УДК 664.854/859.66.047

Профессор А.Н. Остриков, ассистент Е.Ю. Желтоухова
(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра процессов и аппаратов химических и пищевых производст,в тел. (473) 255-35-54

Математическая модель процесса радиационно-конвективной сушки фруктовых и овощных чипсов при импульсном энергоподводе

Разработана математическая модель комбинированной радиационно-конвективной сушки фруктовых и овощных чипсов при импульсном энергоподводе, описывающая изменение температуры и влагосодержания в периоде постоянной и периоде убывающей скорости сушки.

A mathematical model of combined radiation and convection drying of fruit and vegetable chips with pulsed energy supply is developed, the model describes the change in temperature and moisture content during the period of constant and periods of decreasing drying rate.

Ключевые слова: математическая модель, радиационно-конвективная сушка, период постоянной скорости сушки, период убывающей скорости сушки.

Общая задача моделирования процессов тепломассопереноса при радиационно - конвективной сушке ломтиков фруктов и овощей состоит из двух составляющих.

Первая математическая модель (внешняя задача) описывает период постоянной скорости сушки, который связан с уносом свободной влаги с поверхности фруктов и овощей до достижения ею равновесного состояния, за счет конвективного обдува теплоносителем. Температура теплоносителя равна температуре окружающей среды.

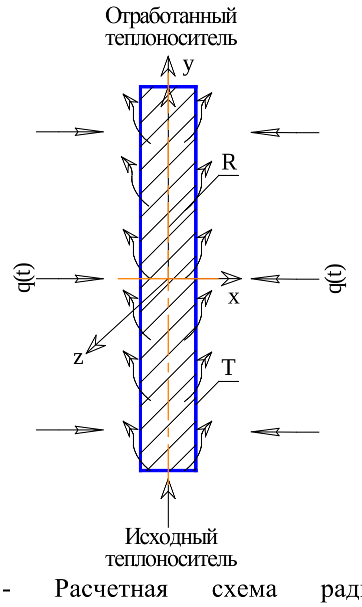

Рисунок 1 - Расчетная схема радиационно-конвективной сушки фруктовых и овощных чипсов

Вторая математическая модель описывает период убывающей скорости сушки, когда фронт испарения влаги проникает внутрь продукта.

Запишем математическую модель процесса сушки для единичной пластины исследуемого продукта. Примем пластину постоянной толщины, но предположительно близкой к круглой форме. Начало системы пространственных координат поместим в произвольную точку, близкую к геометрическому центру пластины. Будем считать, что пластина ориентирована перпендикулярно потоку инфракрасных лучей.

Ось координаты x направим параллельно потоку инфракрасных лучей и перпендикулярно поверхности пластины. Координатную плоскость (y, z) расположим перпендикулярно оси x и параллельно поверхности ломтика (как мы увидим ниже, координаты y и z не участвуют в уравнениях, описывающих процесс сушки). Время обозначим τ, начальный момент сушки принимаем за τ=0.

Состояние продукта во время сушки описывается двумя основными переменными: температурой T и влагосодержанием U.

Изменение температуры T и влагосодержания U в процессе сушки описывается системой дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса, приведенной в [5]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial \tau} = b\nabla U + b\delta\nabla T + \varepsilon\dfrac{\partial U}{\partial \tau}, \\ \dfrac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla T + \dfrac{\varepsilon r}{c}\dfrac{\partial U}{\partial \tau}. \end{cases} \qquad (1)$$

где $\nabla = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, a – температуропроводность продукта, м²/с, b – коэффициент массопереноса (диффузии), м²/с, δ – термоградиентный коэффициент, ε – коэффициент фазового превращения, r – удельная теплота испарения воды, кДж/кг; c – удельная массовая теплоемкость вещества, кДж/(кг·К).

Поскольку в процессе сушки структура продукта претерпевает изменения, его теплофизические, оптические и другие параметры (плотность, температуропроводность, теплоемкость и т. д.) меняются. Для достижения точного решения уравнений необходимо учитывать изменения этих параметров в процессе радиационно-конвективной сушки.

