

Профессор С.Т. Антипов, доцент В.Ю. Овсянников,
аспирант М.С. Бабенко

(Воронеж.гос. ун-т. инж. технол.) кафедра машин и аппаратов пищевых производств,
тел. (473) 255-38-96

профессор А.В. Жучков

(Воронеж.гос. ун-т. инж. технол.) кафедра машин и аппаратов химических производств,
тел. (473) 249-91-13

Математическое моделирование процесса инфракрасной пастеризации молока

На основании модельного представления процесса пастеризации молока инфракрасным излучением получены закономерности изменения температур продукта в зоне нагрева с учетом тепловых потоков различной природы, а также изменение основных рабочих характеристик кварцевого излучателя в процессе работы.

Based on the model representation of the process of pasteurization of milk infrared patterns of change in temperature of the product in the heating zone with the heat flows of different nature were obtained. The changes in the basic performance of the quartz oscillator during operation were also obtained.

Ключевые слова: инфракрасное излучение, пастеризация, кинетические закономерности, молоко.

В настоящее время уделяется повышенное внимание качеству тепловой обработки молока в условиях малых хозяйств и молочных ферм, зависящему от способов и режимов воздействия на исходное сырье, а также затратам энергии, необходимым на реализацию указанного процесса.

Модельное представление влияния условий термической обработки молока в установке инфракрасной (ИК) пастеризации на характер получения продукта с заданными показателями качества позволяет глубже понять и оценить основные физические закономерности протекания данного процесса.

Рассматривается нагревательный элемент для молока, состоящий из ряда последовательно соединенных кварцевых сферических колб, на наружной поверхности которых нанесен металлический токонесущий слой.

Нагревание молока осуществляется за счет пропускания электрического тока через токонесущий слой.

Поскольку линейное сопротивление токонесущего слоя (на единицу длины накала) в узкой части больше, чем в широкой, тепловыделение и температура токонесущего слоя в узкой части также будет больше, чем в широкой, поэтому нагревание молока при прохождении через нагревательный элемент осуществляется в осциллирующем режиме, что обеспечивает максимальную сохранность термолабильных веществ, содержащихся в молоке [1].

Кроме того, в каналах переменного сечения коэффициент теплоотдачи к жидкости в 1,5-2 раза больше, чем в канале постоянного сечения [2], что позволяет выполнить конструкцию более компактной.

В каждой колбе происходит циркуляционное перемешивание молока, что приводит к дополнительному увеличению коэффициента теплоотдачи в узкой зоне соединения колб, а также более равномерному инфракрасному облучению молока.

Рассмотрим процесс нагревания молока в отдельном шарообразном нагревательном элементе (рисунок 1).

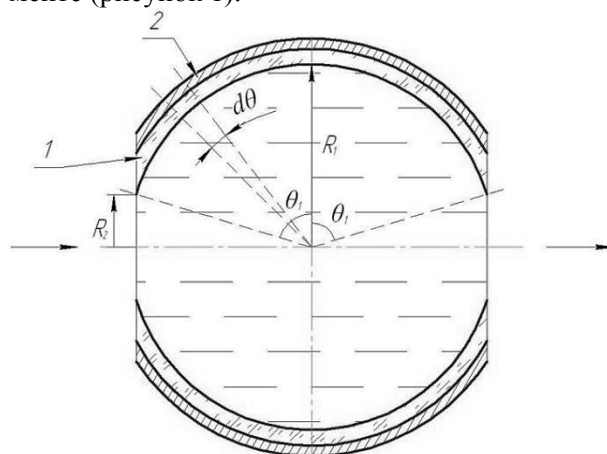


Рисунок 1 – Секция нагревательного элемента:
1 – кварцевая шарообразная оболочка; 2 – токонесущий слой

Задачу рассматриваем в сферической системе координат. Полагая задачу осесимметричной, а также полагая малое повышение температуры в каждой секции (не более 3-5°C), можно считать, что температура токонесущего слоя зависит только от угла θ . Предельные значения этого угла:

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{R_2}{R_1}\right), \quad (1)$$

где R_1 – внутренний радиус нагревательного элемента; R_2 – радиус соединительного отверстия.

