

Доцент А.А. Громковский, магистрант О.И. Шерстюк
(Воронеж. гос. ун-т. инж. технол.) кафедра информационных технологий
моделирования и управления. тел. (473) 255-25-50
E-mail: itmu@vsuet.ru

Associate professor A.A. Gromkovskii, master student O.I. Sherstyuk
(Voronezh state university of engineering technologies) Department of information technology
modeling and management. phone (473) 255-25-50
E-mail: itmu@vsuet.ru

Статистический анализ динамики сырьевых показателей сахаропроизводящего комплекса

Statistical analysis of raw sugar material for sugar producer complex

Реферат. В статье исследуются статистические данные по развитию средней массы и средней сахаристости корня сахарной свеклы. Успешное решение задачи прогнозирования этих сырьевых показателей имеет важное значение для решения задач управления сахаропроизводящим комплексом. В работе с помощью расчета автокорреляционной функции показано, что преобладает трендовая компонента развития сырьевых характеристик. Для построения прогноза предлагается использовать модели авторегрессии первого и второго порядка. Показано, что, несмотря на малый объем экспериментальных данных, которые предоставляют сырьевые лаборатории сахаропроизводящих предприятий, применение авторегрессии является оправданным. Предлагаемые модели позволяют корректно осуществить описание динамики изменения сырьевых показателей с течением времени, что подтверждается приведенными расчетными данными. В статье отмечен тот факт, что в случае преобладания трендовой компоненты в динамике развития исследуемых характеристик сахарной свеклы, предложенные модели прогнозирования обеспечивают лучшее качество прогноза. При наличии колебательных участков на кривой, описывающей изменение сырьевых показателей, для более качественного построения прогноза требуется увеличение количества измерений. В статье также приведены результаты применения модели адаптивного прогнозирования Брауна для прогнозирования сырьевых показателей сахарной свеклы. Проведенный статистический анализ позволил сделать выводы о достаточном уровне качества описания изменения сырьевых показателей для построения прогноза их развития. Были определены оптимальные коэффициенты дисконтирования данных, которые определяются видом кривой роста сахаристости и массы свекловичного корня в процессе созревания. Сформулированы выводы о зависимости качества прогноза от этих коэффициентов, которые определяет эксперт-прогнозист. В статье приведены расчетные выражения, полученные на основе экспериментальных данных, позволяющие определять изменение сырьевых показателей сахарной свеклы в процессе созревания.

Summary. In the article examines the statistical data on the development of average weight and average sugar content of sugar beet roots. The successful solution of the problem of forecasting these raw indices is essential for solving problems of sugar producing complex control. In the paper by calculating the autocorrelation function demonstrated that the predominant trend component of the growth raw characteristics. For construct the prediction model is proposed to use an autoregressive first and second order. It is shown that despite the small amount of experimental data, which provide raw sugar producing enterprises laboratory, using autoregression is justified. The proposed model allows correctly out properly the dynamics of changes raw indexes in the time, which confirms the estimates. In the article highlighted the fact that in the case the predominance trend components in the dynamics of the studied characteristics of sugar beet proposed prediction models provide the better quality of the forecast. In the presence the oscillations portions of the curve describing the change raw performance, for better construction of the forecast required increase number of measurements data. In the article also presents the results of the use adaptive prediction Brown's model for predicting sugar beet raw performance. The statistical analysis allowed conclusions about the level of quality sufficient to describe changes raw indices for the forecast development. The optimal discount rates data are identified that determined by the form of the curve of growth sugar content of the beet root and mass in the process of maturation. Formulated conclusions of the quality of the forecast, depending on these factors that determines the expert forecaster. In the article shows the calculated expression, derived from experimental data that allow calculate changes of the raw material feature of sugar beet in the process of maturation.