Зависимость коэффициента температуропроводности a, коэффициента теплопроводности λ и массовой удельной теплоемкости c от температуры и влажности вещества описана в [8]. Согласно обобщению экспериментальных данных, каждый из этих коэффициентов при фиксированном влагосодержании линейно зависит от температуры:

$$a = a_0(U) + k_a T = a_0(U) + k_a T$$

$$\lambda = \lambda_0(U) + k_\lambda T = \lambda_0(U) + k_\lambda T$$

$$c = c_0(U) + k_c T = c_0(U) + k_c T$$

где коэффициенты $a_0,\ k_a,\ \lambda_0,\ k_\lambda,\ c_0,\ k_c$ принимают определенные значения для каждого конкретного продукта.

Коэффициенты поглощения, отражения и пропускания лучистого потока будем, несколько упрощая, считать постоянными. Коэффициент поглощения будем обозначать A. В связи с доминирующим перемещением влаги вдоль оси x, высоким градиентом влагосодержания, незначительными внутренним влагопереносом по координатам y, z и последующим испарением через кожуру, температура и влагосодержание не зависят от координат y, z, следовательно, уравнения (1) принимают вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial \tau} = b\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + b\delta\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \varepsilon\dfrac{\partial U}{\partial \tau}, \\ \dfrac{\partial T}{\partial \tau} = a\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dfrac{\varepsilon r}{c}\dfrac{\partial U}{\partial \tau}. \end{cases} \qquad (2)$$

В уравнение теплопереноса необходимо добавить слагаемое, отвечающее за инфракрасный нагрев. Пусть мощность падающего на вещество лучистого потока равна $q(\tau)$. Тогда мощность поглощенного потока в точке вещества с координатой x равна:

$$\tilde{q}(\tau) = Aq(\tau)\exp\big(k(R-x)\big),$$

где k – коэффициент инстинкции (коэффициент ослабления луча) [5].

Сложение двух лучистых потоков от ламп, находящихся по разные стороны от пластины, даст прогрев, не зависящий от координаты x: $\tilde{q}(\tau) = Aq(\tau)$.

Таким образом, уравнение теплопереноса принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon r}{c}\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{c\rho}Aq. \qquad (3)$$

При точном решении уравнений необходимо учитывать зависимость коэффициентов от времени. С учетом этой зависимости система уравнений может быть записана так:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial \tau}(x,\tau) = b(\tau)\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x,\tau) + \\ +b(\tau)\delta(\tau)\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,\tau) + \varepsilon(x,\tau)\dfrac{\partial U}{\partial \tau}(x,\tau), & (4) \\ \dfrac{\partial T}{\partial \tau}(x,\tau) = a(\tau)\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,\tau) + \dfrac{\varepsilon(x,\tau)r}{c(\tau)}\dfrac{\partial U}{\partial \tau}(x,\tau) + \\ +\dfrac{\rho_w + \rho_s U(x,\tau)}{c(\tau)\rho_s\rho_w\big(U(x,\tau)+1\big)}Aq(\tau), & (5) \end{cases}$$

Уравнение (4) можно переписать в эквивалентном виде (учитывая, что $\varepsilon(x,\tau) \neq 1$, равенство означало бы, что влага не испаряется с поверхности пластины):

$$\frac{\partial U}{\partial \tau}(x,\tau) = \frac{b(\tau)}{1-\varepsilon(x,\tau)}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x,\tau) + \\ +\frac{b(\tau)\delta(\tau)}{1-\varepsilon(x,\tau)}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,\tau). \qquad (4')$$

Опишем теперь начальные и граничные условия. В момент начала сушки ($\tau = 0$) принимаем температуру и влагосодержание за постоянные величины:

$$T(x,0) \equiv T_0,\ U(x,0) \equiv U_0 \qquad (6)$$

Ввиду малой толщины ломтика, мы пренебрегаем процессами, происходящими на краю диска, поэтому граничные условия мы будем записывать лишь для $x = \pm R$, то есть фактически рассматриваем задачу для бесконечной пластины.