Выделим кольцевой элемент токонесущего слоя $d\theta$ (рисунок 1) и определим его электрическое сопротивление в рабочих условиях:

$$dR_{\theta} = \rho_{\theta} \cdot [1 + \alpha_R(T - T_0)] \cdot \frac{R_1 \cdot d\theta}{R_1 \cdot \cos \theta \cdot \delta_{\theta}}, \quad (2)$$

где ρ_{θ} – удельное электрическое сопротивление токонесущего слоя при температуре T_0 ; α_R – температурный коэффициент сопротивления токонесущего слоя; T – рабочая температура токонесущего слоя; δ_{θ} – толщина токонесущего слоя.

Мощность электрического тока в элементе $d\theta$:

$$dN = I^2 dR_{\theta}, \quad (3)$$

где I – величина тока.

С учетом (2) получим:

$$dN = A \cdot [1 + \alpha_R(T - T_0)] \frac{d\theta}{\cos(\theta)}, \quad (4)$$

$$\text{где } A = \frac{I^2 \cdot \rho_{\theta}}{\delta_{\theta}} \quad (5)$$

В соответствии с определением, величина A равна мощности тока в токонесущем слое толщиной δ_{θ} , длина и ширина которого составляют по 1 метру при температуре T_0 . В дальнейшем эту величину будем называть приведенной мощностью.

Поскольку при эксплуатации пастеризатора мощность тока N известна (измеряется приборами), величина A может быть определена из условия нормировки:

$$N = \int_{-\theta_1}^{\theta_1} A [1 + \alpha_R(T - T_0)] \frac{d\theta}{\cos \theta}, \quad (6)$$

$$A = \frac{N}{\int_{-\theta_1}^{\theta_1} [1 + \alpha_R(T - T_0)] \frac{d\theta}{\cos \theta}}, \quad (7)$$

Если электросопротивление токонесущего слоя не зависит от температуры ($\alpha_R = 0$), то из (7) следует:

$$A = \frac{N}{\ln \frac{1 + \sin \theta_1}{1 - \sin \theta_1}}, \quad (8)$$

В противном случае интеграл в знаменателе (7) определяется письменно после определения распределения температуры токонесущего слоя $T(\theta)$.

Уравнение теплового баланса для элемента токонесущего слоя $d\theta$ имеет вид:

$$dN = [\alpha_{\theta} (T - T_{\theta}) + \sigma \varepsilon_{\theta} (T^4 - T_{\theta}^4) + k_m (T - T_m) + \sigma \varepsilon_m (T - T_m^4)] \cdot dF, \quad (9)$$

где α_{θ} – коэффициент теплоотдачи от токонесущего слоя к воздуху; T_{θ} – абсолютная температура воздуха; σ – постоянная Стефана-Больцмана ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴); ε_{θ} – степень черноты токонесущего слоя со стороны воздуха; $k_m = \frac{1}{\frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_m}}$ – коэффициент теплопередачи на участке «токонесущий слой - молоко»; δ_c – толщина стенки колбы; λ_c – коэффициент теплопроводности материала колбы; α_m – коэффициент теплоотдачи от внутренней поверхности колбы к молоку; ε_m – степень черноты токонесущего слоя со стороны молока; T_m – абсолютная температура молока.

$$dF = 2\pi R_1^2 \cos \theta d\theta, \quad (10)$$

здесь dF – элементарная площадь участка.

