

УДК 664.628

Профессор Г.О. Магомедов, доцент А. А. Журавлев,
доцент Т.А. Шевякова, доцент И.В. Плотникова

(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра технологии хлебопекарного, кондитерского,
макаронного и зерноперерабатывающего производств. тел. (473) 255-38-51
E-mail: 209777@mail.ru

Professor G.O. Magomedov, associate Professor A.A. Zhuravlev,
associate Professor T.A. Shevyakova, associate Professor I.V. Plotnikova
(Voronezh state. University of engineering technologies) Breadmaking, confectionary,
macaroni and grain-processing production technology department. phone (473) 255-38-51
E-mail: 209777@mail.ru

Реологическая модель деформационного поведения сахарного теста в условиях одноосного сжатия

Rheological deformation behavior model of sugar dough in the conditions of monoaxial compression

Реферат. Знание закономерностей деформационного поведения перерабатываемых кондитерских масс с определенными реологическими свойствами позволяет рассчитать параметры процесса формообразования и подбирать технологическое оборудование для его проведения. В статье рассмотрен вывод реологического уравнения деформационного поведения сахарного теста в условиях одноосного сжатия, которое реализуется в процессах формования заготовок сахарного печенья. Представлены результаты экспериментальных исследований, подтверждающих адекватность предлагаемого реологического уравнения. Рассмотрено поведение упруго-вязко-пластичного тела в условиях квазистатического испытания на ползучесть, в ходе которого заданной величиной является напряжение, а измеряемой - относительная деформация. Приведены основные реологические свойства сахарного теста, полученные экспериментально. Получены значения реологических констант и выявлено, что при доверительной вероятности 95 %, реологическое уравнение для общей деформации упруго-вязко-пластичного тела адекватно описывает экспериментальные данные. Максимальная ошибка при этом составляет 2,3 %. Установлено, что процессы формообразования тестовых заготовок из сахарного теста, обладающего вязко-пластичными свойствами, должны быть реализованы при внешнем напряжении (силовое воздействие со стороны формирующего органа), которое превышает предел текучести формируемого теста. Величина внешнего напряжения, а также продолжительность его воздействия (то есть продолжительность формования) должны быть выбраны с учетом возникновения в перерабатываемой массе остаточных деформаций, которые гарантируют придание определенной геометрической формы и рисунка на поверхности тестовой заготовки. Реологическая модель сахарного теста позволяет прогнозировать его деформационное поведение в условиях формования, а также выполнить расчет параметров процесса формования сахарного теста.

Summary. The knowledge of regularities of deformation behavior of the processed confectionery masses with certain rheological properties allows to calculate parameters of shaping process and to select processing equipment for its carrying out. The article studies the obtaining of the rheological equation of deformation behavior of sugar dough in the conditions of monoaxial compression which is realized in sugar cookies dough pieces formation processes. The results of the pilot studies confirming adequacy of the offered rheological equation are presented. The behavior of an elastic-, viscous- and plastic body in the conditions of quasistatic test for creeping during which the set size is tension, and the measured one is relative deformation is considered. The main rheological properties of sugar dough received experimentally are given. Values of rheological constants are received and it is revealed that at 95% confidential probability, the rheological equation for the general deformation of an elastic-, viscous- and plastic body adequately describes experimental data. The maximum fault thus makes 2,3%. It is established that dough pieces shaping processes from the sugar dough possessing visco- and plastic properties should be realized at an external tension (power impact from the forming body) which exceeds a limit of fluidity of the dough formed. The level of external tension, as well as the duration of its influence (that is formation duration) should be chosen taking into account the residual deformations in the processed mass which guarantee giving of a certain geometrical form and drawing on a surface of dough pieces. The rheological model of sugar dough allows to predict its deformation behavior in the formation conditions, and to calculate the parameters of sugar dough formation process.