Пренебрегая бародиффузией и термовлагопроводностью (поскольку их вклад становится заметным лишь при температурах порядка 100 °С [5]), запишем граничное условие для уравнения массопереноса в виде условия третьего рода на поток влаги, испаряющейся через поверхность пластины:

$$-\lambda_m(R,\tau)\frac{\partial U}{\partial x}(R,\tau)=$$

$$=\beta(R,\tau)\frac{\rho_s\rho_w\left(U(R,\tau)+1\right)}{\rho_w+\rho_s U(R,\tau)}\left(U(R,\tau)-U_{cp}\right), \quad (7)$$

где λ_m – коэффициент массопроводности, β – коэффициент массоотдачи, U_{cp} – влагосодержание окружающей среды.

Из соображений симметрии получим «внутреннее» граничное условие:

$$\frac{\partial U}{\partial x}(0,\tau)\equiv 0 \quad (8)$$

Аналогично запишем граничные условия для уравнения теплопереноса:

$$-\lambda\frac{\partial T}{\partial x}(R,\tau)+\alpha\left(T(R,\tau)-T_{cp}\right)=$$

$$=\beta(R,\tau)r\frac{\rho_s\rho_w\left(U(R,\tau)+1\right)}{\rho_w+\rho_s U(R,\tau)}\varepsilon(R,\tau)\left(U(R,\tau)-U_{cp}\right), \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0,\tau)\equiv 0 \quad (10)$$

здесь λ – коэффициент теплопроводности вещества, α – коэффициент теплоотдачи.

Конкретизируем теперь вид уравнений на разных этапах сушки.

На первом этапе инфракрасные лампы дают постоянный лучистый поток, так что в уравнении (5) $q(\tau)\equiv\mathrm{const}$. Подставляя это выражение в систему с учетом граничных и начальных условий, задачу можно решить численно.

Однако экспериментальные измерения не отражают зависимость этих величин от x. В случае с влагосодержанием эксперимент дает возможность судить о его среднем (имеется в виду пространственное усреднение в каждый момент времени) значении:

$$\bar{U}(\tau)=\frac{m_w(\tau)}{m_s}.$$

Что же касается температуры, то она измеряется на поверхности продукта, поэтому здесь мы имеем дело со значением $T(\pm R,\tau)$.

Систему уравнений (4) – (5) решить затруднительно. Поэтому для анализа поставленной задачи воспользуемся приближениями. Прежде всего, воспользуемся малой толщиной пластины (в рассматриваемом опыте она равна $1,5\cdot10^{-3}$ м, то есть $R=7,5\cdot10^{-4}$ м). Это позволяет разложить неизвестные функции $U(x,\tau)$ и $T(x,\tau)$ в ряды по переменной x:

$$\begin{cases}U(x,\tau)=u_0(\tau)+u_1(\tau)x+u_2(\tau)x^2+\cdots,\\ T(x,\tau)=t_0(\tau)+t_1(\tau)x+t_2(\tau)x^2+\cdots.\end{cases} \quad (11)$$

В силу симметрии задачи по x (пластина однородна и симметрична, воздействие постоянно по x, то есть тоже симметрично) функции $U(x,\tau)$ и $T(x,\tau)$ четны по x, это означает, что ряды будут содержать только слагаемые с четными степенями x. Подставим эти выражения в систему уравнений и начально-краевых условий, затем отбросим слагаемые степени выше 2 как пренебрежимо малые, то есть функции U и R будем приближенно искать в виде:

$$\begin{cases}U(x,\tau)\approx U_2(x,\tau)=u_0(\tau)+u_2(\tau)x^2,\\ T(x,\tau)\approx T_2(x,\tau)=t_0(\tau)+t_2(\tau)x^2\end{cases} \quad (12)$$