Приравнявая (4) и (9) с учетом (10), получим:

$$A \cdot \frac{[1 + \alpha_R(T - T_0)]}{\cos(\theta)} d\theta = [\alpha_{\theta} (T - T_{\theta}) + \sigma \varepsilon_{\theta} (T^4 - T_{\theta}^4) + k_m (T - T_m) + \sigma \varepsilon_m (T - T_m^4)] \cdot 2\pi R_1^2 \cos \theta d\theta, \quad (11)$$

или после преобразований:

$$\frac{A \cdot [1 + \alpha_R(T - T_0)]}{2\pi R_1^2 \cos^2(\theta)} d\theta = \alpha_{\theta} (T - T_{\theta}) + \sigma \varepsilon_{\theta} (T^4 - T_{\theta}^4) + k_m (T - T_m) + \sigma \varepsilon_m (T - T_m^4), \quad (12)$$

Коэффициент теплоотдачи от внутренней поверхности колбы определяется в зависимости от режима течения молока [3].

При ламинарном режиме ($Re < 2300$):

$$Nu = 0,15 Re^{0,32} Pr^{0,33} (Gr Pr)^{0,1}, \quad (13)$$

При турбулентном ($Re > 2300$):

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43}, \quad (14)$$

где $Nu = \frac{\alpha'_m \cdot d_{cp}}{\lambda_m}$ – число Нуссельта; α'_m – коэффициент теплоотдачи к молоку в трубе постоянного сечения; $d_{cp} = R_1 R_2$ – средний диаметр канала; λ_m – теплопроводность молока; $Re = \frac{v \cdot d_{cp}}{\nu_m}$ – число Рейнольдса для молока; $Pr = \frac{\nu_m \cdot c_m \cdot \rho_m}{\lambda_m}$ – число Прандтля для молока; c_m – теплоемкость молока; ρ_m – плотность молока; $Gr = \frac{g d_{cp}^3}{\nu_m^2} \beta_m (T_c - T_m)$ – число Грасгофа для молока; $g = 9,81$ м/с² – ускорение свободного падения; β_m – температурный коэффициент расширения молока; T_c – температура внутренней поверхности колбы.

Значение найденного коэффициента теплоотдачи α'_m корректируется с учетом волнообразного сечения канала:

$$\alpha_m = \varepsilon' \alpha'_m, \quad (15)$$

где $\varepsilon' = 1,5 \dots 2$ [2] – поправка, учитывающая дополнительную турбулизацию потока.

Суммарный тепловой поток от токонесущего слоя к молоку определяется выражением:

$$Q_m = \int_{-\theta_1}^{\theta_1} [k_m(T - T_m) + \sigma \varepsilon_m(T - T_m^4)] \cdot 2\pi R_1 \cos \theta d\theta, \quad (16)$$

Общее тепловыделение в токонесущем слое равно его электрической мощности. При заданной приведенной мощности A , электрическая мощность N равна:

$$N = A \cdot \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \frac{1 + \alpha_R(T - T_0)}{\cos(\theta)} d\theta. \quad (17)$$

КПД нагревательного элемента:

$$\eta = \frac{Q_m}{N}. \quad (18)$$

Конечная температура молока на выходе из колбы

$$T_m'' = T_m' + \frac{Q_m}{c_m \sigma_m}. \quad (19)$$

Важнейшим параметром пастеризатора, определяющим качество продукта, является температура внутренней поверхности колбы T_c . При чрезмерно большом ее значении происходит пригорание молока, разложение термолабильных веществ.

Температура внутренней поверхности T_c определяется из условия теплового баланса для конвективных тепловых потоков:

$$k_m \cdot (T - T_m) = \alpha_m(T_c - T_m), \quad (20)$$

$$T_c = T_m + \frac{k_m(T - T_m)}{\alpha_m}. \quad (21)$$

Алгоритм машинного расчета процесса инфракрасной пастеризации молока реализуется следующим образом.

