

УДК 51-74

Профессор С.Т. Антипов, доцент Д.А. Казарцев,
доцент А.В. Журавлев, аспирант С.А. Виниченко
(Воронеж. гос. ун-т. инж. технол.) кафедра машин и аппаратов пищевых производств.
тел. (473) 255-38-96
E-mail: vini-46@yandex.ru

Professor S.T. Antipov, associate Professor D.A. Kazartsev,
associate Professor A.V. Zhuravlyov, graduate S.A. Vinichenko
(Voronezh state university of engineering technology) Department of machines and
apparatuses of food production.
Tel.: (473) 255-38-96
E-mail: vini-46@yandex.ru

Решение математической модели процесса сушки плодов черной смородины в вакуум-аппарате с СВЧ-энергоподводом

Development of mathematical model of process of black currant berries drying in vacuum-device with the microwave power supply

Реферат. Математическая модель позволила воспроизвести и изучить на качественном уровне изменение формы плодов и структуры слоя плодов в процессе сушки. Отдельный плод в процессе сушки постепенно теряет упругость, уменьшается в объеме, кожура собирается в складки, появляются внутренние пустоты. Слой плодов в процессе сушки уменьшается в толщине, контактирующие плоды прочно связываются между собой за счет возникновения согласованных складок кожуры, слой уплотняется за счет проникновения потерявших упругость плодов в пустоты между плодами. Модель с высокой детализацией описывает процесс сушки плодов черной смородины, поэтому имеет большое число параметров, доступных к изменению. Среди них выбраны три наиболее важных технологических параметра, влияющих на производительность и качество сушки: мощность СВЧ-излучения P , толщина слоя плодов h , давление окружающей среды p . Из выходных показателей модели наиболее важными являются три функции от времени: зависимость средней влажности слоя от времени $W_{cp}(t)$, зависимость скорости изменения средней влажности от времени $dW_{cp}(t)/dt$, зависимость средней температуры слоя от времени $T_{cp}(t)$. По общепринятой классификации моделей предлагаемая модель является алгоритмической, но не аналитической. Это означает, что выходные характеристики модели рассчитываются по входным не путем аналитических преобразований (это в принципе не возможно для моделируемого процесса), а с помощью пространственной и временной дискретизации и соответствующего алгоритма расчета. Детальное исследование процесса СВЧ-сушки с помощью модели позволяет выделить следующие его стадии: быстрый нагрев, быстрое обезвоживание, замедленное обезвоживание, уплотнение слоя продукта, окончательное высушивание, разогрев после обезвоживания.

Summary. The mathematical model allowed to reproduce and study at qualitative level the change of berries form and the structure of the berries layer in the course of drying. The separate berry in the course of drying loses gradually its elasticity, decreases in volume, the peel gathers in folds, there appear internal emptiness. In the course of drying the berries layer decreases in thickness, contacting berries stick strongly with each other due to the coordinated folds of peel appearing, the layer is condensed due to penetration of the berries which have lost elasticity into emptiness between them. The model with high specification describes black currant drying process and therefore has a large number of the parameters available to change. Among them three most important technological parameters, influencing productivity and the drying quality are chosen: the power of microwave radiation P , thickness of the berries layer h , environmental pressure p . From output indicators of the model the most important are three functions from time: dependence of average humidity of the layer on time $W_{cp}(t)$, dependence of the speed of change of average humidity on time $dW_{cp}(t)/dt$, dependence of the layer average temperature on time $T_{cp}(t)$. On the standard models classification the offered model is algorithmic, but not analytical. It means that output characteristics of model are calculated with the entrance ones, not by analytical transformations (it is impossible principally for the modeled process), but by means of spatial and temporary sampling and the corresponding calculation algorithm. Detailed research of the microwave drying process by means of the model allows to allocate the following stages: fast heating, the fast dehydration, the slowed-down dehydration, consolidation of a layer of a product, final drying, heating after dehydration.

Ключевые слова: сушка, черная смородина, математическая модель, вакуум, тепло- массообмен, СВЧ-энергоподвод.

Keywords: drying, black currant, mathematical model, vacuum, heat- and mass exchange, the microwave-power supply.