Уравнение массопереноса, его начальное и краевое условия (мы отправляемся от уравнения в виде (3.7'), точкой обозначается производная по времени):

$$\dot{u}_0(\tau)+\dot{u}_2(\tau)x^2=\frac{2b(\tau)}{1-\varepsilon(x,\tau)}\left(u_2(\tau)+6u_4(\tau)x^2\right)+$$

$$+\frac{2b(\tau)\delta(\tau)}{1-\varepsilon(x,\tau)}\left(t_2(\tau)+6t_4(\tau)x^2\right), \quad (13)$$

$$u_0(0)+u_2(0)x^2\equiv U_0 \quad (14)$$

$$2\lambda_m(R,\tau)u_2(\tau)R=\beta(R,\tau)\frac{\rho_s\rho_w\left(u_0(\tau)+u_2(\tau)R^2+1\right)}{\rho_w+\rho_s\left(u_0(\tau)+u_2(\tau)R^2\right)}\cdot$$

$$\cdot\left(u_0(\tau)+u_2(\tau)R^2-U_{cp}\right) \quad (15)$$

Уравнение теплопереноса (16) содержит слагаемое $\dfrac{\rho_w+\rho_s U(x,\tau)}{c(\tau)\rho_s\rho_w\left(U(x,\tau)+1\right)}Aq(\tau)$, которое необходимо разложить по степеням x:

$$\frac{\rho_w+\rho_s U(x,\tau)}{c(\tau)\rho_s\rho_w\left(U(x,\tau)+1\right)}Aq(\tau)=$$

$$=\frac{Aq\left(\rho_w+\rho_s\left(u_0(\tau)+u_2(\tau)x^2\right)\right)}{\rho_s\rho_w c(\tau)\left(u_0(\tau)+u_2(\tau)x^2+1\right)}=$$

$$=\frac{Aq}{\rho_s\rho_w c(\tau)}\left(\frac{\rho_w+\rho_s u_0(\tau)}{1+u_0(\tau)}+\frac{\rho_s-\rho_w}{\left(1+u_0(\tau)\right)^2}u_2(\tau)x^2\right)$$

Таким образом, уравнение теплопереноса с начальным (для первого периода сушки) и краевым условиями приобретает вид:

$$\dot{t}_0(\tau)+\dot{t}_2(\tau)x^2=2a(\tau)\left(t_2(\tau)+6t_4(\tau)x^2\right)+$$
$$+\frac{\varepsilon(x,\tau)r}{c(\tau)}\left(\dot{u}_0(\tau)+\dot{u}_2(\tau)x^2\right)++\frac{Aq}{\rho_s\rho_w c(\tau)}\times$$
$$\times\left(\frac{\rho_w+\rho_s u_0(\tau)}{1+u_0(\tau)}+\frac{\rho_s-\rho_w}{\left(1+u_0(\tau)\right)^2}u_2(\tau)x^2\right),\quad(16)$$
$$-2\lambda t_2(\tau)R+\alpha\left(t_0(\tau)+t_2(\tau)R^2-T_{cp}\right)=$$
$$=\beta(R,\tau)r\frac{\rho_s\rho_w\left(u_0(\tau)+u_2(\tau)R^2+1\right)}{\rho_w+\rho_s\left(u_0(\tau)+u_2(\tau)R^2\right)}\cdot$$
$$\cdot\varepsilon(R,t)\left(u_0(\tau)+u_2(\tau)R^2-U_{cp}\right),\qquad(17)$$
$$t_0(0)+t_2(0)x^2\equiv T_0$$

Отметим, что внутренние граничные условия (16) и (17) уже учтены, они являются следствием четности функций U и T по x.

