УДК 681.3

Старший преподаватель В.Э. Меерсон
(Воронеж. гос. лесотех. академия) кафедра вычислительной техники и информационных систем, тел. (473) 253-67-08

Модели анализа функционирования производственных корпораций

В статье представлены модели анализа потокораспределения целевого продукта в установившемся режиме функционирования производственной корпорации. Рассмотрено получение модели установившегося потокораспределения целевого продукта производственной корпорации с учетом переменности потерь в участках сети на основе вариационного принципа.

The paper presents the analysis of load flow model of the expected product in the steady state operation of industrial corporations. Consider getting a steady flow distribution model of the target product manufacturing company with variable loss of parts of the network based on the variational principle.

Ключевые слова: производственная корпорация, целевой продукт, энергетический узел, модель потокораспределения

Структурное оформление производственных корпораций (ПК) предполагает наличие в их составе разнообразных по назначению подсистем и особенно это касается абонентских (пользовательских) подсистем [3]. Присутствие в последних различного рода активных элементов (подсистем принятия решений) приводит к необходимости представления структурных моделей ПК как моделей объектов с регулируемыми параметрами.

Исследуемый объект представляет собой некоторый фрагмент полной системы (ИФС, совокупность подающих целевого продукта (ЦП)), ограниченный узлами, через которые осуществляется обмен транспортируемой средой между ним и метасистемой. Такие узлы в дальнейшем будем называть энергетическими узлами (ЭУ) согласно терминологии, принятой в [2]. Несмотря на то, что производственная корпорация (ПК) обычно считается закрытой системой, потери ЦП в окружающую среду при транспортировке, восполняемой со складов и т. п., все равно существуют как нормируемые потери.

Необходимо иметь в виду, что не все активные элементы (базы, склады и т. п.) в составе ПК можно квалифицировать как энергоузлы. При моделировании будем различать источники питания и источники расхода ЦП. Применительно к ПК все активные элементы, которые обеспечивают перемещение ЦП в системе, классифицируются как источники кинетической энергии, размещаются на участках (дугах) графа и относятся к источникам расхода. Второй класс активных элементов поддерживает заданное количество ЦП в сети, постоянно пополняя его из запасов, хранящихся на базе, складе и т. п. Этот тип элементов классифицируется как источник потенциальной энергии, относится к источникам напора ЦП, размещается в узлах ПК, которые и называются энергетическими. В структурный состав ИФС входят также подсистемы потребителей (стоки) и участки, стыкующиеся в узлах. Участки состоят из магистралей ЦП, являющихся кинематическими связями для потока, определяющих его движение.

Исследуемый фрагмент системы ограничен множеством $J^z_{\pi(f)} \cup J^z_{\eta(P)} \cup J^z_{\eta(q)} \cup J^z_{\eta(f)}$ энергоузлов, содержащим подмножества: $J^z_{\pi(f)}$ - источников и $J^z_{\eta(P)} \cup J^z_{\eta(q)} \cup J^z_{\eta(f)}$ - стоков (потребителей), связанных между собой системой трубопроводов. При индексации множества верхний индекс показывает, что множество элементов системы принадлежит к зоне, то есть автономному объекту для моделирования. Нижний индекс определяет характер элемента (η- потребитель, АП; π- источник питания; χ - энергетически нейтральный узел или узел ветвления, то есть без обмена ЦП с метасистемой). В скобках помечен параметр, фиксируемый в качестве исходных данных.

Поскольку все элементы сети обладают однозначными h(Q) характеристиками, задание одного из параметров h или Q для всех элементов системы однозначно определяет ее состояние покоя (стационарный режим), а при задании возмущений, то есть изменений тех или иных параметров от времени (например изменений количества подаваемого (отбираемого) ЦП или изменение в правилах принятия решений) устанавливает траекторию движения (нестационарный режим). К параметрам системы в общем случае относятся и неизбежные переменные потери ЦП при транспортировке, однако здесь для транспортируемой среды пока предполагается отсутствие потерь.

