

Профессор В.Е. Куцакова, доцент Т.В. Шкотова,
аспирант С.В. Ефимова,

(Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Институт холода и биотехнологий); кафедра технологии мясных, рыбных продуктов и консервирования холодом, тел. (812) 571-80-16

профессор С.В. Фролов

(Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Институт холода и биотехнологий); кафедра математики, тел. (812) 572-21-59

Расчет времени выпечки хлебобулочных изделий

Предложены методы расчета продолжительности выпечки хлебобулочных изделий, а также тесно связанные с ними кинетические закономерности процесса образования корки. Предлагаемые методы обладают свойством общности и могут быть использованы для всех видов выпекаемых изделий.

The present work puts forward methods for calculating the duration of a batch of bakery products, as well as closely related kinetics of crust formation process. The proposed methods cover a wide range of usage and can be employed for all kinds of baked products.

Ключевые слова: процесс выпечки, время, кинетические закономерности, масса, форма изделия, мякиш.

Длительность процесса выпечки хлебобулочных изделий зависит от целого ряда факторов, таких, как масса и форма изделия, температурный режим в печи, свойства теста и многих других. В настоящее время длительность процесса выпечки определяется в основном экспериментальным путем, наличие же теоретических методов расчета продолжительности процесса позволит оптимизировать как процесс выпечки, так и качество готового изделия.

Было показано [1], что единственным практически осуществимым и достаточно точным методом оперативного производственного контроля готовности хлеба в процессе выпечки является определение температуры центральной части мякиша хлеба. Эта температура изменяется в зависимости от сорта, массы хлеба, теплового режима выпечки и теплофизических параметров теплоносителя. При производственном контроле готовности хлеба по температуре его мякиша для каждого сорта хлеба экспериментально устанавливается конечная температура центра мякиша хлеба, характеризующая его готовность.

Значительную роль в процессе выпечки играет образование корки. Предложены как закономерности, позволяющие рассчитывать собственно время выпечки, так и методы расчета времени образования корки. Эти методы обладают свойством общности, учитывают внешние условия выпечки и могут быть использованы для всех видов хлебобулочных изделий.

Мы полагаем, что образование корки при выпечке хлеба происходит следующим образом. По достижении поверхностью выпекаемой тестовой заготовки (ВТЗ) температуры испарения влаги $t_{\text{исп}} = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$, появляется и начинает двигаться вглубь ВТЗ фронт испарения влаги. Поэтому температура на границе корки и мякиша постоянна и равна температуре испарения $+ 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$, причём время прогрева поверхности ВТЗ до этой температуры в начале процесса очень мало и им можно пренебречь.

Проиллюстрируем сказанное числовым примером. Пусть ВТЗ имеет форму параллелепипеда $10 \times 10 \times 20 \text{ см}$. Коэффициент формы $\Phi = V/(SR) = 0,4$; $V = 0,002 \text{ м}^3$ – объём; $S = 0,1 \text{ м}^2$ – площадь поверхности; $R = 0,05 \text{ м}$ – характерный размер (расстояние от поверхности до наиболее удалённой от неё точки в глубине тела). Согласно [1] при

температуре в печи 230 °С хлеб достигает готовности, когда температура мякиша в момент выемки из печи в центре ВТЗ достигает 70-75 °С для формового хлеба, а для подового (круглого) – 85 °С. После того как хлеб вынут из печи, температура мякиша в центре хлеба достигает 92–94 °С, что обеспечивает нормальное состояние мякиша остывшего хлеба.

При этом толщина корки невелика по сравнению с размерами всего изделия, поэтому мы можем решать задачу нагревания параллелепипеда до температуры в центре $t_{ц} = + 70$ °С при условии, что его поверхность имеет температуру $t_{пов} = + 100$ °С. Это отвечает бесконечному коэффициенту теплоотдачи и бесконечному числу Био. Начальную температуру примем $t_{нач} = + 20$ °С. Задача, однако, осложняется тем, что теплофизические параметры ВТЗ существенно изменяются во время процесса. Согласно [2] плотность ВТЗ уменьшается на 20-30 %, теплопроводность – на 30-40 %, теплоёмкость – до 50 %. Поэтому теплофизические параметры за время выпечки усредняем в соответствии с [2], примем среднюю температуропроводность ВТЗ во время процесса $a = 3 \cdot 10^{-7}$ м²/с. Тогда продолжительность процесса может быть рассчитана посредством соотношения [3, 4]:

$$\tau = \frac{R^2}{ka} \ln \left\{ A_0 \frac{t_{i\hat{a}} - t_{i\hat{a}^+}}{t_{i\hat{a}} - t_0} \right\}, \quad (1)$$

где

$$k = \frac{Bi(k+1)(k+5+2\sqrt{2k+6})(Bi+\sqrt{2k+6})}{4(\sqrt{2k+6}+2+Bi)Bi+\sqrt{2k+6}(k+5+2\sqrt{2k+6})},$$

где $k = \frac{1}{\hat{O}} - 1$ и $\hat{O} = \frac{V}{Sl}$.

Для расчета константы $A_{ц}$, зависящей от коэффициента формы Φ , а также от критерия Bi , нет надёжных расчетных соотношений, и она табулирована таблицей в [4]

В рассматриваемом примере константы k и $A_{ц}$, отвечающие случаю $\Phi = 0,4$ и $Bi = \infty$, равны [4]: $k = 7,81$; $A_{ц} = 1,79$. Подставляя в (1), получим продолжительность процесса $\tau = 27,8$ мин, что весьма близко к экспериментально полученному значению.