Согласно [1, 6], на первом этапе сушки изменение величины коэффициента фазового превращения $\varepsilon(x,\tau)$ весьма незначительно, и можно положить его равным 0. Перепишем соотношения, описывающие теплоперенос, с учетом этого обстоятельства:

$$\dot{t}_0(\tau)+\dot{t}_2(\tau)x^2=2a(\tau)\left(t_2(\tau)+6t_4(\tau)x^2\right)+$$
$$+\frac{Aq}{\rho_s\rho_w c(\tau)}\left(\frac{\rho_w+\rho_s u_0(\tau)}{1+u_0(\tau)}+\frac{\rho_s-\rho_w}{\left(1+u_0(\tau)\right)^2}u_2(\tau)x^2\right),$$
$$-2\lambda t_2(\tau)R+\alpha\left(t_0(\tau)+t_2(\tau)R^2-T_{cp}\right)=0$$
$$t_0(0)+t_2(0)x^2\equiv T_0$$

Выше приведены выражения для коэффициентов температуропроводности и теплоемкости:

$$a=a_0+k_aT+l_a\frac{U}{1+U},$$
$$c=c_0+k_cT+l_c\frac{U}{1+U}.$$

Как показали эксперименты, за время этапа постоянной скорости сушки коэффициент температуропроводности a меняется незначительно, тем более что его увеличение за счет повышения температуры отчасти компенсируется уменьшением за счет снижения влагосодержания. Поэтому для первого этапа мы примем значение этого коэффициента постоянным и равным $a\approx a=4{,}9\cdot10^{-8}$ м^2/с [8]. Аналогично, теплоемкость примем равной $c\approx c_1=3600$ Дж/(кг·К).

После упрощения правой части и отбрасывания слагаемых порядка выше 2 по x уравнение приобретает вид:

$$\begin{gathered}\dot{t}_0(\tau)+\dot{t}_2(\tau)x^2=2a_1t_2(\tau)+\\ \frac{Aq(\rho_w+\rho_s u_o(\tau))}{\rho_s\rho_w c_1(1+u_o(\tau))}+2\frac{Aa_1q}{\rho_s\rho_w c_1}\cdot\\ \cdot\left(6\frac{\rho_w+\rho_s u_o(\tau)}{1+u_o(\tau)}t_4(\tau)+\frac{\rho_s-\rho_w}{(1+u_o(\tau))^2}u_2(\tau)t_2(\tau)\right)x^2\end{gathered}\qquad(18)$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях x:

$$\begin{cases}\dot{t}_o(\tau)=2a_1t_2(\tau)+\dfrac{Aq(\rho_w+\rho_s u_o(\tau))}{\rho_s\rho_w c_1(1+u_o(\tau))}\\ \dot{t}_2(\tau)=2\dfrac{Aa_1q}{\rho_s\rho_w c_1}\left(6\dfrac{\rho_w+\rho_s u_o(\tau)}{1+u_o(\tau)}t_4(\tau)+\dfrac{\rho_s-\rho_w}{(1+u_o(\tau))^2}u_2(\tau)t_2(\tau)\right).\end{cases}$$

Изменения коэффициента теплопроводности λ (который участвует в граничном условии для уравнения теплопереноса) на первом этапе сушки не превосходят 2–3 %, мы примем этот коэффициент равным приблизительно $\lambda\approx\lambda_1=0{,}2$ Вт/(м·К).

Уравнение массопереноса с учетом допущения $\varepsilon(x,\tau)=0$ принимает вид:

$$\begin{gathered}\dot{u}_o(\tau)+\dot{u}_2(\tau)x^2=2b(\tau)(u_2(\tau)+6u_4(\tau)x^2)+\\ +2b(\tau)\delta(\tau)(t_2(\tau)+6t_4(\tau)x^2)\end{gathered}.$$

Приравнивание коэффициентов при одинаковых степенях x дает систему:

$$\begin{cases}\dot{u}_o(\tau)=2b(\tau)u_2(\tau)+2b(\tau)\delta(\tau)t_2(\tau),\\ \dot{u}_2(\tau)=12b(\tau)u_4(\tau)+12b(\tau)\delta(\tau)t_4(\tau).\end{cases}\qquad(19)$$

Значения коэффициента массопереноса (диффузии) b и термоградиентного коэффициента δ будем считать постоянными.

