

Информационные технологии, моделирование и управление

УДК 519.81

Профессор Ю.В. Бугаев, доцент Б.Е. Никитин,
(Воронеж. гос. ун-т. инж. технол.)
кафедра информационных технологий моделирования и управления.
тел. (473) 255-25-50
E-mail: y_bugaev52@mail.ru
преподаватель М.С. Миронова
(ВУНЦ ВВС "Воен.-возд. акад.", Воронеж) кафедра математики
E-mail: mmsams@rambler.ru

Professor Yu.V. Bugaev, associate professor B.E. Nikitin,
(Voronezh state university of engineering technology)
Department of information technologies for modeling and management.
phone (473) 255-25-50
E-mail: mmsams@rambler.ru
lecturer M.S. Mironova
(Military training and research center of the Air Force "Air Force Academy", Voronezh)
Department of mathematics
E-mail: mmsams@rambler.ru

Численные эксперименты для анализа манипулируемости в процедуре экстраполяции на основе метода максимального правдоподобия

Numerical experiments for the analysis of manipulability in the extrapolation procedure based on the maximum likelihood method

Реферат. Процедура экстраполяции на основе метода максимального правдоподобия (ММП) является одной из перспективных процедур коллективного выбора. При анализе процедур коллективного выбора существенным является их проверка на манипулируемость и определение степени манипулируемости. Названная процедура подвержена манипулированию со стороны участников выбора. Провести оценку степени манипулируемости процедуры экстраполяции на основе ММП с использованием разработанных к настоящему времени показателей не представляется возможным из-за неприемлемости существующих допущений к механизму процедуры. В качестве критерия степени манипулируемости процедуры экстраполяции на основе ММП в работе предлагается показатель устойчивости отношения предпочтения в паре альтернатив из коллективного упорядочения. В статье приводится описание и результаты численных экспериментов, проведенных для определения возможности манипулируемости процедуры экстраполяции на основе ММП с помощью трех способов изменения мнений экспертов при различных значениях показателя устойчивости пары альтернатив из упорядочения, наиболее подверженной возможному манипулированию со стороны участников выбора. Цель манипулирования состояла в том, чтобы поменять местами в коллективном упорядочении позиции альтернатив из этой пары. На основании результатов экспериментов установлен диапазон для порогового значения показателя устойчивости пар альтернатив из упорядочения, выше которого наступает неманипулируемость процедуры экстраполяции на основе ММП по трем рассмотренным возможным способам манипулирования со стороны участников выбора. Точное пороговое значение показателя устойчивости пары альтернатив в каждом конкретном случае зависит от количества допустимых упорядочений, соответствующих измененным мнениям участников коллективного выбора.

Summary. The extrapolation procedure based on the maximum likelihood method (MLM) is one of the perspective collective choice procedures. In the analysis of collective choice procedures check of manipulability and determination of the degree of manipulability is essential. The above procedure is subject to manipulation by participants of choice. Carrying out evaluation of the degree of manipulability of the extrapolation procedure based on the MLM by using the developed to the present time indexes is impossible because of inadmissibility of existing assumptions to the mechanism of the procedure. In the paper an index of resistance of preference relation in a pair of alternatives from the collective ordering is proposed as a criterion of the degree of manipulability of the extrapolation procedure based on the MLM. In the article it is given description and results of numerical experiments carried out to determine the possibility of manipulability of the extrapolation procedure based on the MLM by using three ways of change of experts' opinions at various values of the index of resistance for pair of alternatives from the ordering the most vulnerable to possible manipulation by participants of choice. A purpose of manipulation was to swap the positions of the alternatives from this pair in the collective ordering. On the basis of the results of experiments it is determined a range for threshold value of the index of resistance for pairs of alternatives from the ordering above which it is not observed manipulability of the extrapolation procedure based on the MLM in the three considered possible ways of manipulation by participants of choice. In each individual case exact threshold value of the index of resistance for pair of alternatives depends on number of permissible orderings corresponding to the changed opinions of the participants of collective choice.