© Антипов С.Т., Казарцев Д.А.,
Журавлев А.В., Виниченко С.А., 2014

Разработанная модель с высокой детализацией описывает процесс сушки плодов черной смородины, поэтому имеет большое число параметров, доступных к изменению. Среди них выбраны три наиболее важных технологических параметра, влияющих на производительность и качество сушки:

- мощность СВЧ-излучения P ;
- толщина слоя плодов h ;
- давление окружающей среды p .

Из выходных показателей модели наиболее важными являются три функции от времени:

- зависимость средней влажности слоя от времени $W_{cp}(t)$;
- зависимость скорости изменения средней влажности от времени $dW_{cp}(t)/dt$;
- зависимость средней температуры слоя от времени $T_{cp}(t)$.

Расчет перечисленных функций производится по формулам:

$$W_{cp}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_3} W_i^{t/\Delta t}}{N_3}, \quad (1)$$

$$\frac{dW_{cp}(t)}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{N_3} W_i^{t/\Delta t} - \sum_{i=1}^{N_3} W_i^{t/\Delta t - 1}}{N_3 \Delta t}, \quad (2)$$

$$T_{cp}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_3} T_i^{t/\Delta t}}{N_3}. \quad (3)$$

Выбранные функции дают исчерпывающую информацию о кинетике процесса сушки. Также, из данных функций можно получить три числовые оценки, характеризующие кинетику процесса и позволяющие количественно сравнивать между собой различные варианты сушки:

- длительность сушки $t_{10\%}$ – интервал времени, в течение которого средняя влажность слоя уменьшается до приемлемой величины 10 %, $t_{10\%} = t(W_{cp} = 10 \%)$;
- максимальная скорость сушки $(dW_{cp}/dt)_{\max}$;
- максимальная температура слоя $T_{cp.\max}$.

Взаимосвязь между входными параметрами модели и ее выходными характеристиками схематично показана на рисунке 1.



Рисунок 1. Постановка задачи на теоретическое исследование

Исходя из предложенной схемы (рисунок 1), в процессе теоретического исследования необходимо добиться решения следующей оптимизационной задачи [1–3]:

$$\begin{cases} t_{10\%}(P, h, p) \rightarrow \min; \\ (dW_{cp}/dt)_{\max}(P, h, p) \rightarrow \max; \\ T_{cp.\max}(P, h, p) \rightarrow \min. \end{cases} \quad (4)$$

На первом этапе решения данной задачи оптимизации целесообразно поочередно изменять входные параметры P, h, p при фиксированных значениях остальных входных параметров (так называемая "звездообразная схема теоретического исследования"). При этом в качестве центральной точки "звезды" можно принять значения параметров P, h, p , при которых априори ожидается высокая эффективность процесса сушки: $P = 750$ Вт; $h = 0,005$ м; $p = 50$ кПа.

По общепринятой классификации моделей предлагаемая модель является алгоритмической, но не аналитической. Это означает, что выходные характеристики модели рассчитываются по входным не путем аналитических преобразований (это в принципе не возможно для моделируемого процесса), а с помощью пространственной и временной дискретизации и соответствующего алгоритма расчета.

Расчет по приведенным выше формулам является довольно громоздким и включает в себя три цикла, вложенных один в другой: по номеру компьютерного эксперимента, по номеру временного шага и по номеру элемента. Упрощенный алгоритм расчета можно представить следующей схемой (рисунок 2).

Начальные условия:

Начальная температура всех элементов плодов одинакова и равна комнатной температуре:

$$T_i^0 = T_K = 20^\circ C.$$

Начальная влажность всех элементов плодов одинакова и равна:

$$W_i^0 = W_0 = 80\%.$$

Начальные координаты элементов плодов определяются алгоритмом начального размещения (см. выше). Начальные скорости механического движения элементов равны нулю:

$$v_{xi}^0 = 0, v_{zi}^0 = 0.$$

Граничные условия:

Механическое движение элементов ограничено границами модельного пространства. Те элементы, которые выходят за границы модельного пространства, возвращаются в него. Так, например, если координата x_i элемента превысит длину модельного пространства L_x , производится коррекция координаты и скорости элемента:

$$\text{если } x_i > L_x, \text{ то } x_i = L_x; v_{xi} = -v_{xi}.$$

Граничные условия для задач тепло- и влагопереноса задаются уравнениями (5, 6) [4].