Ключевые слова: производство сахара, сырьевые показатели, моделирование, прогнозирование, авторегрессия, адаптивное прогнозирование, модель Брауна

Keywords: sugar production, raw materials indices, modeling, forecasting, autoregression, adaptive prediction, Brown's model

Прогнозирование основных показателей роста сахарной свеклы является важной задачей для осуществления эффективного управления сахаропроизводящим комплексом. Решение данной задачи позволяет предсказать не только количественные характеристики сырья, но и рационально выбрать время начала сезона производства по переработке сахарной свеклы. С учетом климатических условий России правильный

выбор времени начала сезона производства является одним из важных факторов в получении максимального количества сахара [1]-[3].

Необходимо отслеживать динамику изменения двух основных показателей сахарной свеклы – средней массы свекловичного корня $m_{кр}$ и среднюю сахаристость корня $s_{кр}$, и уметь прогнозировать их развитие с течением времени.

© Громковский А.А., Шерстюк О.И., 2015

При построении прогнозных моделей необходимо учитывать следующие особенности:

1. В ходе созревания свеклы измерение сырьевых показателей производится сырьевой лабораторией один раз в декаду.

2. При построении прогнозной модели нельзя явным образом учесть все причины, влияющие на развитие сырьевых показателей.

С учетом данных особенностей наиболее оправданным будет применение статистических методов анализа временных рядов, единственным объясняющим параметром которых будет время.

Предлагается рассмотреть использование авторегрессионных и адаптивных методов прогнозирования временных рядов сырьевых показателей.

Модели прогнозирования массы и сахаристости свекловичного корня строились на реальных данных зоны свеклосеяния сахаропроизводящего комплекса Воронежской области для сезонов 2013 и 2014 годов. Рассматриваемый временной ряд значений сырьевых показателей содержал 6 значений (рисунки 1, 2).

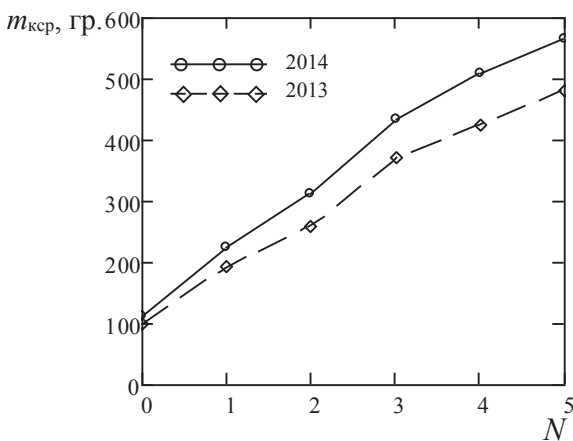


Рисунок 1. Временной ряд средней массы свекловичного корня

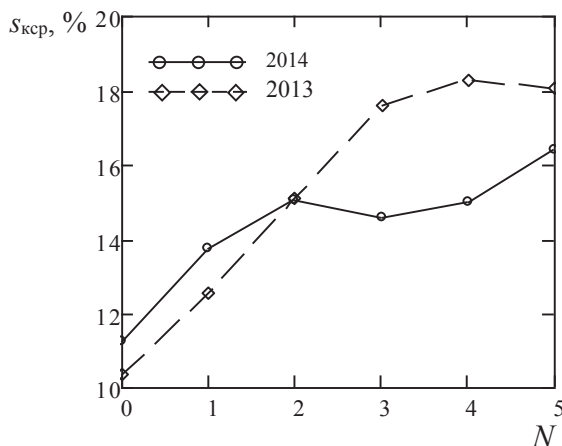


Рисунок 2. Временной ряд средней сахаристости свекловичного корня

Для построения модели авторегрессии была получена автокорреляционная функция временного ряда массы корня и сахаристости (рисунки 3, 4).

