. 12. № 9. P. 1356.
- 6 Delfiya D.A., Prashob K., Murali S. et al. Drying kinetics of food materials in infrared radiation drying: A review // Journal of Food Process Engineering. 2022. V. 45. № 6. P. e13810. doi: 10.1111/jfpe.13810
- 7 Jimoh K.A., Hashim N., Shamsudin R. et al. Recent advances in the drying process of grains // Food Engineering Reviews. 2023. V. 15. № 3. P. 548–576.
- 8 Chen P., Chen N., Zhu W. et al. A heat and mass transfer model of peanut convective drying based on a two-component structure // Foods. 2023. V. 12. № 9. P. 1823.
- 9 Щегольков А.В. Математическое моделирование комбинированной ИК- и СВЧ-сушки растительного сырья в условиях вакуума // Наука в Центральной России. 2024. № 6 (72). С. 158–167. doi: 10.35887/2305-2538-2024-6-158-167
- 10 Ермолов В.А. Разработка математической модели низкотемпературной вакуумной сушки сыров // Вестник Красноярского государственного аграрного университета. 2021. № 1 (166). С. 134–142.
- 11 Казарцев Д.А. Разработка общих видов математических моделей сушки пищевых продуктов с СВЧ-энергоподводом на основе законов химической кинетики гетротермических процессов // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2021. Т. 83. № 3 (89). С. 17–22.
- 12 Almeida R.D., Duarte M.E.M., Mata M.E.R.C. et al. Drying behavior and thermodynamic properties of cashew nut almonds in thin layers: A mathematical modeling approach // Heliyon. 2025. V. 11. № 1. P. ... (необходимо указать номер статьи или страницы).
- 13 Lončar B., Pezo L. Mathematical modeling approach and simulation in food drying applications // Foods. 2024. V. 13. № 3. P. 384. doi: 10.3390/foods13030384
- 14 An J., Yan J., Wei H. et al. Investigation of the kinetic dynamics in the intermittent microwave–hot-air combined drying of peanut pods // Agriculture. 2024. V. 14. № 12. P. 2259. doi: 10.3390/agriculture14122259
- 15 Zhang T., Wang Y., Chen P. et al. Research Progress on Post-Harvest Drying, Storage, and Processing of Peanuts: A Review // Food Reviews International. 2025. P. 1–27. doi: 10.1080/87559129.2025.2487898
- 16 Нилова Л.П., Малютенкова С.М. Анализ биохимического состава и антиоксидантных свойств орехов, реализуемых на потребительском рынке // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2020. Т. 82. № 2 (84). С. 124–130.
- 17 Ndikwu M.C., Ibeh M., Ekop I. et al. Analysis of the heat transfer coefficient, thermal effusivity and mathematical modelling of drying kinetics of a partitioned single pass low-cost solar drying of cocoyam chips with economic assessments // Energies. 2022. V. 15. № 12. P. 4457.
- 18 Lotfy E.R., Harun Z., Taip F.S. Conjugate heat and mass transfer modelling for food drying process optimization // International Journal of Food Engineering. 2025. V. 21. № 12. P. 803–819. doi: 10.1515/ijfe-2025-0137
- 19 Talele, P., Chaudhari, V. D., Talele, H. et al. Evolution of Drying Process Modeling: From Mathematical Foundations to Machine Learning-Driven Prediction and Control // Journal of Food Process Engineering. – 2025. – Т. 48. – № 12. – С. e70300.
- 20 Tuly S.S., Mahiuddin M., Karim A. Mathematical modeling of nutritional, color, texture, and microbial activity changes in fruit and vegetables during drying: A critical review // Critical Reviews in Food Science and Nutrition. 2023. V. 63. № 13. P. 1877–1900. doi: 10.1080/10408398.2021.1969533

## References

- 1 Mansour N.E., Villagran E., Rodriguez J. et al. Effect of Drying Conditions on Kinetics, Modeling, and Thermodynamic Behavior of Marjoram Leaves in an IoT-Controlled Vacuum Dryer. Sustainability. 2025. vol. 17. no. 13. article 5980.
- 2 Chupawa P., Suksamran W., Jaisut D. et al. Combined heat and mass transfer associated with kinetics models for analyzing convective stepwise drying of carrot cubes. Foods. 2022. vol. 11. no. 24. article 4045.
- 3 Chen C., Pan Z. An overview of progress, challenges, needs and trends in mathematical modeling approaches in food drying. Drying Technology. 2023. vol. 41. no. 16. pp. 2586–2605.
- 4 Basso A.N.S., Erdem T., Öztekin S. Analysis of Drying Kinetics and Mathematical Modelling of Peanut Pods using Sunlight, Hot Air, and Microwaves Drying Processes. Turkish Journal of Agriculture-Food Science and Technology. 2025. vol. 13. no. 2. pp. 368–375.
- 5 Sorokova N., Didur V., Variny M. Mathematical modeling of heat and mass transfer during moisture–heat treatment of castor beans to improve the quality of vegetable oil. Agriculture. 2022. vol. 12. no. 9. article 1356.
- 6 Delfiya D.A., Prashob K., Murali S. et al. Drying kinetics of food materials in infrared radiation drying: A review. Journal of Food Process Engineering. 2022. vol. 45. no. 6. article e13810. doi: 10.1111/jfpe.13810
- 7 Jimoh K.A., Hashim N., Shamsudin R. et al. Recent advances in the drying process of grains. Food Engineering Reviews. 2023. vol. 15. no. 3. pp. 548–576.
- 8 Chen P., Chen N., Zhu W. et al. A heat and mass transfer model of peanut convective drying based on a two-component structure. Foods. 2023. vol. 12. no. 9. article 1823.
- 9 Shchegolkov A.V. Mathematical modeling of combined IR- and microwave-vacuum drying of plant raw materials. Science in Central Russia. 2024. no. 6 (72). pp. 158–167. doi: 10.35887/2305-2538-2024-6-158-167 (in Russian).
- 10 Ermolayev V.A. Development of a mathematical model of low-temperature vacuum drying of cheeses. Bulletin of the Krasnoyarsk State Agrarian University. 2021. no. 1 (166). pp. 134–142. (in Russian).
- 11 Kazartsev D.A. Development of general types of mathematical models for drying food products with microwave energy input based on the laws of chemical kinetics of heterogeneous processes. Bulletin of the Voronezh State University of Engineering Technologies. 2021. vol. 83. no. 3 (89). pp. 17–22. (in Russian).