$$W_i^{\tau+1} = W_i^{\tau} - k_e \left(W_i^{\tau} - W_{окр}^{\tau} \frac{P_{амм}}{P} \right) \Delta t, \quad (5)$$

$$T_i^{\tau+1} = T_i^{\tau} - \chi_T (T_i^{\tau} - T_{окр}^{\tau}) \Delta t. \quad (6)$$

В модели приняты следующие допущения:

- в пределах одного элемента вещество считается сплошной средой;
- элементы движутся по законам классической динамики, механически взаимодействуя между собой и с поверхностями контейнера;
- элемент является однородным: объемная плотность, влажность, температура одинаковы в пределах всего элемента;
- механическое взаимодействие между элементами носит линейный вязкоупругий характер;
- механические свойства материала зависят только от пяти параметров элементов (диаметр, масса, коэффициенты жесткости, вязкости, ограничения взаимодействия);

- распространение тепла описывается уравнением теплопроводности в общепринятой форме;

- температура и влажность окружающей среды вблизи слоя плодов является постоянной в процессе моделирования.

Компьютерный эксперимент заключается в СВЧ-сушке слоя плодов заданной толщины h на протяжении заданного времени $t_{кэ}$.

Модель с высокой адекватностью отражает изменение формы и структуры отдельного плода в процессе СВЧ-сушки (рисунок 3). На начальном этапе сушки плод постепенно обмякает и уменьшается в размерах (рисунок 3, $t = 5, 10$ мин.). На втором этапе сушки объем мякоти уменьшается настолько, что кожура, не имеющая возможность уменьшить свою площадь поверхности, собирается в складки (рисунок 3, $t = 20, 30$ мин.). При этом внутри плода образуются пустоты. На заключительном этапе сушки влага выходит с очень малой скоростью и форма плода практически не изменяется с течением времени (рисунок 3, $t = 20$ мин.).

