

УДК 543.226

Профессор С.Т. Антипов, соискатель Д.М. Визир,
доцент С.В. Шахов,

(Воронеж. гос. ун-т. инж. технол.) кафедра машин и аппаратов пищевых производств,
тел. (473) 255-35-54

профессор А.В. Жучков

(Воронеж. гос. ун-т. инж. технол.) кафедра машин и аппаратов химических производств, тел. (473) 249-91-13

Математическая модель процесса термической регенерации кизельгура

В настоящее время по-прежнему требуют дальнейшего уточнения механизмы термодинамических и массообменных процессов в капиллярно-пористых средах. Получено математическое описание процесса термической регенерации кизельгура.

At the present time, still require further refinement of the mechanisms of thermodynamic and mass transfer processes in capillary-porous media. In this paper a mathematical description of the process of thermal regeneration of diatomaceous earth.

Ключевые слова: кизельгуровый шлам, кизельгур, энтальпия, сушка, пиролиз.

Одним из перспективных направлений утилизации отработанного кизельгурового шлама в пивоваренном производстве является его термическая регенерация с целью повторного использования для фильтрации пива.

В связи с тем что закономерности термической регенерации кизельгурового шлама определяются одновременным протеканием ряда физических явлений переноса тепла и массы при сушке и термическом разложении органических компонентов, математическое обобщение сложного характера внутренних и внешних тепломассообменных процессов является актуальной задачей.

Моделирование процесса сушки кизельгура. Влажный порошок кизельгура подается на термическую регенерацию в тепломассообменный аппарат. Минимальная скорость воздуха, необходимая для реализации пневмотранспорта, равна скорости витания частиц, определяемой соотношениями [2] : [1]:

$$\text{Re}_{\text{в}} = \frac{g_{\text{в}} d}{\nu}, \quad (1)$$

где $g_{\text{в}}$ – скорость естественного витания частиц, м/с; d – диаметр частицы, м; ν – кинематическая вязкость воздуха, м²/с;

$$\text{Ar} = \frac{g d^2}{\nu^2} \cdot \frac{\rho_0 - \rho}{\rho},$$

где ρ_T – плотность частиц кизельгура (влажных), кг/м³; ρ – плотность воздуха, кг/м³; ν – кинематическая вязкость, м²/с.

Рабочая скорость для пневмотранспорта определяется соотношением [2]:

$$v = a \sqrt{\frac{\rho_T}{1000} + B l^2}, \quad (2)$$

где a, B – эмпирические параметры, ($a=10-15$); l – длина пневмотранспорта, м.

При параметрах $d = 100$ мкм, $\rho = 2000$ кг/м³ скорость воздуха, рассчитанная по формулам (1) и (2) составляет 0,5 и 19 м/с.

При скорости порядка 19 м/с массовое отношение B_m , равное отношению массового расхода твердых частиц к массовому расходу воздуха, составляет 20...100 кг/кг.

При таком отношении полная теплоемкость твердой фазы многократно превосходит полную теплоемкость воздуха. Температура твердых частиц в процессе теплообмена будет незначительно повышаться (на несколько градусов), а температура воздуха – быстро падать. Воздух будет быстро насыщаться водяным паром, и процесс сушки материала прекратится.

Для эффективной сушки твердых частиц необходимо поддерживать массовое отношение $B_m = 1...3$, которое достигается при значении скорости воздуха $g = 2...3$ м/с.

Объемный и массовый расходы воздуха равны:

$$V_0 = g_{\text{в}} \cdot \frac{\pi D_0^2}{4}, \quad (3)$$

$$G_0 = \rho_0 V_0, \quad (4)$$

где ρ_0 – плотность воздуха, кг/м³.