Ключевые слова: процедура коллективного выбора, экстраполяция экспертных оценок, метод максимального правдоподобия, манипулируемость.

Keywords: collective choice procedure, extrapolation of expert evaluations, maximum likelihood method, manipulability.

© Бугаев Ю.В., Никитин Б.Е., Миронова М.С., 2015

Одной из процедур, применимых для осуществления коллективного выбора при малом и большом числе альтернативных вариантов и чуть ли не единственной возможной в настоящее время в случае, когда множество альтернатив необозримо для группы экспертов, является процедура экстраполяции на основе метода максимального правдоподобия (ММП) [1]. Среди подходов, используемых для анализа процедур коллективного выбора, в качестве одного из основных выделяют проверку на манипулируемость [2], т.е. возможность различными способами добиться более выгодного “для себя” коллективного решения. Многие механизмы коллективного выбора не защищены от манипулирования со стороны участников выбора, в том числе и процедура экстраполяции на основе ММП. Поэтому весьма актуальным является нахождение способов измерения их степени манипулируемости. Наиболее значимыми исследованиями в данном направлении являются работы [3, 4], где был предложен ряд показателей для оценки степени манипулируемости и проведен анализ нескольких известных процедур коллективного выбора с использованием данных показателей. Однако в указанных работах содержатся допущения, которые не представляется возможным соотносить с механизмом процедуры экстраполяции на основе ММП. В частности, при расчете показателей все упорядочения из профиля считаются равновероятными. Поэтому для анализа манипулируемости процедуры экстраполяции на основе ММП требуется использование другого подхода.

В рамках изучения проблемы манипулируемости в процедуре экстраполяции на основе ММП авторами была поставлена задача определения наиболее “слабого” отношения предпочтения в профиле индивидуальных упорядочений, изменение которого отдельными участниками выбора будет способствовать манипулированию, и оценить вероятность того, что это изменение приведет к “успешной” смене коллективного упорядочения, т.е. к той, которую планирует получить участник-манипулятор коллективного выбора.

Как указано в [5], устойчивость оценок полезностей альтернатив (получаемых с использованием принципа экстраполяции) от различного рода возмущений зависит от расположения вектора полезностей альтернатив w внутри полиэдрального конуса, отделяющего допустимые векторы от тех, которые противоречат экспертизе. Манипулирование со стороны экспертов также можно рассматривать как возмущение, имеющее своей целью изменить оценки полезностей альтернатив для получения другого упорядочения на выходе процедуры экстраполяции на основе ММП. Грани названного конуса представляют собой гиперплоскости в пространстве полезно-

стей альтернатив, определяемые парными сравнениями альтернатив $A_i \succeq A_j$, которым соответствуют неравенства $w_i \geq w_j$. Чем дальше вектор полезностей альтернатив от соответствующей гиперплоскости, тем устойчивее предпочтение в паре альтернатив.

На основе вышеизложенных положений в качестве критерия степени манипулируемости был выбран показатель устойчивости отношения предпочтения в паре альтернатив из коллективного упорядочения. Упорядочение из m альтернатив можно представить в виде $A_{r_1} \succeq A_{r_2} \succeq \dots \succeq A_{r_m}$, где r_s – номер альтернативы, $r_s \in \{1, 2, \dots, m\}$; s – номер позиции, которую занимает альтернатива в упорядочении. Добавим нумерацию пар альтернатив, связанных отношениями предпочтения. Тогда под показателем устойчивости n -й пары альтернатив $A_{r_i} \succeq^n A_{r_j}$ из упорядочения вида:

$$A_{r_1} \succeq^1 A_{r_2} \succeq^2 \dots \succeq^{m-1} A_{r_m} \quad (1)$$

будем понимать следующую величину:

$$L_n = \frac{d_n}{\max_{k=1}^{m-1} (d_k)} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где d_n – расстояние вектора полезностей альтернатив w до n -й гиперплоскости, $d_n = (Cw)_n / \|C^{<n>}\|$, где $C^{<n>}$ – n -я строка матрицы C , C – структурная матрица, соответствующая коллективному (выходному) упорядочению альтернатив. Принцип построения этой матрицы рассмотрен в [6].