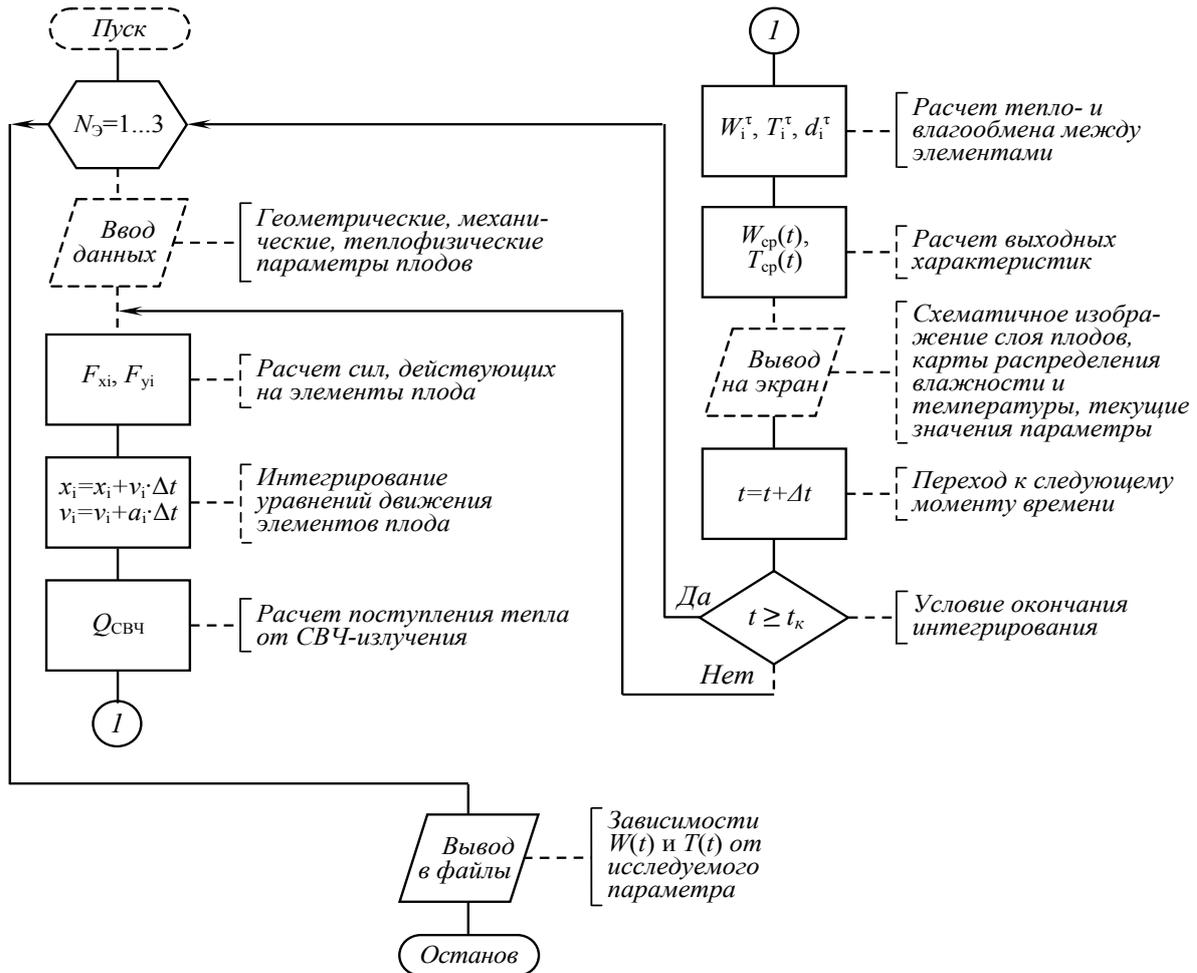


Рисунок 2. Схема алгоритма моделирования процесса сушки плодов черной смородины

На рисунке 4 показана последовательность состояний слоя плодов в течение компьютерного эксперимента. В начале компьютерного эксперимента заданное количество плодов размещается случайным равномерным образом в модельном пространстве. Затем начинается интегрирование уравнений механического движения элементов, в результате чего плоды оседают под действием силы тяжести в нижнюю часть модельного пространства и формируют случайную плотную упаковку (рисунок 4, $t = 0$ мин.). После предварительной подготовки в модели начинается процесс сушки: в элементах начинает выделяться теплота под действием СВЧ-излучения, а с поверхности плодов начинается отводиться тепло и влага. На начальном этапе сушки из-за обмякания плодов толщина слоя постепенно уменьшается (рисунок 4, $t = 10$ мин.). По мере дальнейшей сушки кожура плодов собирается в складки, причем между контактирующими плодами формируются согласованные складки, благодаря чему увеличивается поверхность контакта между плодами (рисунок 4, $t = 25$ мин.). К моменту окончания СВЧ-сушки толщина слоя плодов оказывается значительно меньше начальной толщины, существенно уменьшается пористость слоя, возрастает связность слоя (рисунок 4, $t = 40$ мин.).

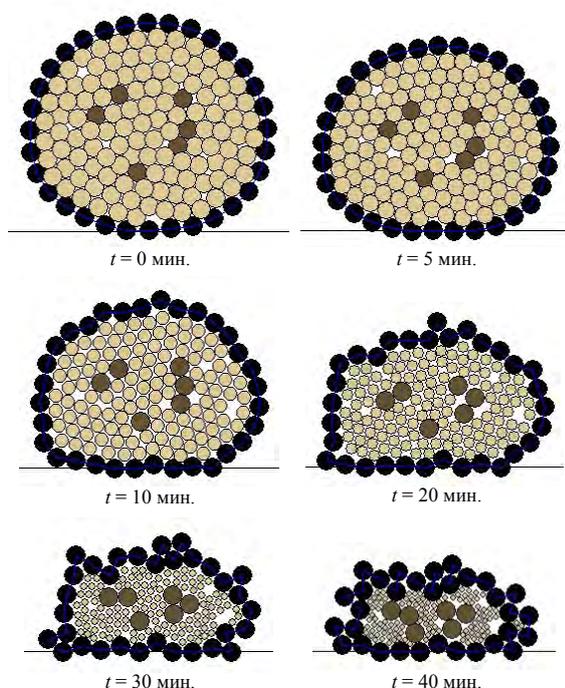


Рисунок 3. Изменение формы отдельного плода в процессе сушки

Разработанная модель позволяет детально изучить разнообразные аспекты процесса СВЧ-сушки плодов черной смородины и на основе этого определить оптимальные технологические параметры процесса.