Определяются предельные значения угла θ_1 по формуле (1). Ориентировочное значение электрической мощности N определяется по формуле:

$$N = A \cdot \ln \frac{1 + \sin \theta_1}{1 - \sin \theta_1}. \quad (22)$$

Средний диаметр канала определяется по формуле:

$$d_{cp} = R_1 + R_2. \quad (23)$$

Средняя скорость молока определяется по формуле:

$$V = \frac{4G_m}{\pi d_{cp}^2 \rho_m}. \quad (24)$$

Число Рейнольдса для молока определяется по формуле:

$$Re = \frac{V d_{cp}}{\nu_m}. \quad (25)$$

Число Прандтля для молока определяется по формуле:

$$Pr = \frac{\nu_m \cdot c_m \cdot \rho_m}{\lambda_m}. \quad (26)$$

Коэффициент теплоотдачи вычисляется для ламинарного λ_l и турбулентного λ_m режимов.

Истинный коэффициент теплоотдачи выбирался в зависимости от числа Рейнольдса.

Непосредственное использование формулы (13) для расчета коэффициента теплоотдачи α_l не представляется возможным, поскольку в число Грасгофа входит неизвестная температура внутренней поверхности колбы T_c . Ее значение предварительно определялось численными решениями уравнения:

$$g = \lambda_l(T_c)(T_c - T_m'), \quad (27)$$

где $g \approx \frac{N}{F}$ – удельный тепловой поток; $F = 4\pi R_1^2 \cdot \sin \theta_1$ – площадь поверхности токонесущего слоя.

Коэффициент теплоотдачи при турбулентном режиме определяется непосредственно по формуле (14).

Окончательное значение коэффициента теплоотдачи определяется в зависимости от числа Рейнольдса:

$$\alpha'_m = \begin{cases} \alpha_l - \text{при } Re \leq 2300 \\ \alpha_m - \text{при } Re \geq 2300 \end{cases} \quad (28)$$

с последующей корректировкой по формуле (15).

Температура токонесущего слоя $T(\theta)$ определяется путем численного решения уравнения (12). При этом предварительно рассчитывается коэффициент теплоотдачи для участка «токонесущий слой - молоко» k_m по формуле:

$$k_m = \frac{1}{\frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\lambda_m}} \quad (29)$$

Численным интегрированием уравнения (17) определяется мощность тока N для заданной приведенной мощности A .

Определяется тепловой поток от токонесущего слоя к молоку численным интегрированием уравнения (16). По формулам (18), (19) определяются КПД нагревательных элементов пастеризатора и конечная температура молока при прохождении одной колбы.

Для оценки вкладов конвективной и лучистой формы передачи теплоты определяются удельный конвективный, лучистый и суммарный тепловой потоки к молоку:

$$q_{mk} = k_m(T - T_m), \quad (30)$$

$$q_{ml} = \sigma \varepsilon_m(T - T_m^4), \quad (31)$$

$$q_m = q_{mk} + q_{ml}. \quad (32)$$

Последней определяется температура внутренней поверхности колбы по формуле (21).

На рисунках 2, 3 приведены результаты моделирования пастеризатора молока при следующих значениях параметров: $R_1 = 0,04\text{м}$; $R_2 = 0,02\text{м}$; $\delta_c = 0,001\text{м}$; $\lambda_c = 2,4 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; $T_e = 293\text{К}$; $T'_m = 293\text{К}$; $\alpha_e = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$; $\varepsilon_e = 0,1$; $\varepsilon_m = 0,9$; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$; $\alpha_R = 0,25 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{К}}$ (покрытие из нихрома); $A = 1500\text{Вт}$; $G_m = 1 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$; $\rho_m = 1030 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; $c_m = 3900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; $\lambda_m = 0,56 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; $v_m = 0,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$; $\beta = 4,5 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{К}}$.

А также рассчитаны следующие важнейшие параметры: $\alpha_m = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$; $k_m = 1397 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$; $N = 4150\text{Вт}$; $Q_m = 4116\text{Вт}$; $\eta = 0,992$; $T'_m = 294,1\text{К}$.