Выпишем значения констант, участвующих в системе уравнений тепло- и массопереноса. Мощность теплового потока примем равной $q=1{,}2\cdot10^3$ Вт/м^2. Коэффициент поглощения для персика в соответствии с экспериментальными данными примем равным $A\approx0{,}57$. Значение плотности влаги примем равным плотности воды: $\rho_w=10^3$ кг/м^3. Зная плотность продукта при исходной влажности 86 % и при влажности 7,74 %, найдем плотность абсолютно сухого вещества: $\rho_s\approx1{,}353\cdot10^3$ кг/м^3. Коэффициент диффузии b примем равным $b=2{,}71\cdot10^{-10}$ м^2/с.

Как показывают эксперименты [52], термоградиентный коэффициент δ весьма мал при высоких значениях влагосодержания, поэтому на первом этапе сушки мы им пренебрежем.

Поскольку материал подвергается постоянному обдуванию воздухом, который уносит влагу, значения $T_{\text{ср}}$ и $U_{\text{ср}}$ постоянны, $T_{\text{ср}} = 22,5$ °С.

На втором этапе сушки мощность лучистого потока такая, чтобы обеспечивать постоянную температуру продукта. Таким образом, левая часть уравнения (1) оказывается тождественно равной 0. Подставляя в уравнения (1) и (2) в граничные условия известные значения констант, задачу можно решить численно (начально условие для уравнения второго периода сушки получается из решения уравнения для первого периода).

На втором этапе сушки температура постоянна и задача сводится к построению функции влагосодержания. Поскольку температура, в силу нагрева, выравнивается практически по всей толще продукта, слагаемое, содержащее $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, из уравнения массопереноса пропадает, и это уравнение приобретает вид:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau}(x,\tau) = b(\tau)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x,\tau) + \varepsilon(x,\tau)\frac{\partial U}{\partial \tau}(x,\tau) \qquad (20)$$

или

$$\frac{\partial U}{\partial \tau}(x,\tau) = \frac{b(\tau)}{1-\varepsilon(x,\tau)}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x,\tau). \qquad (21)$$

Коэффициент $b(\tau)$, как и для первого этапа, будем считать постоянным и равным $b = 2,71\cdot 10^{-10}$ м^2/с; величину $\varepsilon(x,\tau)$ положим равной 0,3. Коэффициент $\frac{b(\tau)}{1-\varepsilon(x,\tau)} = 3,87\cdot 10^{-10}$ м^2/с обозначим B.

Начальное условие приобретает вид:

$$U(x,\tau_0) = C_0 + C_2 x^2 \qquad (22),$$

где константы C_0, C_2 могут быть найдены из среднего значения $\overline{U}(\tau_0)$, определенного экспериментально, и из граничного условия. Принимая $\overline{U}(\tau_0) = 0,5$ (примерное значение влагосодержания в момент, когда температура продукта стабилизируется), получаем соотношение $C_0 R + \frac{1}{3}C_2 R^3 = 0,5$.

Граничное условие в данном случае имеет вид:

$$\lambda_m(R,\tau)\frac{\partial U}{\partial x}(R,\tau) = \beta(R,\tau)\cdot$$
$$\cdot\frac{\rho_s\rho_w(U(R,\tau)+1)}{\rho_w+\rho_s U(R,\tau)}(U(R,\tau)-U_{cp}) \qquad (23)$$

или

$$\frac{\partial U}{\partial x}(R,\tau) = \frac{\beta(R,\tau)}{\lambda_m(R,\tau)}\cdot$$
$$\cdot\frac{\rho_s\rho_w(U(R,\tau)+1)}{\rho_w+\rho_s U(R,\tau)}(U(R,\tau)-U_{cp}). \qquad (24)$$

Как и прежде, полагаем $U_{cp} = 0$. Поскольку значения ρ_s и ρ_w отличаются незначительно, используем приближенное равенство:

$$\frac{\rho_s\rho_w(U(R,\tau)+1)}{\rho_w+\rho_s U(R,\tau)} = \frac{\rho_w(U(R,\tau)+1)}{(U(R,\tau)+\frac{\rho_w}{\rho_s})} \approx \rho_w.$$

Для коэффициентов массопроводности $\lambda_m(R,\tau)$ и массоотдачи $\beta(R,\tau)$ возьмем постоянные значения:

$\lambda_m(R,\ \tau) = 1,6\cdot 10^{-3}$ кг/(м·с),

$\beta(R,\ \tau) = 2\cdot 10^{-5}$ м/с [4].