Рассмотрим процессы тепло- и влагопереноса в слое плодов черной смородины. Для анализа кинетики СВЧ-сушки был проведен компьютерный эксперимент с малым количеством плодов (шесть плодов), чтобы можно было крупно изобразить карты распределения тепла и влажности (рисунок 5). Процесс СВЧ-сушки можно разделить на семь стадий.

Стадия I. Начальное состояние плодов. Начальная температура плодов равна температуре окружающей среды ($20\text{ }^{\circ}\text{C}$), начальная влажность плодов максимальна и одинакова (80%). На рисунке 5 температура и влажность изображаются степенью затемнения соответственно карт распределения температуры и влажности. В начальный момент времени карта распределения температуры не затемнена (минимально возможная температура), а карта распределения влажности максимально затемнена (максимально возможная влажность) (рисунок 5, I).

Стадия II. Быстрый нагрев плодов. За первые 3–7 минут слой плодов нагревается СВЧ-излучением до температуры $50\text{--}70\text{ }^{\circ}\text{C}$ (рисунок 6, в). При этом влажность плодов еще практически не успевает измениться и, соответственно, еще не изменяется форма плодов и структура слоя плодов. На карте распределения температуры появляется затемнение элементов, карта распределения влажности остается практически неизменной (рисунок 5, II).

Стадия III. Быстрое обезвоживание плодов. За короткий промежуток времени (с 7 по 15 минут от начала процесса сушки) происходит быстрое снижение влажности плодов ориентировочно с $70\text{--}80$ до $20\text{--}30\%$ (рисунок 6, а). В момент времени $t = 10$ мин. скорость обезвоживания $dW_{\text{ср}}/dt$ наибольшая и достигает примерно 7% в минуту (рисунок 6, б). При этом плоды обмякают, уменьшаясь в объеме. Как видно из карт распределения температуры и влажности, температура внутри плода тем выше, чем ближе к центру плода (рисунок 5, III). При этом влажность, наоборот, тем ниже, чем ближе к периферии плода, так как отвод влаги производится от элементов кожуры, которые в модели считаются контактирующими с окружающей средой.

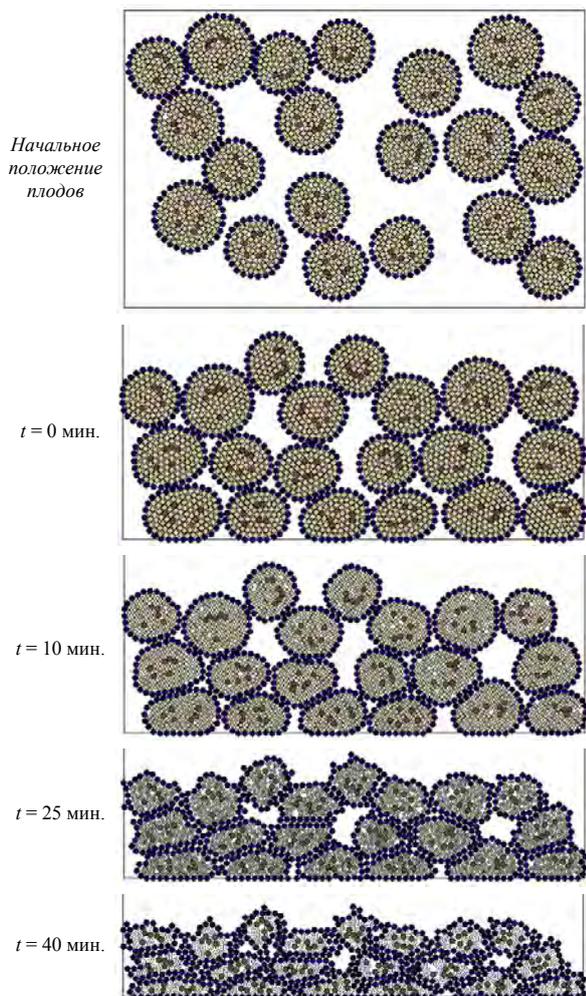


Рисунок 4. Изменение структуры слоя плодов в процессе сушки

Стадия IV. Замедление обезвоживания. По мере обезвоживания плода уменьшается градиент концентрации жидкости между плодом и окружающей средой, вследствие чего скорость обезвоживания снижается (рисунок 6, а, б).