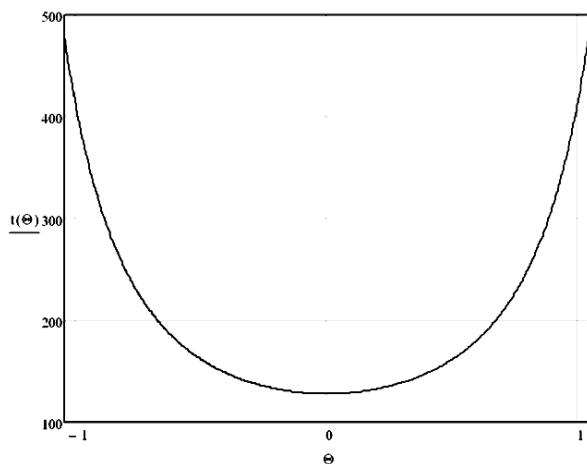


Рисунок 2 - Распределение температуры токонесущего слоя

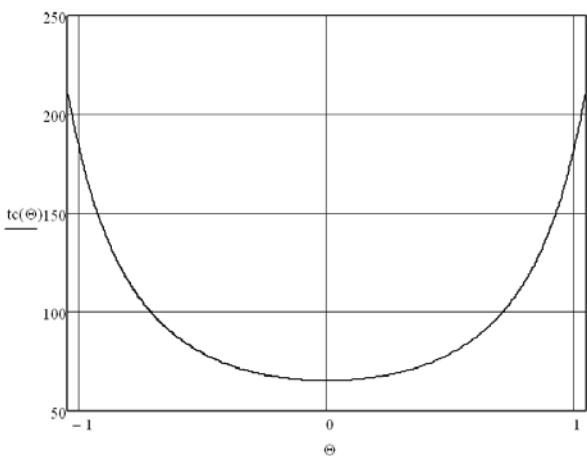


Рисунок 3 - Распределение температуры на внутренней поверхности колбы

С учетом того, что скорость молока здесь существенно выше, чем в широкой части, время высокотемпературного нагрева молока мало по сравнению с общим временем прохождения молока через колбу.

Увеличение мощности тока приводит к резкому увеличению температуры внутренней поверхности колбы. На рисунке 4 показано распределение t_c при $A = 3000\text{Вт}$ ($N = 8728\text{Вт}$). Остальные параметры неизменны.

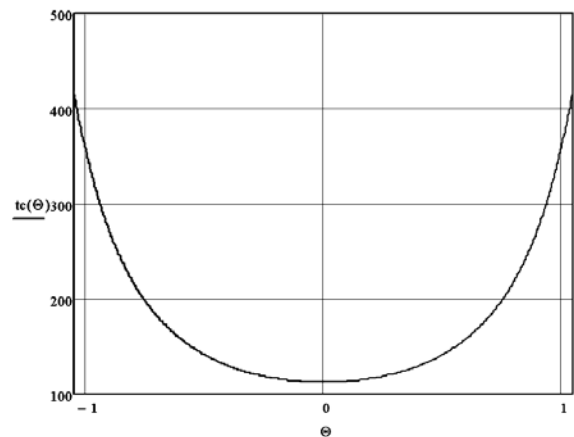


Рисунок 4 - Распределение температуры на внутренней поверхности колбы при $A = 3000\text{Вт}$ ($N = 8728\text{Вт}$)

Если режим течения в устройстве ламинарный, то температуры токонесущего слоя и внутренней поверхности колбы получаются недопустимо высокими, что вызовет пригорание и разложение термолабильных веществ.