Ключевые слова: реологическая модель, одноосное сжатие, упруго-вязко-пластичные свойства

Keywords: rheological model, monoaxial compression, elastic-, viscous- and plastic properties

© Магомедов Г.О., Журавлев А.А.,
Шевякова Т.А., Плотникова И.В., 2014

Кондитерские массы, подвергающиеся формообразованию (пралиновые конфетные массы, сахарное и затяжное тесто, фруктово-ягодные начинки, пасты и пр.) обладают одновременно упругостью, вязкостью, пластичностью и эластичностью. Указанные свойства характеризуются такими реологическими константами как модуль упругости, вязкость, предел текучести.

Знание закономерностей деформационного поведения перерабатываемых кондитерских масс с определенными реологическими свойствами позволяет рассчитать параметры процесса формообразования и подобрать технологическое оборудование для его проведения.

Целью работы является вывод реологического уравнения деформационного поведения сахарного теста в условиях одноосного сжатия, реализуемого в процессах формования заготовок сахарного печенья.

Структурная реологическая модель упруго-вязко-пластичного тела (рисунок 1), к которому можно отнести сахарное тесто, имеет вид [1]:

$$UVP = B - K = [H_1 - (N_1 | Stv)] - (H_2 | N_2), \quad (1)$$

где UVP – упруго-вязко-пластичное тело; B – тело Бингама; K – тело Кельвина.

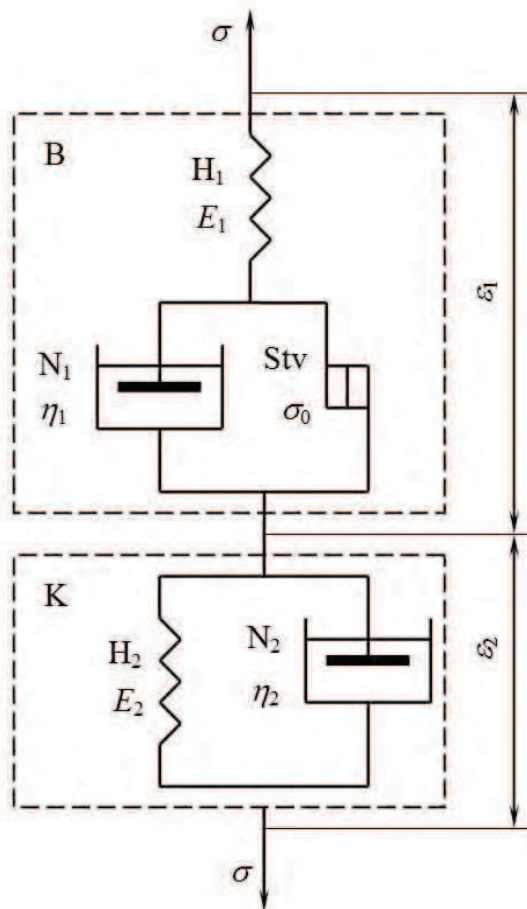


Рисунок 1. Реологическая механическая модель упруго-вязко-пластичного тела

Упруго-вязко-пластичное тело состоит из последовательно соединенных тел Бингама В и Кельвина К (рисунок 1). Тело Бингама включает в себя элемент Гука H_1 с модулем упругости E_1 , элемент Ньютона N_1 с вязкостью η_1 и элемент Сен-Венана Stv с пределом текучести σ_0 . Тело Кельвина К состоит из элемента Гука H_2 с модулем упругости E_2 и элемента Ньютона N_2 с вязкостью η_2 .

На основании принципа суперпозиций Больцмана общая деформация ε упруго-вязко-пластичного тела равна (рисунок 1):

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad (2)$$

где ε_1 – деформация тела Бингама; ε_2 – деформация тела Кельвина.

Уравнение состояния тела Бингама [1, 2]:

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma - \sigma_0}{\eta_1}, \quad (3)$$

где σ – нормальное напряжение; t – время.