- 12 Almeida R.D., Duarte M.E.M., Mata M.E.R.C. et al. Drying behavior and thermodynamic properties of cashew nut almonds in thin layers: A mathematical modeling approach. *Heliyon*. 2025. vol. 11. no. 1. article e... [Note: Please insert the specific article number or page range once available].
- 13 Lončar B., Pezo L. Mathematical modeling approach and simulation in food drying applications. *Foods*. 2024. vol. 13. no. 3. article 384. doi: 10.3390/foods13030384.
- 14 An J., Yan J., Wei H. et al. Investigation of the kinetic dynamics in the intermittent microwave–hot-air combined drying of peanut pods. *Agriculture*. 2024. vol. 14. no. 12. article 2259. doi: 10.3390/agriculture14122259.
- 15 Zhang T., Wang Y., Chen P. et al. Research Progress on Post-Harvest Drying, Storage, and Processing of Peanuts: A Review. *Food Reviews International*. 2025. pp. 1–27. doi: 10.1080/87559129.2025.2487898.
- 16 Nilova L.P., Mal'yutenkova S.M. Analysis of the biochemical composition and antioxidant properties of nuts sold on the consumer market. *Bulletin of the Voronezh State University of Engineering Technologies*. 2020. vol. 82. no. 2 (84). pp. 124–130. (in Russian).
- 17 Ndukwu M.C., Ibeh M., Ekop I. et al. Analysis of the heat transfer coefficient, thermal effusivity and mathematical modelling of drying kinetics of a partitioned single pass low-cost solar drying of cocoyam chips with economic assessments. *Energies*. 2022. vol. 15. no. 12. article 4457.
- 18 Lotfy E.R., Harun Z., Taip F.S. Conjugate heat and mass transfer modelling for food drying process optimization. *International Journal of Food Engineering*. 2025. vol. 21. no. 12. pp. 803–819. doi: 10.1515/ijfe-2025-0137.
- 19 Talele P., Chaudhari V.D., Talele H. et al. Evolution of Drying Process Modeling: From Mathematical Foundations to Machine Learning-Driven Prediction and Control. *Journal of Food Process Engineering*. 2025. vol. 48. no. 12. article e70300.
- 20 Tuly S.S., Mahiuddin M., Karim A. Mathematical modeling of nutritional, color, texture, and microbial activity changes in fruit and vegetables during drying: A critical review. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*. 2023. vol. 63. no. 13. pp. 1877–1900. doi: 10.1080/10408398.2021.1969533.

#### Сведения об авторах

**Сергей А. Никель** к.т.н., доцент, кафедра физики, теплотехники и теплоэнергетики, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, sergei.nickel@ya.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-9043-9452>

**Сергей В. Лавров** к.т.н., доцент, кафедра физики, теплотехники и теплоэнергетики, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, ya-serglavrov@ya.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-7031-7738>

**Александр С. Белозерцев** к.т.н., доцент, кафедра физики, теплотехники и теплоэнергетики, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, alex\_bel77@mail.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-7391-0254>

#### Вклад авторов

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за plagiat

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### Information about authors

**Sergey A. Nickel** Cand. Sci. (Engin.), assistant professor, physics, heat engineering and heat power engineering department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, sergei.nickel@ya.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-9043-9452>

**Sergey V. Lavrov** Cand. Sci. (Engin.), physics, heat engineering and heat power engineering department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, ya-serglavrov@ya.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-7031-7738>

**Alexandr S. Belozertsev** Cand. Sci. (Engin.), physics, heat engineering and heat power engineering department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, alex\_bel77@mail.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-7391-0254>

#### Contribution

All authors are equally involved in the writing of the manuscript and are responsible for plagiarism

#### Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Поступила 11/10/2025	После редакции 28/10/2025	Принята в печать 10/11/2025
Received 11/10/2025	Accepted in revised 28/10/2025	Accepted 10/11/2025