Минимальная из величин (2), вычисленных для всех n -х пар альтернатив из упорядочения, указывает на наиболее “слабое” отношение предпочтения в профиле индивидуальных упорядочений, т.е. отношение, наиболее подверженное возможному манипулированию со стороны участников коллективного выбора.

Далее в настоящей работе следует описание и результаты численных экспериментов, проведенных для определения возможности манипулируемости процедуры экстраполяции на основе ММП с помощью некоторых способов изменения мнений экспертов при различных значениях показателя устойчивости, соответствующих наиболее “слабой” паре альтернатив в выходном упорядочении. Численные эксперименты проводились с использованием программного обеспечения, в котором вычисление интеграла, присутствующего в формуле для расчета вероятности упорядочения, осуществлялось с помощью многомерной формулы Гаусса согласно положениям, изложенным в [7].

Условие проведения эксперимента предполагало наличие пяти альтернатив с тремя критериями качества и восемью экспертами.

Показатель устойчивости рассчитывался для всех пар альтернатив из коллективного упорядочения (1). Та пара альтернатив $A_{r_i} \succeq^n A_{r_j}$, для которой показатель устойчивости оказывался минимальным, представляла собой наиболее “слабую” и принимала участие в осуществлении возможного манипулирования со стороны экспертов. Цель манипулирования состояла в том, чтобы поменять местами позицию “слабой” альтернативы A_{r_i} и “сильной” альтернативы A_{r_j} в выходном упорядочении. В упорядочениях вида (1) альтернатива, стоящая на позиции с номером 1, т.е. на первом месте, является наилучшей, на позиции с номером m , т.е. на последнем месте, – наихудшей. Способы возможного достижения цели манипулирования заключались в изменении индивидуальных упорядочений следующим образом.

Способ 1. Перестановка “слабой” альтернативы на одну, затем вторую и т.д. позицию в направлении улучшения занимаемого ею места в упорядочении. Перестановка прекращается в том случае, если достигнута цель манипулирования или “слабая” альтернатива заняла первое место в упорядочении эксперта.

Способ 2. Перестановка “сильной” альтернативы на одну, затем вторую и т.д. позицию в направлении ухудшения занимаемого ею места в упорядочении. Перестановка прекращается в том случае, если достигнута цель манипулирования или “сильная” альтернатива заняла последнее место в упорядочении эксперта.

Способ 3. Перестановка “сильной” альтернативы на одну, затем вторую и т.д. позицию в направлении ухудшения занимаемого ею места в упорядочении. При этом “слабая” альтернатива поставлена на первое место. Перестановка прекращается в том случае, если достигнута цель манипулирования или “сильная” альтернатива заняла последнее место в упорядочении эксперта. Данный способ не осуществляется, если цель манипулирования достигнута при способе 1.

При реализации указанных способов относительное расположение остальных альтернатив, кроме “слабой” и “сильной”, оставалось неизменным. Изменение индивидуальных упорядочений по описанной выше схеме производилось для каждого эксперта по отдельности, упорядочения остальных экспертов оставались такими же, что и в исходном профиле упорядочений. При проведении экспериментов не учитывались измененные мнения экспертов, которые представ-

ляли собой недопустимые упорядочения. Для недопустимых упорядочений невозможно построить функцию обобщенного критерия, и, следовательно, применение процедуры экстраполяции на основе ММП становится некорректным.

Для экспериментов было использовано восемь наборов альтернатив, значения критериев качества, которых приведены в таблице 1.