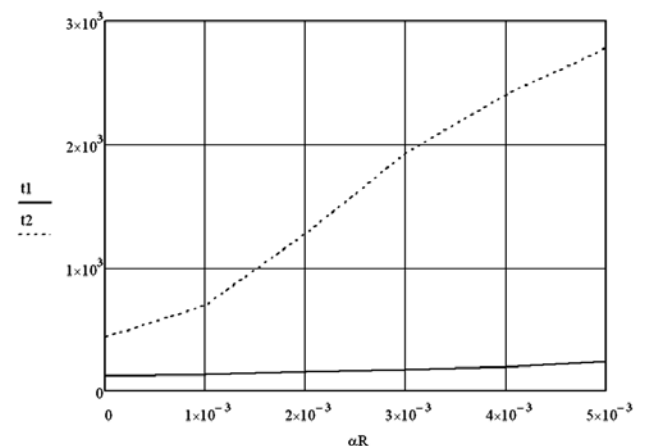


Рисунок 5 - Зависимость температуры токонесущего слоя от температурного коэффициента сопротивления материала

На температуру токонесущего слоя существенно влияет температурный коэффициент сопротивления материала. На рисунках 5 и 6 показаны соответствующие зависимости для токонесущего слоя и внутренней поверхности

колбы. Индекс 1 относится к наиболее широкой части колбы, индекс 2 – к наиболее узкой (входному сечению).

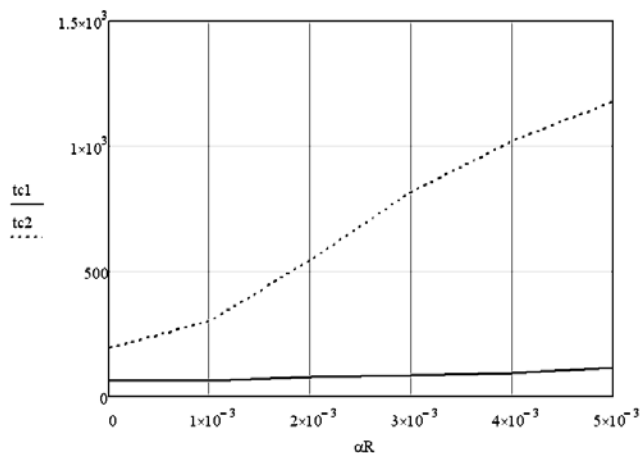


Рисунок 6 - Зависимость температуры внутренней поверхности колбы от температурного коэффициента сопротивления материала

При одинаковой электрической мощности температуры токонесущего слоя и внутренней поверхности колбы существенно зависят от материала токонесущего слоя, в то время как в широкой части они несколько уменьшаются.

Перегрев узкой части колбы можно предотвратить увеличением входного радиуса колбы R_2 . На рисунках 7 и 8 показаны зависимости температур от радиуса R_2 при $\alpha_R = 0,25 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$, $N = 2000 \text{ Вт}$. Температуры во входном сечении t_2 и t_{c2} существенно уменьшаются при увеличении радиуса R_2 , а температуры t_1 и t_{c1} несколько увеличиваются. Таким образом, увеличение радиуса R_2 с одной стороны приводит к уменьшению максимальной температуры, с другой – к уменьшению амплитуды колебаний температуры нагревателя в осциллирующем процессе подогрева.

Результаты математического моделирования процесса пастеризации позволяют сделать следующие выводы.

Эффективная пастеризация молока возможна только при турбулентном режиме течения через нагревательные элементы пастеризатора. В случае ламинарного режима происходит чрезмерный перегрев нагревательных элементов и, как следствие, пригорание молока во входном сечении, разложение термолabile веществ.

При работе данного пастеризатора реализуется осциллирующий режим подогрева молока. Максимальная температура токонесущего

слоя и внутренней поверхности колбы наблюдается в наиболее узком (входном сечении), минимальная – в наиболее широком.