Скорость частиц на участке сушки:

$$\mathcal{Q}_x = \mathcal{Q}_2 + \mathcal{Q}_{1\tilde{N}}, \quad (5)$$

где $\mathcal{Q}_2$ – продольная составляющая скорости воздуха в кольцевом зазоре, м/с

$$\mathcal{Q}_2 = \frac{4V_0}{\pi(D_2^2 - D_{\tilde{N}D}^2)}, \quad (6)$$

D_2 – диаметр обечайки, м; $D_{\tilde{N}D} = \frac{(D_3 + D_4)}{2}$ – средний диаметр центральной обечайки, м; D_3 , D_4 – минимальный и максимальный диаметр центральной обечайки, м;

$$\mathcal{Q}_{1\tilde{N}} = \frac{gd^2\rho_0}{18\mu}, \quad (7)$$

$\mathcal{Q}_{1\tilde{N}}$ – скорость осаждения твердой части, м/с [1]; ρ_T – плотность частицы кизельгура, кг/м³; μ – динамическая вязкость, Па·с.

Поскольку число Рейнольдса для частицы:

$$Re_x = \frac{\mathcal{Q}_{1\tilde{N}} \cdot d}{\nu} \quad (8)$$

не превышает 2, то числа Нуссельта [3]:

$$Nu = 2, \quad Nu_0 = 2, \quad (9)$$

где $Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}$, $Nu = \frac{\beta_0 d}{D_0}$ – тепловые и диффузионные числа Нуссельта; λ – коэффициент теплопроводности к поверхности частицы, Вт/м²·с; β_0 – коэффициент массоотдачи для частицы, м/с; D_0 – коэффициент диффузии водяного пара в воздухе, м²/с.

Зависимость коэффициента диффузии от давления и температуры определяется соотношением [1]:

$$D = D_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.5}, \quad (10)$$

где D_0 – коэффициент диффузии ($D_0 = 2,19 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}}$ при $D_0 = 10^5 \frac{1}{\text{с}}$ и $T_0 = 273 \text{ К}$ [1]); T – текущая температура частицы, К.

С учетом соотношений (8), (9) коэффициенты теплоотдачи и массоотдачи равны

$$\alpha = \frac{Nu\lambda}{d} \quad (11)$$

$$\beta_0 = \frac{Nu}{d}. \quad (12)$$

Расход твердых частиц кизельгура:

$$G_T = \beta_0 G_0$$

Порозность потока частиц на участке сушки:

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{G_T}{\nu_s S \rho_{\tilde{N}D}},$$

где S – средняя площадь кольцевого зазора, м²:

$$S = \frac{\pi}{4} (D^2 - D_{\tilde{N}D}^2)$$

$\rho_{\tilde{N}D}$ – средняя плотность кизельгура, кг/м³.

Удельная поверхность твердых частиц:

$$f_{\tilde{N}D} = \frac{6(1-\varepsilon)}{d}.$$

В основу математической модели процесса сушки кизельгура положены уравнения материального и теплового баланса.

Уравнение материального баланса:

$$\frac{\beta}{R_i \tilde{O}} (D_{1i} - D_i) \cdot f \cdot s = G_{\tilde{A}i} \frac{dx}{dz} \quad (13)$$

где R_i – газовая постоянная пара, $R_i = 461 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$;

D_{1i} – давление насыщенного пара по температуре частицы, Па; x – влагосодержание воздуха, кг/кг; z – продольная координата, м.

Связь парциального давления пара D_i с влагосодержанием воздуха x определяется соотношением [1]:

$$x = 0,622 \frac{P_i}{P - P_i} \quad (14)$$

где P – общее давление парогазовой смеси, Па.

Зависимость давления насыщенного пара от температуры частицы θ :

$$P_i = P_i^* \exp \left[\frac{r}{R_i} \left(\frac{1}{\theta_i} - \frac{1}{\theta} \right) \right], \quad (15)$$

где P_i , θ_i – параметры любой точки, лежащей на равновесной кривой системы «пар – жидкость». При $\theta = 323 \text{ К}$, $P_i^* = 12300 \frac{1}{\text{с}}$, r – теплота парообразования воды, Дж/кг; θ – абсолютная температура частицы, К.