Совокупность объемных расходов ЦП g (в источниках, стоках) и Q (на участках) однозначно определяет стационарный режим течения ЦП в системе. В нестационарном режиме задаваемыми параметрами являются, кроме того, S(τ) и $\dot{Q} = dQ/d\tau$.

На поток ЦП в любом элементе по аналогии с механикой действуют следующие силы: количество ЦП, подаваемое из источников питания (базы, склады и т. п.) Hj, j∈ $J^{z}_{\pi(f)}$; противодавление стоков Hj, j∈ $J^z_{\eta(P)} \cup J^z_{\eta(q)} \cup J^z_{\eta(f)}$; потери ЦП (отходы) на n участках ИФС (i∈ I^z); силы инерции при транспортировке ЦП.

Учет взаимосвязей в данной вариационной задаче осуществляется посредством введения неопределенных множителей Лагранжа, которые в предмете исследования приобретают смысл узловых потенциалов. Для формирования модели потокораспределения ЦП достаточно исключить неопределенные множители Лагранжа для узлов с нефиксированным потенциалом.

Объединяя подсистемы контурных и цепных уравнений, а также дополнив их подсистемой уравнений узловых балансов (условий неразрывности), получаем модель неустановившегося потокораспределения ЦП, которая имеет следующую векторно-матричную форму записи:

$$C_{p\times n}\times\left\{\left(R_{n(d)}+R(Q)^{u(k)}_{n(d)}\right)\times Q^{u(k]}_{n\times1}+E_{n(d)}\times\dot{Q}^{u(k]}_{n\times1}\right\}=M^{t}_{p\times e}\times\hat{H}^{(k)}_{e\times1}\pm\sum_i H(Q)^{u(k)}_i; \quad (1)$$

$$K_{r\times n}\times\left\{\left(R_{n(d)}+R(Q)^{u(k)}_{n(d)}\right)\times Q^{u(k)}_{n\times1}+E_{n(d)}\times\dot{Q}^{u(k)}_{n\times1}\right\}=0_{r\times1}\pm\sum_i H(Q)^{u(k)}_i; \quad (2)$$

$$A_{m\times n}\times Q^{u(k)]}_{n\times1}=\hat{g}^{(k)}_{m\times1}; \quad (3)$$

где: n= $\left\{I^z\right\}$; m= $\left\{J^z_{\eta(q)} \cup J^z_{\chi}\right\}$; e = $\left\{J^z_{\pi(f)} \cup J^z_{\eta(P)} \cup J^z_{\eta(f)}\right\}$- число энергоузлов с фиксируемым (задаваемым) потенциалом; p - число независимых цепей в расчетной схеме (p=e-1); $R_i = S_i\left|Q_i\right|^{\alpha-1}$ - элемент диагональной матрицы, выражающий пропускную способность пассивного элемента; Si –пропускная способность участка i; $R(Q)_i$ - элемент диагональной матрицы, выражающий переменную нагрузку активных элементов (базы, склады и т. п.), установленного на участке i; $E_i = {\rho L_i}/{g F_i}$ производная расхода ЦП по времени участка i, вычисляемая по результатам двух предыдущих итераций (k-1) и (k-2) в процессе решения; g - ускорение свободного падения; ρ - плотность потока транспортируемого ЦП; L_i, F_i - длина и пропускная способность участка i соответственно; $\hat{H}$, $\hat{g}$ - матрицы-столбцы фиксируемых в качестве граничных условий (во времени) значений узлового потенциала и отбора (притока) для энергоузла j; $\sum_i H(Q)^{u(k)}_i$ - сумма напоров (количеств) ЦП питающих элементов, размещаемых на участке i, которые входят в соответствующую независимую цепь или контур, причем знак (+) принимается при совпадении направления действия активного элемента с направлением потока ЦП на участке и знак (-) в противном случае; u(k) - номер итерации двойного цикла (внешний цикл (k) определяет шаг интегрирования по времени, а в пределах внутреннего цикла (u) выполняется расчет объекта как системы с сосредоточенными параметрами) C, K, A. - матрицы смежности независимых цепей, контуров и матрица инциденций соответственно; M - матрица маршрутов; “t” - символ транспонирования; нижние индексы указывают на число строк и столбцов матриц соответственно; “d” - признак диагональной матрицы; “1” - признак матрицы-столбца.