При сделанных допущениях граничное условие приобретает вид:

$$\frac{\partial U}{\partial x}(R,\tau) = KU(R,\tau), \qquad (25)$$

где $K = \frac{\beta\rho_w}{\lambda_m} \approx 0,12$ м$^{-1}$.

Запишем задачу массопереноса при сделанных допущениях:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial \tau}(x,\tau) = B\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x,t), \\ U(x,\tau_0) = C_0 + C_2 x^2, \\ \frac{\partial U}{\partial x}(R,\tau) = KU(R,\tau). \end{cases} \qquad (26)$$

Система уравнений (26) представляет собой начально – краевую задачу третьего рода для уравнения теплопроводности, решение которой хорошо известно [2, 3, 9]. Воспользуемся частным случаем этого решения справедливым при $\mathrm{Bi} \sim 1$ или $\mathrm{Bi} >> 1$.

$$U(x,\tau) = D_1 \exp(-B\mu^2\tau)\cos \mu x + D_0,$$

где D_1, μ, D_0 – константы, которые могут быть определены из начального и граничного условия.

Была выбрана именно эта форма решения, поскольку функция $\cos \mu x$ близка (с точностью до слагаемых четвертого порядка) к квадратичной функции, а в качестве начального условия задан параболический профиль влажности.

Для проверки адекватности математической модели сопоставим теперь функции температуры и влагосодержания, полученные из решения системы уравнений, с измеренными экспериментальными данными для одного опыта. Измеренными величинами в этом опыте были влагосодержание и температура продукта.

На первом этапе сушки численное решение с помощью математического пакета Maple 14 системы уравнений (19) тепло- и массопереноса дает близкую к линейной зависимость от времени функций температуры и влагосодержания.

Для второго этапа, подставляя значения констант в систему (26), получим функцию, среднее значение которой $\overline{U}(\tau)$ при умножении на соответствующую константу позволяет построить кривую сушки, приведенную на рисунке 2 совместно с линейной аппроксимацией для экспериментально определенных значений. Результаты вычислений в сопоставлении с результатами опытов показаны на рисунке 2.

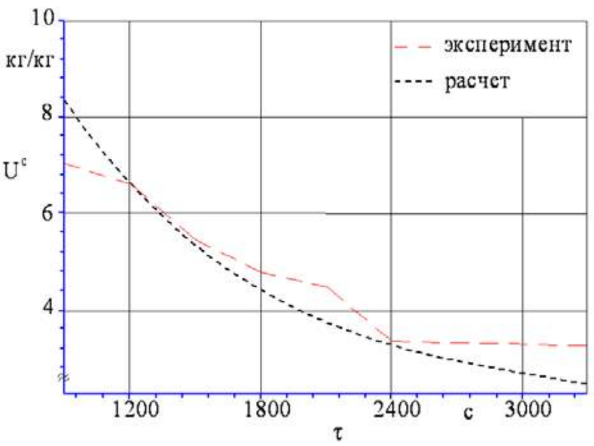

Рисунок 2 - Функция изменения влагосодержания продукта от времени

Полученные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1

Вычисленные по модели и экспериментальные значения влагосодержания продукта

Время, мин	U^c (модельн.), кг/кг	U^c (эксперим.), кг/кг	Абсолютная разница, кг/кг	Относит. разница, %
20	6,34	6,34	0	0
25	5,36	5,67	-0,31	5,46
30	4,08	5,01	-0,93	18,56
35	3,19	4,98	-1,79	35,94
40	3,09	3,35	-0,26	7,76
45	2,37	3,34	-0,97	29,04
50	1,50	3,06	-1,56	50,98
55	1,00	2,99	-1,99	66,55

Можно сделать вывод, что погрешность накапливается к концу процесса радиационно-конвективной сушки. Очевидно, это связано с тем, что модель учитывает не все факторы, влияющие на процесс, а также с упрощениями, допущенными в самой модели. В первой половине второго этапа сушки математическая модель обеспечивает удовлетворительную точность.