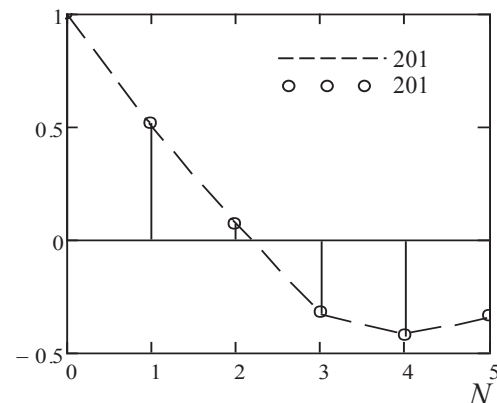


Рисунок 3. Автокорреляционные функции, соответствующие кривым роста 2013 и 2014 годов

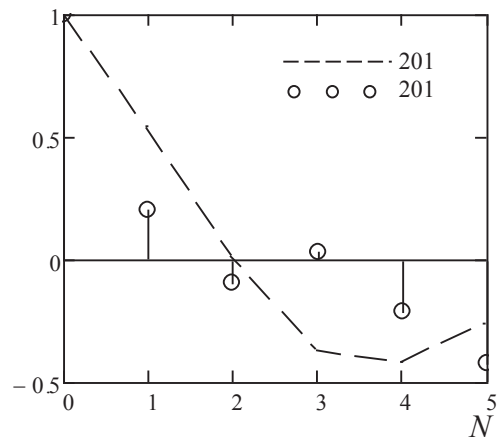


Рисунок 4. Автокорреляционные функции, соответствующие кривым роста 2013 и 2014 годов

Как видно из рисунка 1, поведение кривой роста сырьевых показателей определяется трендовой компонентой. Это также подтверждается графиком автокорреляционной функции, из которого видно, что наибольшим оказался коэффициент автокорреляции первого порядка.

Для прогнозирования сырьевых показателей были построены модели авторегрессии первого и второго порядка:

$$\hat{m}_{\text{ксп}}(t) = \beta_{0\text{к}} + \beta_{1\text{к}}m_{\text{ксп}}(t-1); \quad (1)$$

$$\hat{m}_{\text{ксп}}(t) = \beta_{0\text{к}} + \beta_{1\text{к}}m_{\text{ксп}}(t-1) + \beta_{2\text{к}}m_{\text{ксп}}(t-2); \quad (2)$$

$$\hat{s}_{\text{ксп}}(t) = \beta_{0\text{с}} + \beta_{1\text{с}}s_{\text{ксп}}(t-1); \quad (3)$$

$$\hat{s}_{\text{ксп}}(t) = \beta_{0\text{с}} + \beta_{1\text{с}}s_{\text{ксп}}(t-1) + \beta_{2\text{с}}s_{\text{ксп}}(t-2) \quad (4)$$

где: $\hat{m}_{\text{ксп}}(t), \hat{s}_{\text{ксп}}(t)$ – прогнозируемые значения показателей массы свекловичного корня и сахаристости для временного значения ряда t ;

$\beta_{\text{нк}}, \beta_{\text{нс}}$ – коэффициенты авторегрессии для временных рядов массы свекловичного корня и сахаристости соответственно.

Определение коэффициентов моделей авторегрессии β производилось с помощью метода наименьших квадратов [4]:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad (5)$$

где X – матрица определяющих значений, Y – вектор зависимых значений. Расчёты производились с помощью математического пакета MathCAD. Результаты аппроксимации сырьевых показателей по моделям авторегрессии первого и второго порядка приведены на рисунках 5 и 6. Ниже приведены выражения с численными значениями коэффициентов, по которым производились расчеты для сезона 2013 года.

$$\hat{m}_{\text{ксп}}(t) = 130,782 + 0,874m_{\text{ксп}}(t-1); \quad (6)$$

$$\hat{m}_{\text{ксп}}(t) = 185,298 + 0,454m_{\text{ксп}}(t-1) + 0,375m_{\text{ксп}}(t-2); \quad (7)$$

$$\hat{s}_{\text{ксп}}(t) = 8,989 + 0,429s_{\text{ксп}}(t-1); \quad (8)$$

$$\hat{s}_{\text{ксп}}(t) = 12,844 + 0,065s_{\text{ксп}}(t-1) + 0,108s_{\text{ксп}}(t-2); \quad (9)$$