Т а б л и ц а 1
Участвовавшие в экспериментах наборы альтернатив

Номер набора альтернатив	Альтернатива	Критерий 1	Критерий 2	Критерий 3
1	A_1	7,9454	3,2797	5,1102
	A_2	8,5200	5,1643	0,8602
	A_3	0,0177	0,0305	9,9999
	A_4	0,0821	0,7718	9,9698
	A_5	6,0696	1,0122	7,8826
2	A_1	0,5658	4,8288	8,7386
	A_2	2,1412	0,1363	9,7671
	A_3	1,4566	6,2939	7,6332
	A_4	3,7024	8,9903	2,3382
	A_5	2,3053	2,7993	9,3193
3	A_1	2,1079	0,9849	9,7256
	A_2	1,3484	9,1044	3,9104
	A_3	3,3573	9,3920	0,7211
	A_4	6,1056	3,0961	7,2894
	A_5	2,9040	3,2014	9,0176
4	A_1	4,9484	7,8335	3,7617
	A_2	2,1121	2,5235	9,4431
	A_3	7,1530	6,0381	3,5178
	A_4	0,0481	7,6709	6,4152
	A_5	5,7087	7,8805	2,3039
5	A_1	7,8810	0,0157	6,1555
	A_2	7,9647	2,4958	5,5077
	A_3	4,3177	5,6577	7,0248
	A_4	7,5689	4,6433	4,5990
	A_5	0,8076	2,8266	9,5582
6	A_1	2,2357	9,5192	2,0943
	A_2	1,6808	3,1144	9,3528
	A_3	2,3790	2,4708	9,3934
	A_4	1,1929	9,0420	4,1011
	A_5	0,8531	0,3587	9,9571
7	A_1	0,3186	2,8108	9,5915
	A_2	0,6485	0,9464	9,9340
	A_3	1,7102	0,2503	9,8495
	A_4	5,1904	8,3929	1,6184
	A_5	1,4762	4,3103	8,9018
8	A_1	8,1471	5,7381	0,8359
	A_2	9,5285	3,0343	0,0157
	A_3	4,0573	2,0343	8,9106
	A_4	0,7368	1,2632	9,8925
	A_5	3,2436	6,5634	6,8118

К каждому набору альтернатив был сформирован свой профиль индивидуальных упорядочений экспертов. Данные профили представлены в таблице 2 и соответствуют наборам альтернатив из таблицы 1.

Т а б л и ц а 2
Участвовавшие в экспериментах профили
индивидуальных упорядочений

Номер профиля упорядочений	Номер эксперта	Упорядочение эксперта
1	2	3
1	1	$A_4 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_2$
	2	$A_1 \succeq A_2 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_3$
	3	$A_4 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_2$
	4	$A_4 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_2$
	5	$A_1 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_3 \succeq A_2$
	6	$A_1 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_3$
	7	$A_1 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_3$
	8	$A_4 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_2$
2	1	$A_3 \succeq A_1 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4$
	2	$A_4 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_5 \succeq A_2$
	3	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_2 \succeq A_4$
	4	$A_5 \succeq A_2 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_4$
	5	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_4 \succeq A_2$
	6	$A_3 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_5 \succeq A_2$
	7	$A_3 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_5 \succeq A_2$
	8	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4$
3	1	$A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_3$
	2	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$
	3	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_3$
	4	$A_1 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_3$
	5	$A_4 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3$
	6	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$
	7	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$
	8	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_3$
4	1	$A_4 \succeq A_2 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_5$
	2	$A_4 \succeq A_1 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_2$
	3	$A_2 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_5$
	4	$A_2 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_5$
	5	$A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_5$
	6	$A_4 \succeq A_1 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_2$
	7	$A_4 \succeq A_1 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_2$
	8	$A_2 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_5$
5	1	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$
	2	$A_3 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_1$
	3	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$
	4	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_4$
	5	$A_3 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_5 \succeq A_1$
	6	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$