Стадия V. Движение плодов и уплотнение слоя продукта. На определенном этапе процесса сушки внутри плода формируется существенный градиент влажности, в результате чего в модели диаметры элементов, расположенных ближе к центру, оказываются значительно больше диаметров элементов, расположенных по периферии плода (рисунок 5V). Это приводит к такому механическому искажению плода, при котором центральная часть плода, является довольно прочной и упругой, а области мякоти вблизи кожуры становятся податливыми. Из-за такого механического состояния плодов приблизительно с 15 по 20 минуты процесса сушки начинается

движение плодов и доуплотнение слоя: плоды теряют округлую форму, на их форму влияет расположение соседей, если под плодом находился свободный участок пространства, плод под действием силы тяжести оседает и заполняет этот участок.

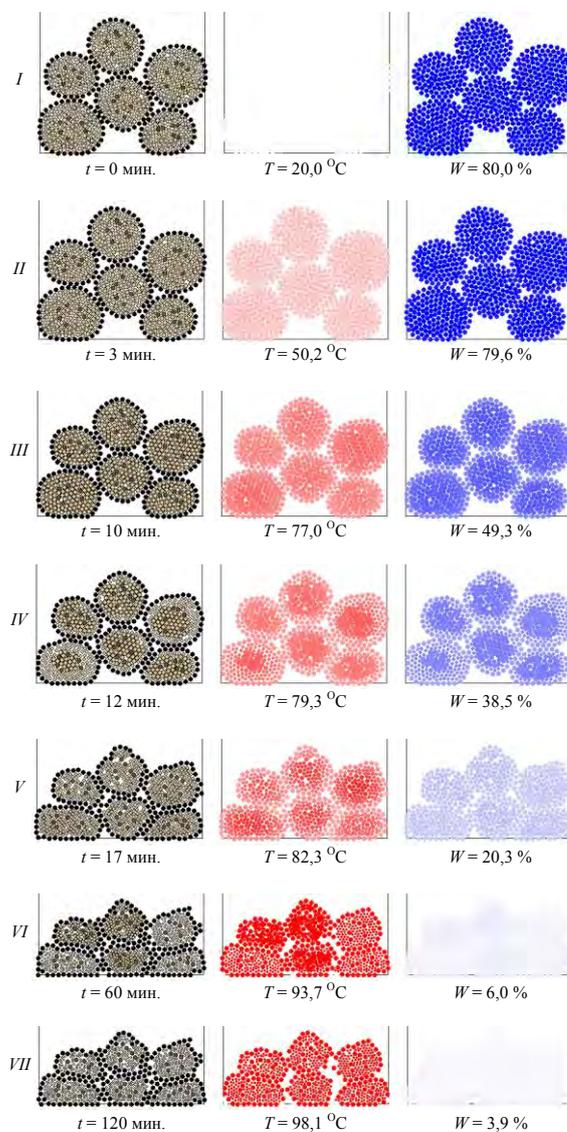


Рисунок 5. Стадии сушки плодов черной смородины

Стадия VI. Окончательное высушивание. В промежуток времени с 20 по 60 минуты процесса происходит окончательное обезвоживание плода: влажность уменьшается, по убывающей экспоненте, приблизительно до 3–5 % и дальше практически не изменяется (рисунок 6, а). Приемлемый уровень влажности 10 % достигается приблизительно на 35 минуте процесса ($t_{10\%} = 35$ мин.). Это является оптимальным временем остановки процесса СВЧ-сушки.