Далее, записаны такие же выражения для сезона 2014 года.

$$\hat{m}_{\text{ксп}}(t) = 107,748 + 0,885m_{\text{ксп}}(t-1); \quad (10)$$

$$\hat{m}_{\text{ксп}}(t) = 168,002 + 0,278m_{\text{ксп}}(t-1) + 0,561m_{\text{ксп}}(t-2); \quad (11)$$

$$\hat{s}_{\text{ксп}}(t) = 5,945 + 0,702s_{\text{ксп}}(t-1); \quad (12)$$

$$\hat{s}_{\text{ксп}}(t) = 6,469 + 1,159s_{\text{ксп}}(t-1) - 0,548s_{\text{ксп}}(t-2). \quad (13)$$

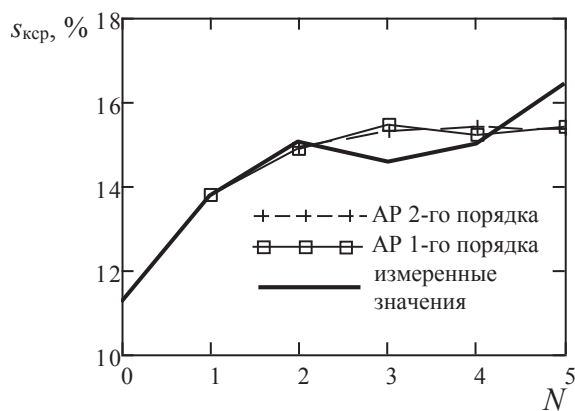


Рисунок 5. Авторегрессия 1 и 2 порядка для сахаристости. Сезон 2013 года

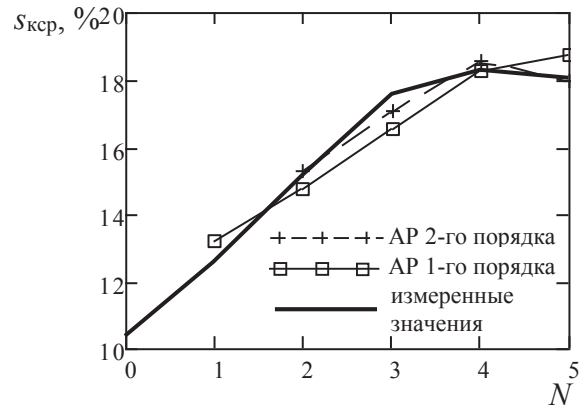


Рисунок 6. Авторегрессия 1 и 2 порядка для сахаристости. Сезон 2014 года

Авторегрессионная модель достаточно хорошо аппроксимирует кривую роста, вместе с тем существуют особенности по ее использованию в качестве прогнозной. Эти особенности проявляются в тех случаях, когда кривая роста претерпевает колебательные изменения, так, как это показано на рисунке 5. Недостаточность объема исходных данных не позволяет кривой на графике принять необходимый наклон, соответствующий истинной скорости изменения сырьевого показателя. С другой стороны, на рисунке 6 хорошо видно, что авторегрессия первого и второго порядка адекватно описывает изменение показателей. Точность прогноза будет определяться объемом измеренных данных.

С учетом более стабильного развития массы свекловичного корня, авторегрессионная модель хорошо справляется с описанием поведения этой сырьевой характеристики (рисунки 7, 8). На графиках отображен прогноз на три точки вперед, рассчитанный с помощью авторегрессии первого и второго порядка.