Уравнение теплового баланса для потока частиц кизельгура:

$$c_{T\tilde{G}} \frac{d\theta}{dz} = \left[\alpha(t - \theta) - \frac{\beta_r}{R_i T} (P_{\tilde{N}D} - P_i) \right] f S, \quad (16)$$

для потока воздуха:

$$c_{\tilde{A}i} G_{\tilde{A}i} \frac{dt}{dz} = r G_{\tilde{A}i} \frac{dx}{dz} - \alpha(t - \theta) f S, \quad (17)$$

где c_T , $\tilde{n}_{\tilde{A}i}$ – теплоемкости кизельгура и воздуха, Дж/кг·К.

Решение системы уравнений (13), (16), (17) в аналитическом виде не представляется возможным из-за её нелинейного характера, поэтому она решалась численно методом Эйлера.

Преобразуем дифференциальные уравнения (13), (16), (17):

$$\frac{dx}{dz} = B(D_{1i} - D_1), \quad (18)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = A_1(t - \theta) - B_1(D_{1i} - D_1), \quad (19)$$

$$\frac{dt}{dz} = -A_2(t - \theta) - B_2(D_{1i} - D_1), \quad (20)$$

$$\text{где } B = \frac{\beta f S}{R_1 T G_{\text{Ai } \zeta}}; \quad A_1 = \frac{\alpha f S}{\tilde{n}_0 G_0}; \quad A_2 = \frac{\alpha f S}{\tilde{n}_{\text{Ai } \zeta} G_{\text{Ai } \zeta}};$$

$$\hat{A}_1 = \frac{\beta f S r}{R_1 \tilde{O} \tilde{n}_0 G_0}; \quad \hat{A}_2 = \frac{\beta f S r}{R_1 \tilde{O} \tilde{n}_{\text{Ai } \zeta} G_{\text{Ai } \zeta}}.$$

Зависимость давления насыщения пара $P_{\text{ПН}}$ от температуры частицы θ определяется соотношением (15), а парциального давления пара в воздушном потоке $P_{\text{П}}$ от влагосодержания x – соотношением (14).

Начальные условия для переменных величин: $z = 0$, $x = x_0$, $t = t_0$, $\theta = \theta_0$.

Дискретные аналоги дифференциальных уравнений (18), (19), (20) на сетке с постоянным шагом Δz имеют вид

$$\frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta z} = B(P_{1i,i} - P_{1,i}),$$

$$\frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\Delta z} = A(t_i - \theta_i) - B_1(P_{1i,i} - P_{1,i}),$$

$$\frac{t_{i+1} - t_i}{\Delta z} = -A_2(t_i - \theta_i) - B_2(P_{1i,i} - P_{1,i}),$$

где i – номер шага по z .

Значения искомых величин на последующем шаге по z определяются соотношениями:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta z \cdot B(P_{1i,i} - P_{1,i}),$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta z [A(t_i - \theta_i) - B_1(P_{1i,i} - P_{1,i})],$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta z [-A_2(t_i - \theta_i) - B_2(P_{1i,i} - P_{1,i})],$$

Текущее влагосодержание частицы определяется из уравнения материального баланса для влаги:

$$G_{\text{Ai } \zeta} (x - x_0) = G_T (\omega_0 - \omega),$$

откуда следует

$$\omega = \omega_0 - \frac{1}{\beta_1} (x - x_0),$$

$$\text{где } \beta_1 = \frac{G_T}{G_{\text{Ai } \zeta}}.$$

Расчет процесса сушки кизельгура.

Математическая модель процесса сушки кизельгура реализована в виде программы в среде Mathcad – 15.

В исходных данных задаются диаметр частицы d , диаметр патрубка подвода газовой смеси D_0 , геометрические размеры сушильной установки, массовое отношение для пневмотранспорта β_1 , а также теплофизические параметры кизельгура, воздуха, воды.