Расчет средней относительной ошибки на протяжении всего процесса не превышает 20 % и показывает соответствие расчетных данных с экспериментальным значениям.

ЛИТЕРАТУРА

1 Гинзбург, А. С. Расчет и проектирование сушильных установок пищевой промышленности [Текст] / А. С. Гинзбург. – М.: Агропромиздат, 1985. – 336 с.

2 Кондратов, А. П. Основы физического эксперимента и математическая обработка результатов измерений [Текст] / А. П. Кондратов. – М.: Атомиздат, 1977. – 196 с.

3 Липин, А. Математическая модель терморадиационной сушки полимерного геля [Текст] / А. Липин, Д. Кириллов // Ивановский химико-технологический университет. – 2008. – С. 173-180.

4 Лупу, О.Ф. Теоретическое и экспериментальное исследование процесса сушки абрикос с применением токов высокой частоты [Текст]: автореф. дисс. … докт. техн. наук. – Кишинев, 2005 - 23 с.

5 Лыков, А.В. Теория сушки [Текст] / А.В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.

6 Орлов, А.И. Нечисловая статистика [Текст] / А.И. Орлов. – М.: "МЗ-Пресс", 2004. – 516 с.

7 Остриков, А. Н. Определение оптических характеристик плодов персика, хурмы, груши и тыквы [Текст] / А. Н. Остриков, Е. Ю. Желтоухова // Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции «Перспективы развития науки и образования», Тамбов. – 2012. – Т. 12. - С. 108-109.

8 Остриков, А.Н. Теплофизические свойства персиков, высушенных радиационно-конвективным способом сушки, при переменном теплоподводе [Текст] / А.Н. Остриков, Ю.В. Складчикова, Е.Ю. Желтоухова // Сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции «Современные направления теоретических и прикладных исследований», Одесса. - 2011. – Т. 4. - С. 55–58.

9 Самарский, А.А. Численные методы [Текст] / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

REFERENCES

1 Ginsburg , A.S. Calculation and design of dryers food industry [Text] / A.S. Ginsburg. - M.: Agropromizdat, 1985. - 336 p.

2 Kondratov, A.P. Fundamentals of physical experiments and mathematical treatment of the results of measurements [Text] / A.P. Kondratov. – M.: Atomizdat, 1977. - 196 p.

3 Lipin, A. Mathematical model thermoradiation drying polymer gel [Text] / A. Lipin, D. Kirillov // Ivanovo University of Chemical Technology. - 2008. - P. 173-180.

4 Lupu, O.F. Theoretical and experimental study of the process of drying apricots using high-frequency currents [Text]: abstr. diss. ... ScD. - Kishinev, 2005 - 23 p.

5 Lykov, A.V. Theory of drying [Text] / A.V. Lykov. – M.: Energiya, 1968. - 472 p.

6 Orlov, A.I. non-numerical statistics [Text] / A.I. Orlov. - M.: "MZ -Press ", 2004. - 516 p.

7 Ostrikov, A.N. Determination of the optical characteristics of the fruit peach, persimmon , pear and pumpkin [Text] / A.N. Ostrikov, E.Y. Zheltouhova // Proceedings of the Materials of the International scientific-practical conference "Prospects of development of science and education", Tambov. - 2012. - V. 12. - P. 108-109.

8 Ostrikov, A.N. Thermal properties of peaches, dried radiation-convective drying method, with variable heat supply [Text] / A.N. Ostrikov, Y.V. Skladchikova, E.Y. Zheltouhova // Proceedings of the Materials International scientific- practical conference " Modern Trends in theoretical and applied research", Odessa. - 2011. - V. 4. - P. 55-58.

9 Samarin, A.A. Numerical methods [Text] / A.A. Samarin, A.V. Gulin. – M.: Nauka, 1989. - 432 p.