Уравнение состояния тела Кельвина-Фойгта [3,4]:

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} + \frac{E_2}{\eta_2} \varepsilon_2 = \frac{\sigma}{\eta_2} \quad (4)$$

Складывая (3) и (4) с учетом (2), получим:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_2}{\eta_2} \varepsilon_2 = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta_2} + \frac{\sigma - \sigma_0}{\eta_1} \quad (5)$$

Выражая из уравнения (5) деформацию ε_2 , получим:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E_1} \frac{\eta_2}{E_2} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\eta_2}{E_2} \frac{\sigma}{\eta_2} + \frac{\eta_2}{E_2} \frac{\sigma - \sigma_0}{\eta_1} - \frac{\eta_2}{E_2} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (6)$$

Дифференцируя (6) по t , имеем:

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{\eta_2}{E_1 E_2} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} + \frac{1}{E_2} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\eta_2}{E_2 \eta_1} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{\eta_2}{E_2} \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} \quad (7)$$

Подставляя ε_2 из уравнения (6) и $\frac{d\varepsilon_2}{dt}$ из (7) в уравнение (4), после преобразований получим реологическое уравнение состояния упруго-вязко-пластичного тела:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} + \left(\frac{E_1}{\eta_2} + \frac{E_1}{\eta_1} + \frac{E_2}{\eta_2} \right) \frac{d\sigma}{dt} + \frac{E_1 E_2}{\eta_2} \frac{\sigma - \sigma_0}{\eta_1} = \\ = E_1 \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{E_1 E_2}{\eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} \end{aligned} \quad (8)$$

Реологическое уравнение (8) позволяет выполнить имитационное моделирование поведения упруго-вязко-пластичного тела как в квазистатических режимах при постоянных значениях деформации или напряжения (испытания на ползучесть или релаксацию напряжений) так и в динамических режимах при изменении напряжения или деформации по гармоническому закону с заданными значениями амплитуды и частоты колебаний.

Рассмотрим поведение упруго-вязко-пластичного тела в условиях квазистатического испытания на ползучесть, в ходе которого заданной величиной является напряжение, а измеряемой - относительная деформация.

Пусть в начальный момент времени ($t = 0$) к упруго-вязко-пластичному телу приложено внешнее напряжение σ^* , которое далее остается постоянным. Причем приложенное напряжение превышает предел текучести, т. е. $\sigma^* > \sigma_0$. После преобразований уравнение (8) принимает вид неоднородного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{E_2}{\eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{E_2}{\eta_1 \eta_2} (\sigma^* - \sigma_0) \quad (9)$$

Решение уравнения (9) складывается из общего решения однородного уравнения и частного решения при соответствующих начальных условиях [5, 6]:

$$\varepsilon = \frac{\sigma^*}{E_1} + \frac{\sigma^*}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_2} t} \right) + \frac{\sigma^* - \sigma_0}{\eta_1} t \quad (10)$$

Как следует из уравнения (4), в произвольный момент времени t общая деформация ε упруго-вязко-пластичного тела (рисунок 2, кривая 1) складывается из трех деформаций - мгновенной упругой $\varepsilon_{упр}$ (первое слагаемое), эластической $\varepsilon_{эл}$ (второе слагаемое) и пластической $\varepsilon_{пл}$ (третье слагаемое).

Из уравнения (9) видно, что величина каждой деформации, накопленной к произвольному моменту времени t , зависит от реологических констант упруго-вязко-пластичного тела и определяется величиной приложенного напряжения σ^* .

В начальный момент времени $t = 0$ мгновенно деформируется элемент Гука H_1 (рисунок 1), на кривой кинетики деформации (рисунок 2, кривая 1) наблюдается скачкообразное увеличение относительной деформации на величину $\varepsilon_{упр}$. Мгновенная упругая деформация развивается в течение долей секунды и остается постоянной в течение всей продолжительности де-

формирования упруго-вязко-пластичного тела (рисунок 2, кривая 2). Деформация $\varepsilon_{упр}$ является полностью обратимой.