1. Определяется плотность влажного кизельгура $\rho_{0,6\bar{e}}$, кг/м³, подаваемого на сушку по формуле

$$\rho_{0,6\bar{e}} = \rho_1 (1 - \omega_0) + \rho_{\text{A}} \cdot \omega_0,$$

где ρ_1 – плотность сухого кизельгура, кг/м³;

ρ_{A} – плотность влажного кизельгура, кг/м³;

ω_0 – полагаемая влажность кизельгура, кг/кг.

2. Задается скорость воздуха v_0 в подводящем патрубке. По формулам (3), (4) определяется объемный и массовый расход воздуха.

3. По формуле (1) оценивается скорость витания сухой частицы кизельгура в наиболее широкой части центральной трубы установки. Рабочая скорость воздушного потока здесь должна несколько превышать скорость витания частиц. В этом случае высушенные частицы будут уноситься потоком вверх, а мокрые (тяжелые) будут циркулировать внутри до высыхания.

4. Определяется скорость осаждения частиц и скорость движение частиц на участке сушки по формулам (5)-(7).

5. Рассчитываются коэффициенты тепло- и массоотдачи (8)-(12).

6. Численно (по методу Эйлера) решается система уравнений (18)-(20) совместно с (14), (15).

Результаты моделирования процесса сушки кизельгура при параметрах:

$$\rho_1 = 2600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \varepsilon = 0,36; \quad \omega_0 = 0,36;$$

$$D_0 = 40 \text{ мм}; \quad \rho_{\text{A}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \rho_0 = 0,946 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$v_0 = 2,31 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}; \quad \rho_1 = 0,56 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad v_1 = 5,56 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}};$$

$$D_2 = 250 \text{ мм}; \quad D_3 = 100 \text{ мм}; \quad D_4 = 200 \text{ мм}; \quad L = 1 \text{ м};$$

$$t_0 = 100^\circ \text{C}; \quad \lambda_0 = 0,0321 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}}; \quad \beta_1 = 1;$$

$$\tilde{n}_0 = 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}}; \quad r = 2382 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; \quad R_f = 461 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}};$$

$\bar{O} = 333 \text{ }^{\circ}\text{C}$; $c_{\text{Ai}} = 1090 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{}^{\circ}\text{C}}$; $P_{\text{Ai}} = 1631 \text{ Па}$;
 $\theta_0 = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$; $\theta_0 = 400 \text{ }^{\circ}\text{C}$; $\Delta z = 1 \text{ м}$; представлены
 на рис. 1–4.