Продолжение табл. 2

1	2	3
	7	$A_3 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_1$
	8	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_2 \succeq A_1 \succeq A_4$
6	1	$A_4 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_5$
	2	$A_4 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_5$
	3	$A_4 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_5$
	4	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$
	5	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$
	6	$A_3 \succeq A_2 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$
	7	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$
	8	$A_3 \succeq A_2 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$
7	1	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4$
	2	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_4 \succeq A_3 \succeq A_2$
	3	$A_1 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4$
	4	$A_2 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4$
	5	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4$
	6	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4$
	7	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4$
	8	$A_1 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4$
8	1	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_2$
	2	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_2$
	3	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_2$
	4	$A_4 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_2$
	5	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_2$
	6	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_4 \succeq A_2$
	7	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_4 \succeq A_2$
	8	$A_4 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_2$

Выходные упорядочения альтернатив, полученные с помощью процедуры экстраполяции на основе ММП при заданных наборах альтернатив и профилях упорядочений, представлены в таблице 3 с указанием наиболее “слабой” пары альтернатив в упорядочении и значения показателя устойчивости этой пары, а также номеров тех экспертов, с помощью изменения мнений которых согласно описанной выше схеме было осуществлено манипулирование.

Поскольку при значениях показателя устойчивости наиболее “слабой” пары альтернатив, равных 35,85 % и больше, не удалось осуществить манипулирование со стороны участников коллективного выбора, то было решено провести дополнительные исследования для проверки возможности манипулирования при значении показателя устойчивости пары альтернатив больше 35,85 %. Для этого были использованы выбранные ранее наборы альтернатив и профили упорядочений. Для участия

в эксперименте в качестве пар альтернатив, которые необходимо было изменить на противоположные в выходном упорядочении, были выбраны пары, отличные от наиболее “слабых”, но с подходящим значением показателя устойчивости. А именно пара $A_4 \succeq A_1$ в выходном упорядочении под номером 3 (см. таблицу 3), для которой показатель устойчивости равен 38,89 % (первый случай); пара $A_3 \succeq A_5$ в выходном упорядочении под номером 4, для которой показатель устойчивости равен 39,68 % (второй

случай); пара $A_3 \succeq A_5$ в выходном упорядочении под номером 2, для которой показатель устойчивости равен 42,97 % (третий случай); пара $A_2 \succeq A_3$ в выходном упорядочении под номером 7, для которой показатель устойчивости равен 47,64 % (четвертый случай). Для первого случая имело место манипулирование со стороны экспертов под номерами 1 и 5, для второго, третьего и четвертого случаев не удалось осуществить манипулирование со стороны участников выбора.

Т а б л и ц а 3

Результаты численных экспериментов

Номер набора альтернатив и профиля упорядочений (номер упорядочения)	Выходное упорядочение	Наиболее “слабая” пара альтернатив	Показатель устойчивости, %	Номера экспертов-манипуляторов
1	$A_1 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_2$	$A_1 \succeq A_4$	16,27	2, 5, 6, 7
2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_4 \succeq A_2$	$A_5 \succeq A_1$	18,51	3, 4, 5, 8
3	$A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_3$	$A_5 \succeq A_2$	24,90	3 (или 8)
4	$A_4 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_5$	$A_1 \succeq A_2$	25,49	2 (или 6, или 7), 5
5	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	32,45	1 (или 6), 2 (или 7), 5
6	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_1$	$A_2 \succeq A_3$	35,85	–
7	$A_5 \succeq A_1 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4$	$A_5 \succeq A_1$	40,48	–
8	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_1 \succeq A_2$	$A_5 \succeq A_3$	54,76	–

Приведем конкретные примеры изменения индивидуальных упорядочений, производимых в рамках эксперимента в качестве попыток достижения цели манипулирования. Остановимся на наборе альтернатив и профиле индивидуальных упорядочений под номером 5, представленных в таблицах 1 и 2 соответственно. Выходным упорядочением в этом случае является $A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$ (см. таблицу 3). Вычисленные показатели устойчивости отдельных пар альтернатив упорядочения $A_3 \succeq A_5$, $A_5 \succeq A_4$, $A_4 \succeq A_2$, $A_2 \succeq A_1$ равны 71,89 %, 100 %, 32,45 %, 97,77 % соответственно. Наиболее “слабой” парой альтернатив является $A_4 \succeq A_2$. Цель манипулирования – поменять местами “слабую” A_2 и “сильную” A_4 альтернативы в выходном упорядочении, т.е. коллективным упорядочением должно стать упорядочение $A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$. Способы возможного достижения цели манипулирования для каждого эксперта представлены в таблице 4. Значение показателя устойчивости наиболее “слабой” пары альтернатив $A_4 \succeq A_2$ отражено в таблице 4 в случае, если цель манипулирования не достигнута. Если цель манипулирования достигнута, то в этом