Модель (1)-(3) является в определенной степени приближенной, поскольку скорости изменения расхода ЦП в ней учитываются только для пассивных участков.

Модель установившегося потокораспределения ЦП может быть получена из (1)-(3) посредством исключения составляющих, зависящих от времени и, кроме того, в этом случае отпадает необходимость внешнего итеративного цикла:

$$C_{p\times n}\times\left\{\left(Rn(d)+R(Q)^{u}_{n(d)}\right)\times Q^{u}_{n\times1}\right\}=M^{t}_{p\times e}\times\hat{H}_{e\times1}\pm\sum_{i}H(Q)^{u}_{i};\quad(4)$$

$$K_{r\times n}\times\left\{\left(R_{n(d)}+R(Q)^{u}_{n(d)}\right)\times Q^{u}_{n\times1}\right\}=0_{r\times1}\pm\sum_{i}H(Q)^{u}_{i};\quad(5)$$

$$A_{m\times n}\times Q^{u}_{n\times1}=\hat{g}_{m\times1};\quad(6)$$

Неучет переменности потерь ЦП для участка магистрального пути сети вследствие взаимодействия с окружающей средой, которая имеет место для реальных ПК, может привести при моделировании производственных процессов к значительным погрешностям. Поэтому требуется обобщение, прежде всего модели (4)-(6), на случай потерь ЦП при транспортировке.

По аналогии с известной в гидравлике формулой Дарси-Вейсбаха [1] запишем, что потери ЦП ΔD_i участка магистрального пути i с пропускной способностью D_i и длиной L_i при переменных потерях ЦП T(x), где x – линейная координата участка сети, можно представить в виде:

$$\Delta P_i=s_i\frac{Q^{\alpha}_{i}}{D^{\beta}_{i}}\frac{1}{T_{-}}\int_{0}^{L_i}T(x)dx=s_i\frac{Q^{\alpha}_{i}}{D^{\beta}_{i}}\frac{\bar{T}_i}{T_{-}}L_i;\quad(7)$$

где T(x), $\bar{T}$ - переменные и усредненные по длине x участка потери ЦП соответственно; $T_{ст}$ - нормированные потери ЦП для приведения расхода ЦП к стандартным условиям функционирования ПК.

Поскольку режим функционирования ПК установившийся, необходимо в рамках общей постановки исключить силы инерции.

Для определения неопределенных множителей Лагранжа в задаче с такой постановкой необходимо ввести дополнительные граничные условия в узлах [j, j+1], инцидентных участку i:

$$T=\begin{cases}T' \text{ при x=0- потери ЦП в начальном узле;}\\ T'' \text{ при x - потери ЦП в конечном узле;}\\ T \text{ при 0<x<L - текущие потери ЦП.}\end{cases}$$

Тогда математическая модель установившегося потокораспределения ЦП с учетом переменности их потерь примет вид:

$$C_{p\times n1}\left\{\frac{\left[\left(R_{n(d)}+R(Q)^{u}_{n(d)}\right)\times Q^{u}_{n\times1}\right]}{O}\right\}\times\frac{O}{R_{n2(d)}}\times\frac{Q_{n1\times1}}{Q_{n2\times1}}=M^{t}_{p\times e}\times\hat{H}_{e\times1}\pm\sum_{i}H(Q)^{u}_{i}\quad(8)$$

$$K_{r\times n1}\left\{O_{r\times n2}\times\frac{\left[\left(R_{n(d)}+R(Q)^{u}_{n(d)}\right)\times Q^{u}_{n\times1}\right]}{O}\right\}\times\frac{O}{R_{n2(d)}}\times\frac{Q_{n1\times1}}{Q_{n2\times1}}=O_{r\times1}\pm\sum_{i}H(Q)^{u}_{i}\quad(9)$$