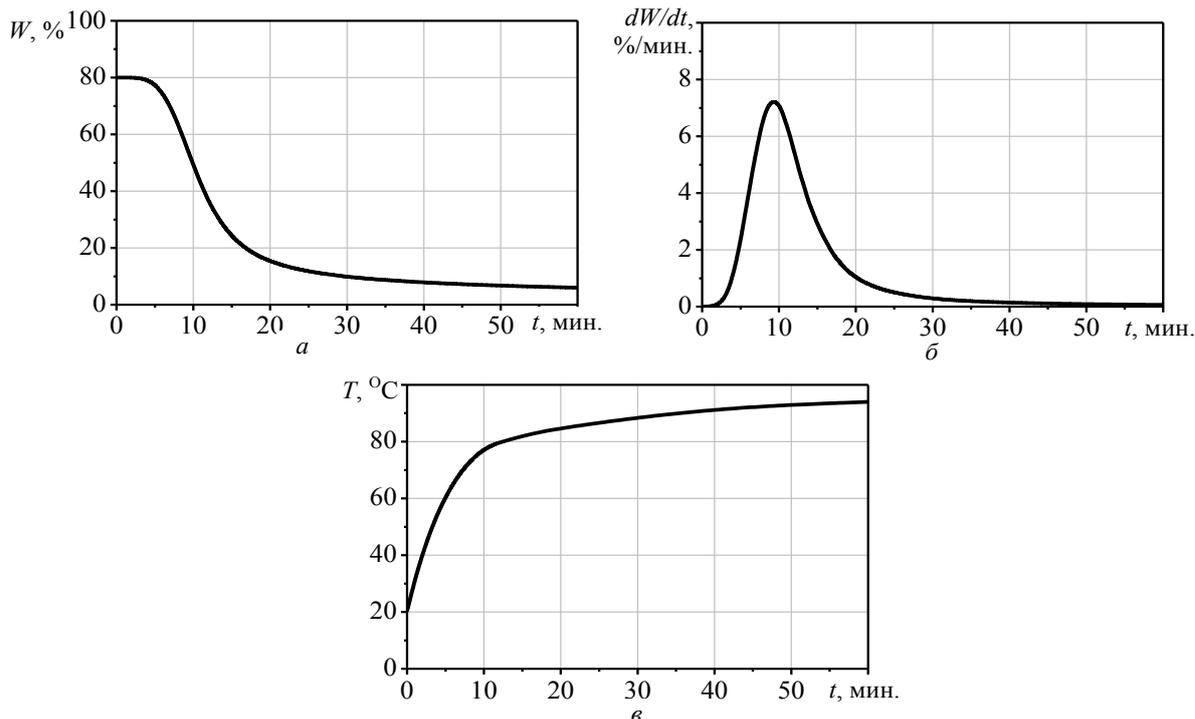


Рисунок 6. Изменение в процессе сушки плодов смородины: а – влажности; б – скорости сушки; в – температуры

Стадия VII. Разогрев после обезвоживания. Начиная с 60 минуты, влажность плодов находится на низком уровне и практически не уменьшается, однако СВЧ-излучение приводит к медленному разогреву слоя обезвоженных плодов (рисунок 6, в). Если в сушильной камере плохой уровень конвективного, контактного и радиационного теплоотвода, при высокой удельной мощности подводимого СВЧ-излучения, плоды могут

разогреться вплоть до температуры возгорания. Данная стадия является непродуктивной, поэтому процесс сушки необходимо закончить на VI стадии.

Детальное исследование процесса СВЧ-сушки с помощью модели позволяет выделить следующие его стадии: быстрый нагрев, быстрое обезвоживание, замедленное обезвоживание, уплотнение слоя продукта, окончательное высушивание, разогрев после обезвоживания.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. 279 с.
- 2 Мельников С.В., Алешкин В.Р., Рощин П.М. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов: 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Колос, 1980. 168 с.
- 3 Дегтярев Ю.И. Методы оптимизации: учеб. пособие для вузов. М.: Сов. радио, 1980. 272 с.
- 4 Решетин О.Л., Орлов С.Ю. Теория переноса тепла и влаги в капиллярно-пористом теле // Журнал технической физики. 1998. Т. 68. № 2. С. 140–142.

REFERENCES

- 1 Adler Yu.P., Markova E.V., Granovskii Yu.V. Planirovanie eksperimenta pri poiske optimal'nykh uslovii [Planning an experiment in finding the optimal conditions]. Moscow, Nauka, 1976. 279 p. (In Russ.).
- 2 Mel'nikov S.V., Aleshkin V.R., Roshchin P.M. Planirovanie eksperimenta v issledovaniakh sel'skokhoziaistvennykh protsessov [Experiment planning in researches of agricultural processes]. Leningrad, Kolos, 1980. 168 p. (In Russ.).
- 3 Degtiarev Yu.I. Metody optimizatsii [Optimization methods]. Moscow, Sov. radio, 1980. 272 p. (In Russ.).
- 4 Reshetin O.L., Orlov S.Iu. The theory of transfer of heat and moisture in a capillary and porous body. Zhurnal tekhnicheskoi fiziki. [Magazine of technical physics], 1998, vol. 68, no. 2, pp. 140-142. (In Russ.).