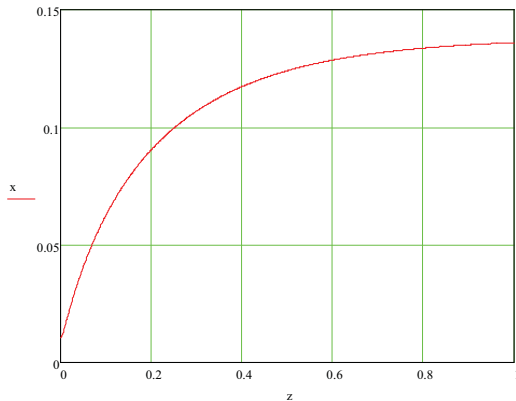


Рис. 1. Распределение влагосодержания воздуха по длине сушильной камеры

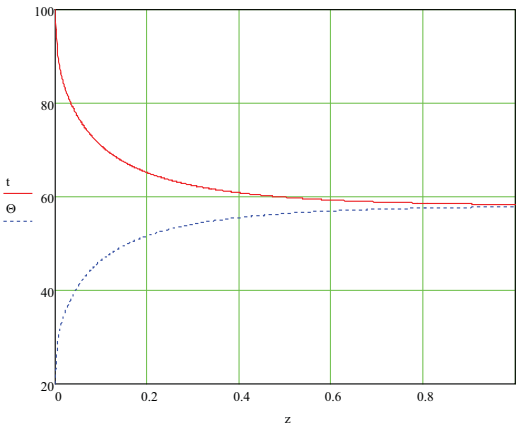


Рис. 2. Распределение температур воздуха и частиц по длине сушильной камеры

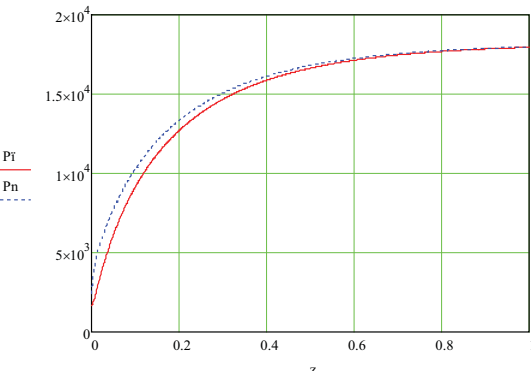


Рис. 3. Распределение парциального давления пара и давления пара на поверхности частиц по длине сушильной камеры

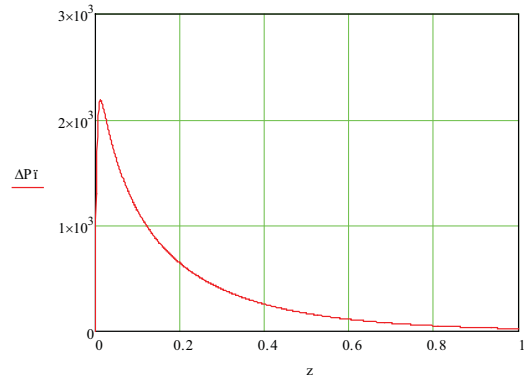


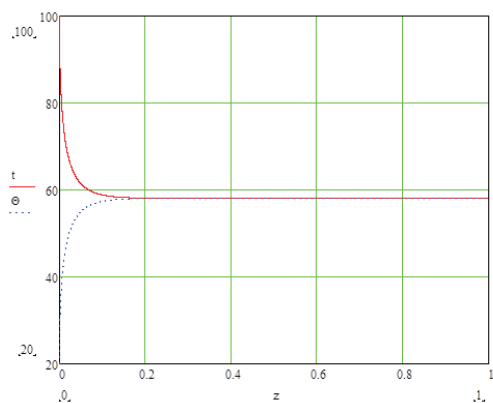
Рис. 4. Распределение перепада парциального давления пара у поверхности частиц по длине сушильной камеры

Анализ результатов моделирования процесса сушки кизельгура. Диаметр твердых частиц, очевидно, существенно влияет на время сушки и необходимую длину участка.

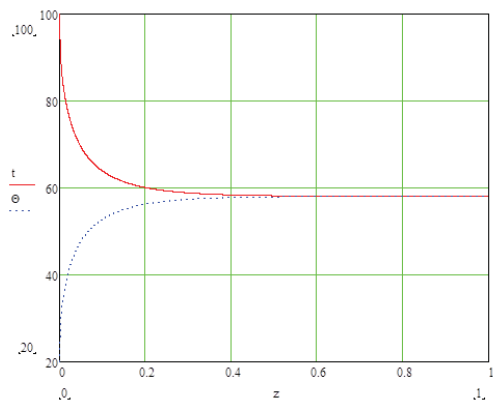
Как следует из рис. 5, для диаметров частиц 60, 80, 100 и 120 мкм необходимая длина участка L 0,2; 0,5; 1 и 1,5 м. Существенно на протекание процесса сушки влияет массовое отношение расхода твердых частиц к расходу газа β_1 . Для пневмотранспортных систем это отношение составляет 10-100.

На рис. 6 показано распределение температур при $\beta_1 = 10$. Как видно, даже при таком значении β_1 температура частиц повышается всего на $7 \text{ }^{\circ}\text{C}$, в то время как воздух охлаждается на $73 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Протяжённость участка сушки составляет всего 0,03 м. На протяжении этого интервала воздух полностью насыщается влагой, и сушка кизельгура в дальнейшем не проходит.