случае указано значение показателя устойчивости новой наиболее “слабой” пары альтернатив $A_2 \succeq A_4$, полученной после изменения выходного упорядочения. Для недопустимых упорядочений четыре последних столбца в таблице 4 не заполнялись.

При проведении экспериментов по мере улучшения позиции “слабой” альтернативы (реализация способа 1) или ухудшения позиции “сильной” альтернативы (реализация способа 2 и способа 3) происходило уменьшение значения показателя устойчивости наиболее “слабой” пары альтернатив. Это отражено и в таблице 4. Однако были случаи нарушения данной закономерности, и наблюдался обратный эффект: ухудшение позиции “сильной” альтернативы при способе 2 приводило к увеличению показателя устойчивости наиболее “слабой” пары альтернатив и уменьшению показателя устойчивости других пар. Эти случаи имели место при использовании набора альтернатив и профиля упорядочений под номером 3 при изменении мнений экспертов под номерами 2 (или 6, или 7) 3 (или 8) и 4. В дальнейшем определение причины данного эффекта, возможно, позволит найти другие способы изменения мнений экспертов, которые будут способствовать манипулированию.

Варианты возможного манипулирования для профиля индивидуальных упорядочений под номером 5

Изменение мнения экспертов			Выходное упорядочение	Наиболее “слабая” пара альтернатив	Показатель устойчивости, %	Достижение цели манипулирования
Номер эксперта	Упорядочение эксперта	Номер способа				
1	2	3	4	5	6	7
1 (или 6)	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$	1	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	15,13	нет
	$A_3 \succeq A_2 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$	1	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	12,46	нет
	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$	1	—	—	—	—
	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	15,13	нет
	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_1 \succeq A_4$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$	$A_2 \succeq A_4$	1,07	да
	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_4$	3	—	—	—	—
2 (или 7)	$A_3 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_5 \succeq A_1$	1	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	24,53	нет
	$A_3 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_1$	1	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	12,47	нет
	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_1$	1	—	—	—	—
	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	18,61	нет
	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	5,52	нет
	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_1 \succeq A_4$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$	$A_2 \succeq A_4$	7,20	да
	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$	3	—	—	—	—
	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_4$	3	—	—	—	—
3	$A_5 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_1$	1	—	—	—	—
	$A_2 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_1$	1	—	—	—	—
	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_2 \succeq A_1 \succeq A_4$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	12,38	нет
	$A_2 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_4$	3	—	—	—	—
4	$A_5 \succeq A_3 \succeq A_2 \succeq A_1 \succeq A_4$	1	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	30,52	нет
	$A_5 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_4$	1	—	—	—	—
	$A_2 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_4$	1	—	—	—	—
5	$A_3 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_1$	1	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	19,05	нет
	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_1$	1	—	—	—	—
	$A_3 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_5 \succeq A_1$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	19,05	нет
	$A_3 \succeq A_2 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_2 \succeq A_1$	$A_4 \succeq A_2$	9,40	нет
	$A_3 \succeq A_2 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_4$	2	$A_3 \succeq A_5 \succeq A_2 \succeq A_4 \succeq A_1$	$A_2 \succeq A_4$	5,83	да
	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_4 \succeq A_1$	3	—	—	—	—
	$A_2 \succeq A_3 \succeq A_5 \succeq A_1 \succeq A_4$	3	—	—	—	—
8	$A_5 \succeq A_2 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_4$	1	—	—	—	—
	$A_2 \succeq A_5 \succeq A_3 \succeq A_1 \succeq A_4$	1	—	—	—	—