$$A_{m\times n1}\{A_{m\times n2}\}\times\frac{Q_{n1\times1}}{Q_{n2\times1}}=\hat{g}_{m\times1}\quad(10)$$

$$E_{n(d)}\times\left(B_{n(d)}\times\Theta_{n\times1}+T''_{n\times1}\right)=-\vec{A}^{\,t}_{n\times m}\times T'_{m\times n}\quad(11)$$

$$\bar{A}_{m\times n}\times Q^{n}_{n(d)}\times T''_{n\times1}-\vec{A}_{m\times n}\times Q^{n}_{n(d)}\times T'_{n\times1}=\vec{g}_{m(d)}\times T'_{m\times1}-\bar{g}_{m(d)}\times\hat{T}_{m\times1}\quad(12),$$

где обозначения аналогичны (1)-(3).

Переменность потерь ЦП вследствие взаимодействия с окружающей средой может быть обусловлена как технологическими, так и другими факторами, причем в последнем случае, рассматриваемом ниже, можно допустить условие T_0=const. Если допустить постоянство коэффициента потерь ЦП, то для принятых граничных условий параметр T(x) можно записать в виде:

$$T(x)=T_0+\left(T'-T_0\right)\exp\left[-k\pi Dx/(MC_p)\right],\quad(13)$$

а потери ЦП в конечном узле j+1 участка i [j, j+1] определяются выражением:

$$T''_{i,j+1}=T_0+\left(T'_j-T_0\right)\exp\left[-k\pi D_iL_i/(M_iC_p)\right],\quad(14)$$

где M i - массовый расход транспортируемого ЦП на участке i.

Из (13) и (14) можно получить выражение для средних потерь материала на участке:

$$\bar{T}_i=T_0+\left(T'_j-T_0\right)\frac{1-\exp\left[-k\pi D_iL_i/(M_iC_p)\right]}{k\pi D_iL_i/(M_iC_p)};\quad(15)$$

Учитывая, что рассматривается система с регулируемыми параметрами, переменность потерь ЦП (как и нестационарность) приводит к необходимости организации фактически тройного цикла в алгоритме реализации модели (8)-(12). Первый (внешний) осуществляет поиск положения регулирующих устройств (подсистем принятия решения) и режимов работы активных элементов. Второй (внутренний) осуществляет производственную увязку системы как объекта с сосредоточенными параметрами. Наконец, третий (внутренний) выполняет уточнение значения потерь ЦП на участках.

Модель (8)-(12) является качественно новым научным результатом формализации задач анализа потокораспределения ЦП. Она содержит в своей основе все известные до сих пор модели установившегося потокораспределения в объектах с регулируемыми параметрами.

ЛИТЕРАТУРА

1 Воеводин, А.Ф. Численные методы расчета одномерных систем [Текст] / А.Ф. Воеводин, С.М. Шугрин. – Новосибирск: Наука, 1981. - 208с.

2 Евдокимов, А.Г. Моделирование и оптимизация потокораспределения в инженерных сетях [Текст] / А.Г. Евдокимов, А.Д. Тевяшов, В.В. Дубровский. – М.: Стройиздат, 1990. – 368 с.

3 Меерсон, В.Э. Обобщенная модель управления производственной корпорацией [Текст] / В.Э. Меерсон // Научно – технический журнал «Моделирование систем и процессов». - 2012. – №3. - С. 112.

REFERENCES

1 Voevodin, A.F. Numerical methods for calculating one-dimensional systems [Text] / A.F. Voevodin, S.M. Shugrin. - Novosibirsk: Nauka, 1981. – 208 p.

2 Evdokimov, A.G. Simulation and optimization of flow distribution in engineering networks [Text] / A.G. Evdokimov, A.D. Tevyashov, V.V. Dubrovsky. - M.: Stroyizdat, 1990. - 368 p.

3 Meyerson, V.E. A generalized model of management of industrial corporation [Text] / V.E. Meyerson // Scientific - technical journal "Modelling of systems and processes". - 2012. - № 3. - P. 112.