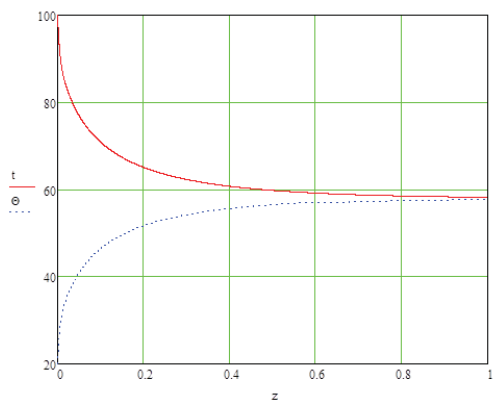
На рис. 7-9 показана температура при β_1 0,5; 1,0 и 1,5. Из рис. 7-9 видно, что уменьшение массового отношения β_1 приводит к росту конечной температуры частиц и степени удаления влаги из них.



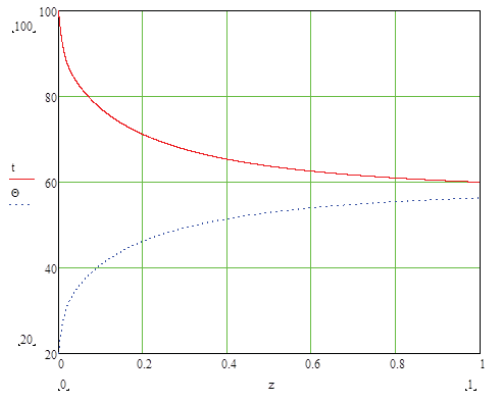
а)



б)



в)



г)

Рис. 5. Распределение температур воздуха по длине участка суши, мкм: а – $d = 60$, б – $d = 80$, в – $d = 100$, г – $d = 120$

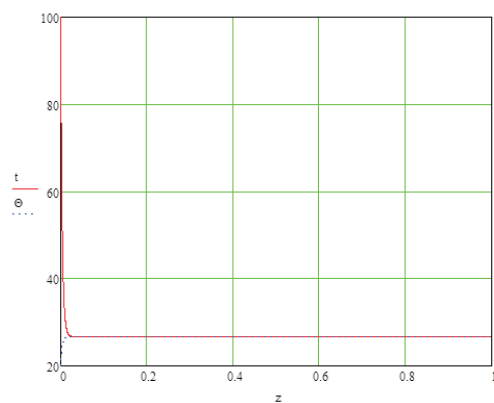


Рис. 6. Распределение температур воздуха и частиц по длине суши при $\beta_1 = 10$.

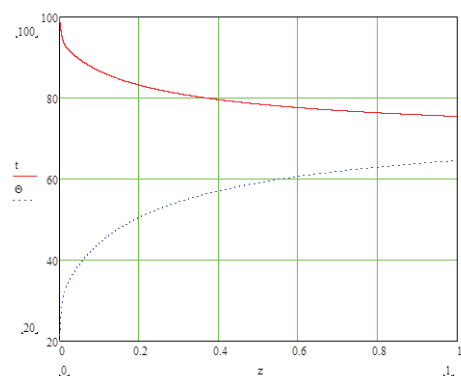


Рис. 7. Распределение температур воздуха и частиц по длине суши при $\beta_1 = 0,5$.

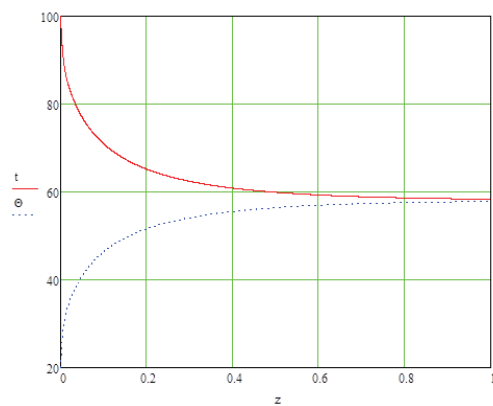


Рис. 8. Распределение температур воздуха и частиц по длине суши при $\beta_1 = 1,0$