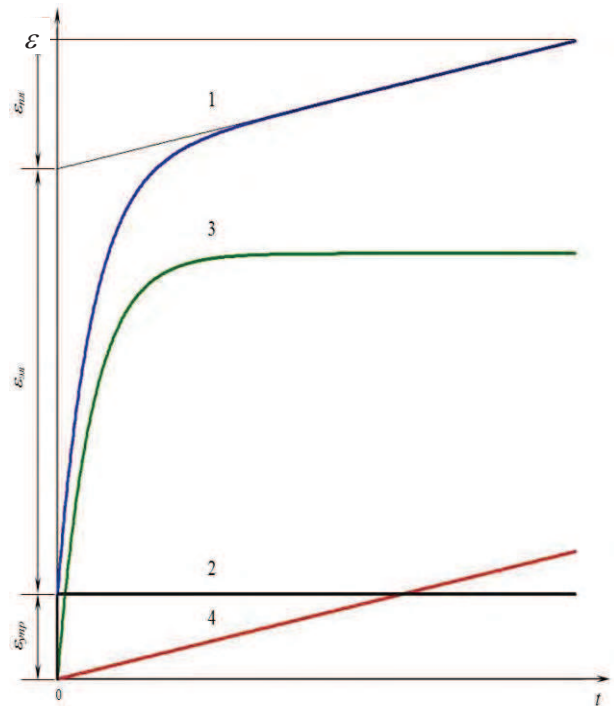


Рисунок 2. Развитие общей (1), упругой (2), эластической (3) и пластической (4) деформаций упруго-вязко-пластичного тела во времени

Одновременно с этим начинают деформироваться тела Кельвина К и Бингама В (рисунок 1). Деформация тела Кельвина приводит к возникновению эластической деформации $\varepsilon_{эл}$ (так же полностью обратимой), которая развивается во времени по экспоненциальному закону и является запаздывающей (рисунок 2, кривая 3), т.к. мгновенному растяжению пружины H_2 препятствует демпфер N_2 . При $t \rightarrow \infty$ эластическая деформация асимптотически стремится к гуксовой деформации:

$$\varepsilon_{упр(\infty)} = \frac{\sigma^*}{E_2} \quad (11)$$

Градиент скорости развития эластической деформации убывает по экспоненциальному закону. В начальный момент времени $t = 0$ градиент скорости имеет максимальное значение:

$$\varepsilon'_{эл}(0) = \frac{\sigma^*}{\eta_2}, \quad (12)$$

а при $t \rightarrow \infty$ градиент скорости $\varepsilon'_{эл}(\infty) = 0$.

Одновременно с этим в упруго-вязко-пластичном теле развивается пластическая деформация $\varepsilon_{пл}$, что является следствием деформирования тела Бингама В (рисунок 1). Пластическая деформация, необратимая по величине, развивается во времени по линейному

закону (рисунок 2, кривая 4). Пластическое течение протекает с постоянным градиентом скорости развития деформации:

$$\dot{\varepsilon}_{пл} = \frac{\sigma^* - \sigma_0}{\eta_1} \quad (13)$$

В том случае, если приложенное напряжение не превышает предел текучести, т. е. $\sigma^* < \sigma_0$, то в упруго-вязко-пластичном теле развиваются только упругая и эластическая деформации без накопления остаточной.

С целью оценки применимости реологического уравнения (10) для описания деформационного поведения образцов сахарного теста был проведен ряд экспериментов. Объектом исследования явилось тесто для приготовления сахарного печенья [7].

Экспериментальные исследования были проведены на реометрическом комплексе собственной конструкции в условиях одноосного сжатия исследуемого цилиндрического образца теста между двумя пластинами. Величина нормального (сжимающего) напряжения составляла (кПа) 1,63; 2,53; 3,8; 5,15 и 6,37.

Выбор искомого диапазона изменения нормального напряжения продиктован необходимостью изучения деформационного поведения теста как в упругой области (до начала пластического течения), так и в той области, где реализуется, собственно, пластическое (необратимое) деформирование теста. При величине нормального напряжения более чем 6,5 кПа наблюдалось «выползание» теста из зазора между пластинами, что, безусловно, искажало полученные результаты.

В условиях одноосного сжатия образца теста при постоянном сжимающем напряжении осуществляли измерение возникающей при этом абсолютной деформации с последующим вычислением относительной деформации. В ходе сжатия фиксировали изменение относительной деформации образца во времени с последующим построением графических зависимостей в координатах деформация-время (рисунок 3).

Общим для всех графических зависимостей является появление мгновенной упругой и эластической деформаций.

Мгновенная упругая деформация $\varepsilon_{упр}$ обнаруживает себя в момент времени $t = 0$. Эта деформация присуща твердой фазе дисперсной системы, представленной, в данном случае, клейковинным каркасом. Величина мгновенной упругой деформации характеризуется величиной силы первичных химических связей структуры.

