

УДК 631.563.2:621.72

Доцент А.В. Журавлев, аспирант А.В. Бородкина,
(Воронеж. гос. ун-т. инж. технол.) кафедра машин и аппаратов пищевых производств.
тел. (473) 255-55-57

к.т.н. И.М. Черноусов
(Управление ОАО «Сбербанк России»)

Associate professor A.V. Zhuravlev, graduate student A.V. Borodkina,
(Voronezh state university of engineering technologies) Department of machines and equipment
for food production. phone (473) 255-55-57

Candidate of Technical Sciences I.M. Chernousov
(OJSC «Sberbank of Russia»)

Разработка математической модели сушки семян амаранта в аппарате со взвешенно- закрученным слоем

Development of mathematical model of drying amaranth seeds in the machine with a balanced twisted – layer

Реферат. Интенсификация процессов сушки является основной совершенствования сушильной техники и технологии. Разработка и внедрение в промышленность высокоинтенсивных аппаратов с активными гидродинамическими режимами, обеспечивает во многих случаях более высокие технико-экономические показатели. Применение аппаратов с закрученным потоком теплоносителя для интенсификации процесса сушки дисперсных материалов представляет, как теоретический интерес, так и практическую ценность. Процессы тепло- и массообмена в сушильных аппаратах в значительной мере определяются гидродинамической обстановкой в его внутреннем объеме. Учитывая сложность геометрии и структуры поля скорости во взвешенно-закрученном слое, которое в общем случае является существенно трехмерным, необходимо декомпозировать гидродинамическую задачу на две суперпозиционные части. Из анализа физической картины следует, что траектории линий тока по своим близки к семейству винтовых кривых. На основе проведенного теоретического анализа тепло- и массообмена процесса сушки семян амаранта в аппарате со взвешенно-закрученным слоем авторами разработана его математическая модель. Рассмотрена структура течения процесса сушки в поперечных сечениях аппарата. Модель базируется на фундаментальных уравнениях А.В. Лыкова, описывает тепло- влагоперенос в капиллярнопористых средах в линейном термодинамическом приближении, учитывая конвективный способ подвода теплоты и малые размеры высушиваемых семян амаранта. Полученные уравнения описывают динамическое изменение полей температуры и влагосодержания в условиях сопряженного теплообмена на границе твердая фаза – теплоноситель. Найдены макрокинетические закономерности процесса. Результаты работы будут полезны широкому кругу специалистов, занимающихся сушкой семян амаранта, а также для расчета и проектирования современных сушильных установок. На основании экспериментальных данных и их статистической обработки была получена математическая модель, адекватно описывающая процесс сушки семян амаранта в аппарате с закрученным потоком теплоносителя. Определен характер изменения критериев оптимизации в зависимости от входных факторов. Результаты математической модели будут полезны широкому кругу специалистов, занимающихся сушкой семян амаранта, а также для расчета и проектирования современных сушильных установок.

Summary. Intensification of drying is a major improvement of the drying equipment and technology. Development and implementation in the industry of high-intensity devices with active hydrodynamic regimes, provides in many cases, higher technical and economic indicators. The use of devices with twisted coolant flow to intensify the process of drying of dispersed materials is both theoretical interest and practical value. The processes of heat and mass transfer in drying machines are largely determined by the hydrodynamic conditions in its internal volume. Given the complexity of the geometry and structure of the velocity field in the balanced twisted-layer, which in general is essentially three-dimensional, it is necessary to decompose the hydrodynamic problem into two parts superposition. From the analysis of the physical picture implies that the path of the current lines of his close family helical curves. Based on the theoretical analysis of heat and mass transfer process of drying seeds of amaranth in the office with a balanced twisted-layer authors developed a mathematical model of it. The structure of the flow of the drying process in the cross-sections of the device. The model is based on the fundamental equations A.V. Lykov, describes a heat moisture transfer in capillary-porous environments in a linear thermodynamic approach, given the method of convective heat supply and the small size of dried seeds of amaranth. These equations describe the dynamic change in the fields of temperature and moisture content in a conjugated heat and mass transfer at the interface solid phase - coolant. Found macrokinetic natural process. The results will be useful for a wide range of professionals involved in drying seeds of amaranth, as well as for calculation and design of modern dryers. On the basis of experimental data and their statistical treatment has been received a mathematical model that adequately describes the process of drying seeds of amaranth in the device with twisted coolant flow. The character of changes in the optimization criteria, depending on the input factors. The results of the mathematical model will be useful a wide range of professionals involved in drying seeds of amaranth, as well as for calculation and design of modern dryers.