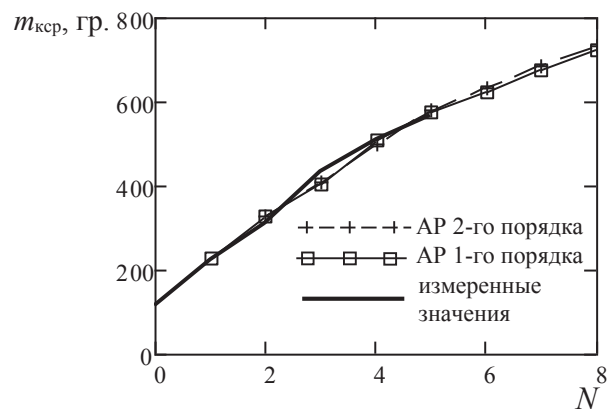


Рисунок 7. Прогноз с помощью модели авторегрессии 1 и 2 порядка массы свекловичного корня. Сезон 2013 года

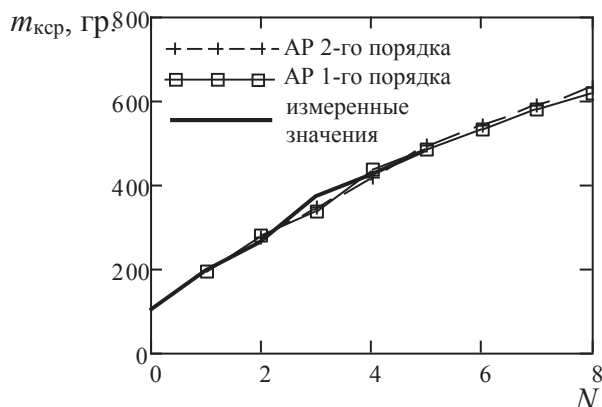


Рисунок 8. Прогноз с помощью модели авторегрессии 1 и 2 порядка массы свекловичного корня. Сезон 2014 года

Было рассмотрено построение прогноза сырьевых показателей на основе линейной модели Брауна. Эта модель относится к адаптивным моделям на основе метода скользящего среднего [5].

Суть линейного метода Брауна заключается в том, что первоначально выполняется оценка коэффициентов модели по N первым измеренным значениям, а затем, производится предсказание с учетом коэффициента γ , который определяет степень доверия к новым или предшествующим значениям. Далее происходит адаптация (поправка) коэффициентов модели с учетом разницы предсказанного и реального значения наблюдаемой величины по формулам [5]:

$$a_{0(t)} = a_{0(t-1)} + a_{1(t-1)} + (1 - \gamma^2)e_{(t)}, \quad (14)$$

$$a_{1(t)} = a_{1(t-1)} + (1 - \gamma^2)e_{(t)}, \quad (15)$$

где a_0 , a_1 – коэффициенты линейной модели предсказания $y = a_0 + a_1t$, $t = 1, 2, \dots$; e – ошибка прогноза; γ – коэффициент дисконтирования данных, который определяется экспертом по серии расчетов.

Результаты расчетов по модели Брауна приведены на рисунках 9 и 10. На рисунке 9 показано сравнение прогнозных значений, выполненных для интервала адаптации длиной в три временных значения и коэффициенте дисконтирования $\gamma = 0,7$. Такая величина коэффициента свидетельствует о тесной взаимосвязи смежных измеренных значений массы свекловичного корня.

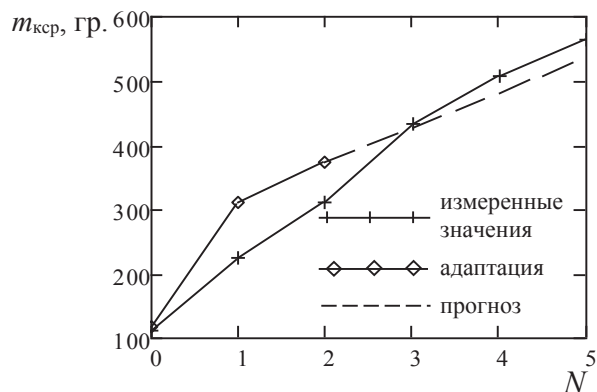


Рисунок 9. Прогноз массы свекловичного корня с помощью адаптивной модели. Сезон 2013 года