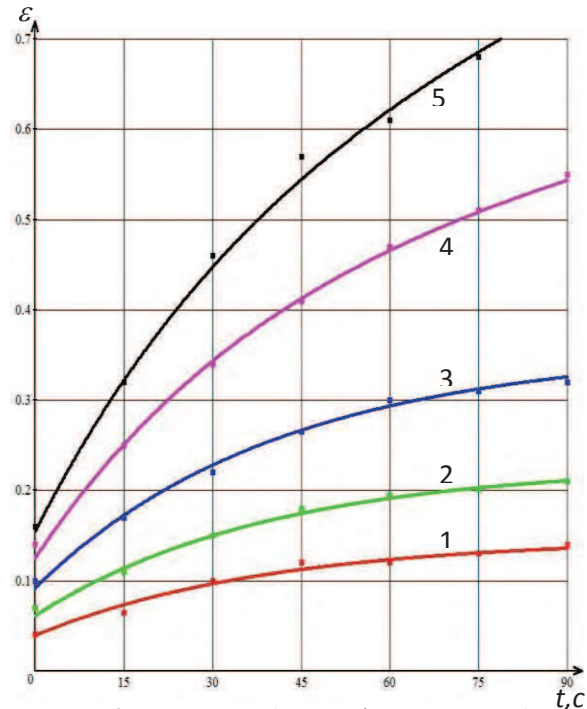


Рисунок 3. Развитие общей деформации в образцах теста при нормальной нагрузке: 1 - 1,63 кПа; 2 - 2,53 кПа; 3 - 3,8 кПа; 4 - 5,15 кПа; 5 - 6,37 кПа

Эластическая составляющая $\varepsilon_{эл}$ общей деформации является запаздывающей и развивается во времени, стремясь к установившемуся значению. Эластическая деформация характерна для образованной дисперсной фазой пространственной сетки с тонкими прослойками дисперсионной среды. Она является результатом скольжения частиц дисперсной фазы друг относительно друга без разрыва межмолекулярных связей и поэтому не сопровождается разрушением структуры. Эластическая деформация $\varepsilon_{эл}$ характеризует не только первичные, но и вторичные силы химической связи, действующие между макромолекулами структуры и их звеньями.

Кинетические кривые $\varepsilon = f(t)$, полученные при сжимающем напряжении 1,63 и 2,53 кПа (рисунок 3, кривая 1, 2) имеют нелинейный вид и не содержат финишного линейного участка, что указывает на отсутствие (в данных условиях) пластической деформации. Дальнейшее увеличение сжимающего напряжения приводит к возникновению в исследуемых образцах теста необратимых пластических деформаций, что выражается в появлении на кривых $\varepsilon = f(t)$ финишных линейных участков (рисунок 3, кривая 3, 4 и 5).

Пластическая деформация $\varepsilon_{пл}$ представляет собой течение материала с одновременным разрушением и тиксотропным восстановлением структуры. Причем процессы разрушения преобладают над восстановлением, что и приводит к возникновению остаточной деформации после снятия внешнего напряжения.

В процессе пластической деформации происходит изменение ориентации частиц дисперсной фазы, определяемое направлением действия деформирующих систему сил.

Обработка экспериментальных данных (рисунок 3) по известной методике [1, 2, 3], позволила получить значения реологических констант (таблица 1), входящих в уравнение (10). Установлено, что при доверительной вероятности 95 %, реологическое уравнение (10) адекватно описывает экспериментальные данные. Максимальная ошибка при этом составляет 2,3 %.