Ключевые слова: математическая модель, сушка, семена амаранта, сушильный аппарат, взвешенно-закрученный слой, теплоноситель, тепло-массообмен.

Keywords: mathematical model, drying, amaranth seeds, dryer, balanced twisted - layer, heat transfer fluid, heat and mass transfer.

Окончание. Начало см. «Вестник ВГУИТ» № 1, 2015.

© Журавлев А.В., Бородкина А.В., Черноусов И.М., 2015

Получена система уравнений:

$$\frac{\partial U}{\partial Fo} = L_u \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial U}{\partial R} \right) + Lu Pn \left(\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial T}{\partial R} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial Fo} = \frac{FeLu}{Pn} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial U}{\partial R} \right) + (1 + FeLu) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial U}{\partial R} \right); \quad (2)$$

$$U(R, 0) = T(R, 0) = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial U(0, Fo)}{\partial R} = \frac{\partial T(0, Fo)}{\partial R} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial U(1, Fo)}{\partial R} + Pn \frac{\partial T(1, Fo)}{\partial R} + \quad (5)$$

$$+ Bi_m [U(1, Fo) - 1] = 0; - \frac{\partial T(1, Fo)}{\partial R} + Bi_q [1 - T(1, Fo)] - (1 - \varepsilon) Bi_m Ko Lu [U(1, Fo) - 1] = 0, \quad (6)$$

где $Lu = a_m / a_q$ - критерий Лыкова, характеризующий отношение скоростей переноса массы и тепла диффузией; $Pn = \delta(t_c - t_o) / (u_c - u_o)$ - критерий Поснова, характеризующий отношение термодиффузионного переноса влаги к диффузионному переносу; $Fe = \delta r^* \varepsilon / c$ - критерий Федорова, характеризующий отношение теплосодержания переносимой жидкой и парообразной влаги к теплосодержанию высушиваемого материала; $Bi_q = \alpha_q r_o / \lambda_q$ - теплообменное число Био; $Bi_m = \alpha_m r_o / \lambda_m$ - массообменное число Био; $Ko = r^* (u_c - u_o) / (c_p (t_c - t_o))$ - критерий Косовича, характеризующий зависимость между количеством теплоты, затраченным на испарение жидкости и на нагревание влажного тела.

Интегрирование системы уравнений (1)-(6) необходимо проводить численно, так как аналитическое решение получить затруднительно [1].

Численное интегрирование уравнений математической модели основывается на конечно-разностных представлениях. Непрерывная область интегрирования разбивается сеткой с шагом ΔR и ΔF_o , при этом область решения, представляющая собой полуограниченную полосу $[0; 1] \times [0; \infty)$, заменяется дискретной, то есть совокупностью узлов, при этом вводятся обозначения:

$$U(R, Fo) = U(i\Delta R, j\Delta F_o) = U_i^j;$$

$$T(R, Fo) = T(i\Delta R, j\Delta F_o) = T_i^j,$$

где $i = 0, 1, \dots, n$; $j = 0, 1, \dots$; $\Delta R = \frac{1}{n}$; ΔF_o выбирается из условия $\Delta \theta < \Delta R$.

Для аппроксимации уравнений модели выбран четырехточечный шаблон, рисунок 1.