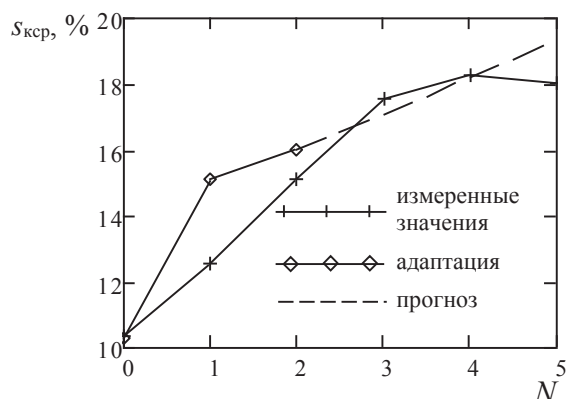


Рисунок 10. Прогноз сахаристости свекловичного корня с помощью адаптивной модели. Сезон 2014 года

На рисунке 10 показаны результаты прогнозирования сахаристости, для значений в сезоне 2014 года. Коэффициент $\gamma = 0,7$ также является пригодным для построения прогноза, как и для случая 2013 года.

Для построения прогноза сахаристости в 2013 году, коэффициент γ был определен равным 0,3, это легко объясняется поведением кривой роста (см. рисунок 2), где видно, что для правильного определения скорости увеличения сахаристости необходимо опираться на более ранние показатели.

Полученные результаты построения прогнозных моделей сырьевых показателей свидетельствуют о возможности их практического использования. Полученный результат во многом определяется навыками эксперта-прогнозиста, который должен правильно выбрать прогнозный метод, и с учетом этого определить параметры модели прогнозирования.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Сапронов А.Р., Сапронова Л.А., Ермолаев С.В. Технология сахара: учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности 260203 "Технология сахаристых продуктов" направления подгот. дипломир. специалиста 260200 "Пр-во продуктов питания из растит. сырья". СПб.: Профессия, 2013. 294 с.
- 2 Иванов П.В., Ткаченко И.В. Экономико-математическое моделирование в АПК: учеб. пособие. Ростов н/Д: Феникс, 2013. 254 с.
- 3 Матвеев М.Г., Портнов М.М., Губенко А.Ф., Громковский А.А. Математическая модель роста сахарной свеклы // Вестн. Российской академии сельскохозяйственных наук. 1997. № 2. С. 23-25.
- 4 Ивановский Р. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad: учебное пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2008. 528 с.
- 5 Орлова И. В., Половников В. А. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: учебное пособие. М.: Вузовский учебник, 2007. 365 с.

REFERENCES

- 1 Sapronov A.R., Sapronova A.L., Ermolaev S.V. Tekhnologia sakhara [Sugar technology]. Saint Petersburg, Professia, 2013. 294 p. (In Russ.).
- 2 Ivanov P.V., Tkachenko I.V. Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie v APK [Economic-mathematics simulating in agroindustry]. Rostov-on-Don, Feniks, 2013. 254 p. (In Russ.).
- 3 Matveev M. G. Mathematical model of sugarbeet growth. *Vestnik Rossiiskoi akademii sel'skohoziastvennikh nauk*. [Bulletin of Russian academy agricultural sciences], 1997, no. 2, pp. 23-25. (In Russ.)
- 4 Ivanovskii R. I. Teoriia veroiatnostei i matematicheskai statistika. Osnovy, prikladnye aspekty s primerami i zadachami v srede Mathcad [Probability theory and mathematical statistics. Foundations, applied aspects with examples and tasks in Mathcad environment]. Saint Petersburg, BHV-Peterburg, 2008. 528 p. (In Russ.).
- 5 Orlova I. V. Ekonomiko-matematicheskie metody i modeli: komp'yuternoe modelirovanie [Economical mathematics methods and models: computers simulating]. Moscow, Vuzovskii ucheb-nik, 2007. 356 p. (In Russ.).