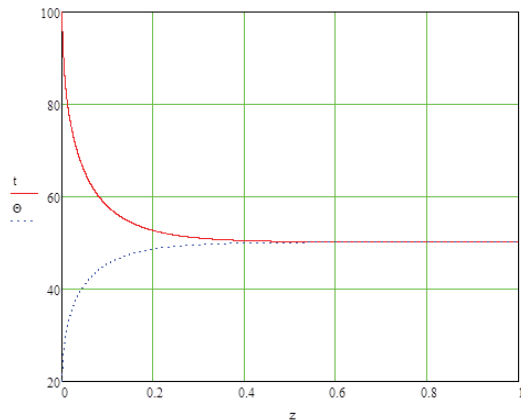


Рис. 9. Распределение температур воздуха и частиц по длине суши при $\beta_1 = 1,5$

Моделирование процесса нагрева частиц до температуры пиролиза органической массы. После попадания высушенных частиц в центральную часть аппарата они нагреваются потоком воздуха с температурой порядка 400 °С.

Уравнение нагрева частицы имеет вид [3]

$$\frac{d\theta}{d\tau} = -\frac{6\alpha}{d\rho_T c_T}(\theta - t).$$

Граничные условия:

$$\theta(0) = \theta_1,$$

где θ_1 – температура частиц после участка суши, °С.

Решение уравнения имеет вид

$$\theta = t + (\theta_1 - t) \cdot \exp\left[-\frac{6\alpha\tau}{d\rho_T c_T}\right]. \quad (21)$$

На рис. 10 представлена зависимость температуры частицы от времени при $\theta_1 = 50$ °С, $t = 400$ °С.

Решение (21) позволяет определить время τ_1 , необходимое для нагрева частицы до температуры пиролиза θ_1 :

$$\tau_1 = \frac{d\rho_0 \tilde{n}_0}{6\alpha} \ln \frac{\theta_1 - t}{\theta_1 - \theta_1}.$$

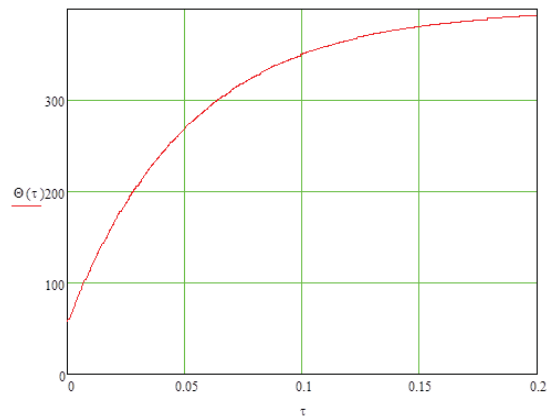


Рис. 10. Зависимость температуры частицы от времени в процессе нагрева

В результате выполненной работы исследован процесс непрерывной термической регенерации кизельгура, включающий этап сушки и термического разложения органических компонентов. Определяющим фактором, влияющим на производительность, является температура и скорость теплоносителя, для которых получены теоретические зависимости. Анализ полученных в ходе исследования данных позволяет выработать рекомендации для совершенствования процесса и его технической реализации.

Данная математическая модель позволяет анализировать физико-химические аспекты сушки и пиролиза, а также исследовать структуру и устойчивость реакционного фронта. Решение системы уравнений выполнено с использованием экспериментальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов, К. Ф. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии [Текст] / К. Ф. Павлов, П. Г. Романов, А.А. Носков. Л. Химия, 1987. – 576 с.
2. Калинушкин, М. П. Пневмотранспортное оборудование. [Текст]: справочник / М. П. Калинушкин – Л.: Машиностроение, 1986. – 286 с.
3. Муштаев, В.И., Сушка в условиях пневмотранспорта. [Текст] / В.И. Муштаев, В.М. Ульянов, А.С. Тимонин. – М.: Химия, 1984. – 323 с.