Это позволяет записать дискретный аналог уравнений модели с первым порядком точности по ΔF_o и вторым по ΔR в виде:

$$U_i^{j+1} = U_i^j + [Lu \left(\frac{U_{i+1}^j - 2U_i^j + U_{i-1}^j}{\Delta R^2} + \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{i\Delta R^2} \right) + Lu Pn \left(\frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta R^2} + \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{i\Delta R^2} \right)] \Delta F_o; \quad (7)$$

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \left[\frac{FeLu}{Pn} \left(\frac{U_{i+1}^j - 2U_i^j + U_{i-1}^j}{\Delta R^2} + \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{i\Delta R^2} \right) + (1 + FeLu) \left(\frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta R^2} + \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{i\Delta R^2} \right) \right] \Delta F_o; \quad (8)$$

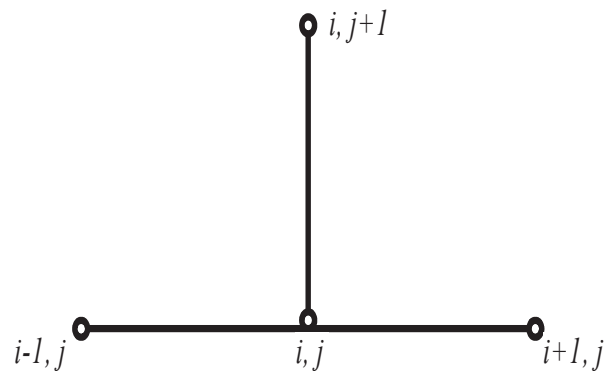


Рисунок 1. Схема четырехточечного шаблона.

$$+ \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{i\Delta R^2} \Delta F_o;$$

$$U_i^0 = T_i^0 = 0; \quad (9)$$

$$U_0^j = U_1^j; \quad T_0^j = T_1^j; \quad (10)$$

$$\frac{U_n^j - U_{n-1}^j}{\Delta R} + Pn \frac{T_n^j - T_{n-1}^j}{\Delta R} + Bi_m [U_n^j - 1] = 0; \quad (11)$$

$$-\frac{T_n^j - T_{n-1}^j}{\Delta R} + Bi_q [1 - T_n^j] - (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu [U_n^j - 1] = 0, \quad (12)$$

Прежде чем приступить к реализации конечно-разностной схемы (1)-(6), преобразуем граничные условия (5) и (6) для выделения из них в явном виде U_n^j и T_n^j :

$$U_n^j - U_{n-1}^j + Pn T_n^j - Pn T_{n-1}^j + \Delta R Bi_m U_n^j - \Delta R Bi_m = (1 + \Delta R Bi_m) U_n^j + Pn T_{n-1}^j - U_{n-1}^j - Pn T_{n-1}^j - \Delta R Bi_m = 0,$$

то есть

$$(1 + \Delta R Bi_m) U_n^j + Pn T_{n-1}^j = Pn T_{n-1}^j + \Delta R Bi_m + U_{n-1}^j; \quad (13)$$

$$-T_n^j + T_{n-1}^j + \Delta R Bi_q - \Delta R Bi_q T_n^j - \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu U_n^j + \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu = -\Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu U_n^j - (1 + \Delta R Bi_q) T_n^j + T_{n-1}^j + \Delta R Bi_q + \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu = 0,$$

то есть

$$U_n^j = \frac{\Delta U}{\Delta} = \frac{(Pn T_{n-1}^j + \Delta R Bi_m + U_{n-1}^j)(1 + \Delta R Bi_q)}{[(1 + \Delta R Bi_m)(1 + \Delta R Bi_q) - Pn \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu]} - \frac{[T_{n-1}^j + \Delta R Bi_q + \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu] Pn}{[(1 + \Delta R Bi_m)(1 + \Delta R Bi_q) - Pn \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu]} \quad (15)$$

$$T_n^j = \frac{\Delta T}{\Delta} = \frac{\{[T_{n-1}^j + \Delta R Bi_q + \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu](1 + \Delta R Bi_m) - (Pn T_{n-1}^j + \Delta R Bi_m + U_{n-1}^j) \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu\}}{[(1 + \Delta R Bi_m)(1 + \Delta R Bi_q) - Pn \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu]} \quad (16)$$