Т а б л и ц а 1

Реологические свойства теста на пшеничной муки и маргарина

Модуль упругости		Вязкость		Предел текучести σ_0 , кПа
быстрой эластической деформации E_1 , кПа	медленной эластической деформации E_2 , кПа	пластическая η_1 , кПа·с	Упругого последствия η_2 , кПа·с	
41,31	15,21	1151,2	600,01	3,68

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Малкин А. Я., Исаев А. И. Реология: концепции, методы, приложения. СПб.: Профессия, 2007. 580 с.
- 2 Косой В.Д., Дунченко Н.И., Меркулов М.Ю. Реология молочных продуктов. М.: ДелиПринт, 2010. 828 с.
- 3 Арет В.А., Николаев Б.Л., Николаев Л.К. Физико-механические свойства сырья и готовой продукции. СПб.: ГИОРД, 2009. 448 с.
- 4 Rao M.A. Rheology of Fluid, Semisolid, and Solid Foods: Principles and Applications. London: Springer New York Heidelberg Dordrecht, 2014. № XIII. P. 461.
- 5 Седых Д.В., Шевякова Т. А., Журавлев А.А. Влияние рецептурных компонентов на упруго-вязко-пластичные свойства теста // Материалы студенческой научной конференции за 2014 год. Воронеж: ВГУИТ, 2014. С. 45.
- 6 Журавлев А.А., Магомедов М.Г., Шевякова Т.А., Ерофеева М.А. Реологическое уравнение состояния упруго-вязко-пластичного тела // Материалы Международной научно-практической конференции «Инновационные решения при производстве продуктов питания из растительного сырья». - Воронеж: Научная книга, 2014. С. 358 - 361.
- 7 Олейникова А. Я., Аксёнова Л. М., Магомедов Г. О. Технология кондитерских изделий. СПб.: Изд-во «РАПП», 2010. 672 с.

Проведенные исследования позволяют отметить следующее. Процессы формования тестовых заготовок из сахарного теста должны быть реализованы при внешнем напряжении (силовое воздействие со стороны формирующего органа), которое превышает предел текучести формируемого теста. Величина внешнего напряжения, а также продолжительность его воздействия (т. е. продолжительность формования) должны быть выбраны с учетом возникновения в перерабатываемой массе остаточных деформаций, которые гарантируют придание определенной геометрической формы и рисунка на поверхности тестовой заготовки. Реологическая модель сахарного теста в виде уравнения (10) позволяет прогнозировать его деформационное поведение в условиях формования, а также выполнить расчет параметров процесса формования сахарного теста.

REFERENCES

- 1 Malkin A. Ia., Isaev A. I. Reologia: kontseptsii, metody, prilozheniia [Reology: concepts, methods, appendices]. Saint-Petersburg, Professii, 2007. 580 p. (In Russ.).
- 2 Kosoi V.D., Dunchenko N.I., Merkulov M.Iu. Reologia molochnykh produktov [Reology of dairy products]. Moscow, DeliPrint, 2010. 828 p. (In Russ.).
- 3 Aret V. A., Nikolaev B. L., Nikolaev L.K. Fiziko-mekhanicheskie svoistva syr'ia i gotovoi produktsii [Physicomechanical properties of raw materials and finished goods]. Saint-Petersburg, GIOR, 2009. 448 p. (In Russ.).
- 4 Rao M.A. Rheology of Fluid, Semisolid, and Solid Foods: Principles and Applications. London, Springer New York Heidelberg Dordrecht, 2014, no. XIII, pp. 461.
- 5 Sedykh D.V., Sheviakova T.A., Zhuravlev A. A. Influence of prescription components on elastic and viscous and plastic properties of dough. Materialy studencheskoi nauchnoi konferentsii za 2014 god [Materials of student's scientific conference for 2014]. Voronezh, VGUIT, 2014. pp. 45. (In Russ.).
- 6 Zhuravlev A.A., Magomedov M.G., Sheviakova T.A., Erofeeva M.A. Rheological equation of a condition of an elastic and viscous and plastic body. Materialy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Innovatsionnye resheniia pri proizvodstve produktov iz rastitel'nogo syr'ia" [Materials International scientific and practical conference "Innovative solutions by production of food from vegetable raw materials"]. Voronezh, Nauchnaia kniga, 2014. pp. 358 - 361. (In Russ.).
- 7 Oleinikova A.Ia., Aksenova L.M., Magomedov G.O. Tekhnologiya konditerskikh izdelii [Technology of confectionery]. Saint-Petersburg, Izdatel'stvo "RAPP", 2010. 672 p. (In Russ.).