Данные, полученные в результате экспериментов, позволяют установить порог для показателя устойчивости пар альтернатив из упорядочения, выше которого наступает неманипулируемость процедуры экстраполяции на основе ММП по трем рассмотренным возможным способам манипулирования со стороны участников выбора, приблизительно в диапазоне от 35 до 40 %. Точное пороговое значение показателя устойчивости пары альтернатив в каждом конкретном

случае зависит от количества допустимых упорядочений, соответствующих измененным мнениям участников коллективного выбора. Наличие большого числа недопустимых упорядочений препятствует манипулированию.

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 14-01-00653 “Разработка и исследование процедур коллективного выбора на неobservable для ЛПР множестве альтернатив”.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Бугаев Ю.В. Экстраполяция экспертных оценок в оптимизации технологических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2003. № 3. С. 90–96.
- 2 Вольский В.И., Лезина З.М. Сравнительный анализ процедур голосования // Автоматика и телемеханика. 1992. № 2. С. 3–29.
- 3 Алескеров Ф.Т., Курбанов Э.О степени манипулируемости правил коллективного выбора // Автоматика и телемеханика. 1998. № 10. С. 134–146.
- 4 Алескеров Ф.Т. и др. Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора // Журнал новой экономической ассоциации. 2009. № 1-2. С. 37–61.
- 5 Сысоев В.В. Структурные и алгоритмические модели автоматизированного проектирования производства изделий электронной техники. Воронеж: ВТИ, 1993. 207 с.
- 6 Бугаев Ю.В. и др. Система поддержки принятия решений на основе экстраполяции экспертных оценок методом максимального правдоподобия // Вестник БГТУ. 2010. № 1. С. 84–90.
- 7 Бугаев Ю.В., Никитин Б.Е., Чайковский А.С. Вычислительные задачи синтеза модели выбора методом максимального правдоподобия // Вестник ВГТУ. 2010. Т. 6. № 2. С. 71–74.

REFERENCES

- 1 Bugaev Yu.V. Extrapolation of expert evaluations in the optimization of technological systems. *Izvestiya RAN*. [Journal of Computer and Systems Sciences International], 2003, vol. 42, no. 3, pp. 401–407. (In Russ.).
- 2 Vol'skii V.I., Lezina Z.M. Comparative analysis of voting procedures. *Avtomatika i telemekhanika*. [Automation and Remote Control], 1992, no. 2, pp. 3–29. (In Russ.).
- 3 Aleskerov F.T., Kurbanov E. About the degree of manipulability of collective choice rules. *Avtomatika i telemekhanika*. [Automation and Remote Control], 1998, no. 10, pp. 134–146. (In Russ.).
- 4 Aleskerov F.T., Karabekian D.S., San- ver R.M. et al. Evaluation of the degree of manipulability of known aggregation procedures under multiple choice. *Zhurnal novoi ekonomicheskoi assotsiatsii*. [The Journal of the New Economic Association], 2009, no. 1-2, pp. 37–61. (In Russ.).
- 5 Sysoev V.V. Strukturnye i algoriticheskie modeli avtomatizirovannogo proektirovaniia proizvodstva izdelii elektronnoi tekhniki [Structural and algorithmic models of automated design of electronic equipment production]. Voronezh, VTI, 1993. 207 p. (In Russ.).
- 6 Bugaev Yu.V., Mironova M.S., Nikitin B.E. et al. Decision support system based on extrapolation of expert evaluations by the maximum likelihood method. *Vestnik BGTU*. [Bulletin of BSTU], 2010, no. 1, pp. 84–90. (In Russ.).
- 7 Bugaev Yu.V., Nikitin B.E., Chaikovskii A.S. The calculating problems of the choice model synthesis by method of the maximum credibility. *Vestnik VGTU*. [Bulletin of VSTU], 2010, vol. 6, no. 2, pp. 71–74. (In Russ.).