Таким образом, вместо (5) и (6) следует записать (15) и (16). В результате получена

$$\Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu U_n^j + (1 + \Delta R Bi_q) T_n^j = T_{n-1}^j + \Delta R Bi_q + \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu \quad (14)$$

Введем обозначения:

$$a_{11} = 1 + \Delta R Bi_m; \quad a_{12} = Pn; \\ a_{21} = \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu; \quad a_{22} = 1 + \Delta R Bi_q;$$

$$b_1 = Pn T_{n-1}^j + \Delta R Bi_m + U_{n-1}^j;$$

$$b_2 = T_{n-1}^j + \Delta R Bi_q + \Delta R (1 - \varepsilon) Bi_m KoLu,$$

Тогда (13) и (14) примет вид:

$$\begin{cases} a_{11} U_n^j + a_{12} T_n^j = b_1, \\ a_{21} U_n^j + a_{22} T_n^j = b_2. \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21};$$

$$\Delta_U = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1 a_{22} - b_2 a_{12};$$

$$\Delta_T = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = b_2 a_{11} - b_1 a_{21}.$$

математическая модель процесса сушки семян амаранта в аппарате со взвешенно-закрученным слоем.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Журавлев А. В., Бородкина А.В., Черноусов И.М. Разработка математической модели сушки семян амаранта в аппарате со взвешенно-закрученным слоем // Вестник ВГУИТ. 2015. № 1. С. 58-62.
- 2 Антипов С.Т., Прибытков А.В., Черноусов И.М. Проблема сушки зерна амаранта в России // Вестник ВГТА. 2010. № 1. С. 27-30.
- 3 Антипов С.Т., Казарцев Д.А., Бунин Е.С., Черноусов И.М. Новые технические решения в технике сушки дисперсных материалов // Техника машиностроения. 2010. № 1. С. 55-58.
- 4 Юрова И. С., Кретов И.Т., Журавлев А.В., Казарцев Д.А. Тепло- и массообмен при сушке семян расторопши в вихревой камере с СВЧ-энергоподводе. Воронеж: ВГУИТ, 2012. С. 40-43.
- 5 Антипов С.Т., Журавлев А.В., Черноусов И.М. Тепло- и массообмен при сушке семян амаранта в аппарате со взвешенно-закрученным слоем. Воронеж: ВГТА, 2011. С. 152-163.
- 6 Лыков А. В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. С. 230.

REFERENCES

- 1 Zhuravlev A.V., Borodkina A.V., Chernousov I.M. Development of mathematical model of drying seeds of amaranth in the office with a balanced twisted-layer. *Vestnik VGUIT*. [Bulletin of VSUET], 2015, no. 1, pp. 58-62. (In Russ.).
- 2 Antipov S.T., Pribytkov A.V., Chernousov I.M. The problem of drying of grain amaranth in Russia. *Vestnik VGTA*. [Bulletin of VSTA], 2010, no. 1, pp. 27-30. (In Russ.).
- 3 Antipov S.T., Kazartsev D.A., Bunin E.S., Chernousov I.M. New technical solutions in the technique of drying particulate materials. *Tekhnika mashinostroeniya*. [Technology of mechanical engineering], 2010, no. 1, pp. 55-58. (In Russ.).
- 4 Yurova I.S., Kretov I.T., Zhuravlev A.V., Kazartsev D.A. Teplo- i massoobmen pri sushke semyan rastoropshi v vikhrevoi kamere s SVCh-energoprovode [Heat and mass transfer in drying the seeds of milk thistle in the vortex chamber to the microwave energy supply]. Voronezh, VGUIT, 2012. pp. 40-43. (In Russ.).
- 5 Antipov S.T., Zhuravlev A.V., Chernousov I.M. Teplo- i massoobmen pri sushke semyan amaranta v apparate so vzveshenno-zakruchennym sloem [Heat and mass transfer in drying amaranth seeds in the machine with a balanced twisted-layer]. Voronezh, VGTA, 2011. pp. 152-163. (In Russ.).
- 6 Lykov A.V. Teoriya sushki [The theory of drying]. Moscow, Energiya, 1968. 230 p. (In Russ.).