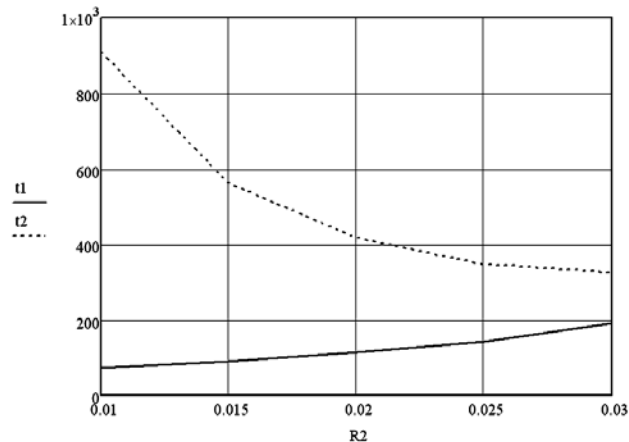


Рисунок 7 - Зависимость температуры токонесущего слоя от радиуса входного сечения

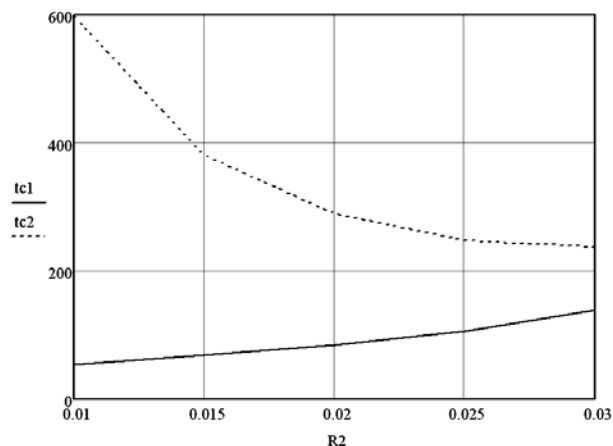


Рисунок 8 - Зависимость температуры внутренней поверхности колбы от радиуса входного сечения

Наличие циркуляционных контуров в колбах приводит к интенсивному перемешиванию молока, более равномерному ИК-облучению.

Максимальная температура в наиболее узком сечении пастеризатора зависит главным образом от электрической мощности тока, радиуса наиболее узкого сечения, температурного коэффициента сопротивления токонесущего слоя. Токонесущий слой желательно выполнять из материалов с малыми значениями температурного коэффициента сопротивления (манганин, нихром).

Амплитуда колебаний температуры токонесущего слоя и внутренней поверхности колбы зависит от соотношения радиусов R_1 и R_2 и может регулироваться их значениями в достаточно широких пределах.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Давидюк, В.В. Методика получения рациональных осциллирующих режимов обезвоживания пищевых продуктов [Текст] / В.В. Давидюк // Вестник Астраханского государственного технического университета. – 2004. - №1. - С. 244-251.
- 2 Коваленко, Л.М. Теплообменники с интенсификацией теплоотдачи [Текст] / Л.М. Коваленко, А.Ф. Глушков. - М.: Энергоатомиздат, 1986. – 240 с.
- 3 Исаченко, В.П. Теплопередача [Текст] / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
- 4 Кухгинг, Х. Справочник по физике [Текст] / Х. Кухгинг. - М: Мир, 1989. – 520 с.

REFERENCES

- 1 Davidyuk, V.V. The method of obtaining rational oscillating modes of dehydration of foods [Text] / V.V. Davidyuk // Bulletin of the Astrakhan State Technical University. – 2004. - №1. - P. 244-251.
- 2 Kovalenko, L.M. Exchanger with the intensification of heat exchangers [Text] / L.M. Kovalenko, A.F. Glushkov. – M.: Energoatomizdat, 1986. - 240 p.
3. Isachenko, V.P. Heat transfer [Text] / V.P. Isachenko, V.A. Osipova, A.S. Sukomel. – M.: Energoizdat, 1981. – 416 p.
- 4 Kuhging, H. Handbook on the Physics [Text] / H. Kuhging. – M.: Mir, 1989. – 520 p.