Теперь рассмотрим процесс образования корки. Теплота для испарения влаги подводится к фронту теплопроводностью через образовавшуюся корку. В момент окончания

процесса выпечки толщина корки равна Δ , м. Далее, поскольку теплота, отводимая от уже образовавшейся корки, мала по сравнению с теплотой испарения влаги, мы можем ею пренебречь и считать распределение температуры в корке квазистационарным. Это означает, что зависимость температуры от координаты является решением стационарного уравнения теплопроводности, при этом константы интегрирования полагаются функциями времени. Поскольку толщина корки мала по сравнению с размерами ВТЗ, мы можем считать её бесконечной пластиной.

Решением стационарного уравнения теплопроводности для бесконечной пластины является линейная функция. Пусть x – координата, направленная вглубь ВТЗ, м, (на поверхности $x = 0$), введём безразмерную координату $\xi = x/\Delta$. Пусть на момент времени τ безразмерная толщина корки равна $\delta(\tau)$ (в начале процесса образования корки $\delta = 0$, в конце процесса выпечки $\delta = 1$). Коэффициенты линейного распределения температуры зависят от времени, при этом время можно выразить через толщину корки $\tau(\delta)$, тогда коэффициенты будут зависеть от толщины корки δ . В это случае распределение температуры в корке $t(\xi) = A(\delta)x + B(\delta)$ определяется двумя граничными условиями: на границе испарения температура равна $t_{исп}$, а на поверхности ВТЗ выполняется стандартное краевое условие третьего рода [3]:

$$t(\delta) = t_{\hat{e}\hat{m}}; \quad \left. \frac{dt}{d\xi} \right|_{\xi=0} = Bi(t(0) - t_{\hat{e}\hat{a}}); \quad \hat{A}i = \frac{\alpha\Delta}{\lambda}, \quad (2)$$

где Bi – безразмерное число Био; α – коэффициент теплоотдачи с поверхности ВТЗ, Вт/(м²·°С); λ – коэффициент теплопроводности корки, Вт/(м·°С); $t_{кам}$ – температура воздуха в камере, которая полагается постоянной. Подставляя линейную функцию $t(\xi) = A(\delta)x + B(\delta)$ в условия (2), получим:

$$t(\xi) = t_{\hat{e}\hat{m}} + \frac{\hat{A}i(\delta - \xi)(t_{\hat{e}\hat{a}} - t_{i\hat{a}})}{\hat{A}i\delta + 1},$$

$$t_{i\hat{a}} = t(0) = \frac{t_{\hat{e}\hat{m}} + \hat{A}i\delta t_{\hat{e}\hat{a}}}{\hat{A}i\delta + 1}, \quad (3)$$

где $t_{пов}$ – температура поверхности ВТЗ. Далее рассмотрим уравнение для скорости движения фронта и найдем время образования корки, толщиной δ :

$$\frac{\lambda \hat{A}i (t_{\text{эаи}} - t_{\text{эм}})}{\Delta (\hat{A}i \delta + 1)} d\tau = q \Delta d\delta, \quad (4)$$

$$\tau = \frac{q \Delta^2}{\lambda (t_{\text{эаи}} - t_{\text{эм}})} \left(\frac{\delta^2}{2} + \frac{\delta}{\hat{A}i} \right),$$

где q – объёмная теплота испарения воды в ВТЗ, Дж/м³.

Смысл (4) следующий: в левой части стоит количество теплоты, которое проходит через единицу площади корки за время $d\tau$, а в правой – количество теплоты, потребное для продвижения единицы площади корки вглубь ВТЗ на расстояние $\Delta d\delta$.

Для проверки предлагаемой теории рассмотрим экспериментальную зависимость температуры поверхности ВТЗ, приводимую в [1]. Температура в камере постоянна и равна $t_{\text{кам}} = + 250$ °С. Для определения числа Био воспользуемся известной температурой поверхности в конце процесса $t_{\text{пов}} = + 180$ °С и формулой (3): $Bi = 1,14$

На рисунке изображены теоретическая и экспериментальная [1] (сплошная) линии зависимости температуры поверхности ВТЗ от времени. Наблюдается совпадение теории с экспериментом в пределах 4–5 %.

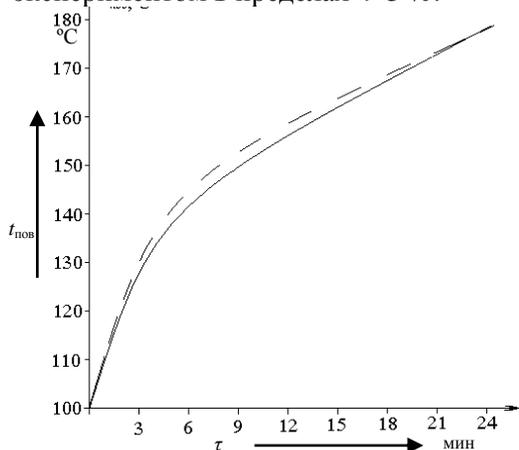


Рисунок. Теоретическая (рассчитанная по формулам (2) и (3), пунктир) и экспериментальная (из [2], сплошная линия) зависимость температуры поверхности ВТЗ от времени

Толщина корки хлеба зависит от продолжительности процесса выпечки, а следовательно, и от размеров ВТЗ. Как известно [4], продолжительность прогрева тела пропорциональна квадрату его линейного размера a , следовательно, массе ВТЗ в степени 2/3. Из (4) видно, что при малых значениях коэффициента теплоотдачи (число Био много меньше единицы) главным в правой части (3) будет второе слагаемое, и толщина корки будет

пропорциональна продолжительности процесса (а следовательно, массе ВТЗ в степени 2/3). Напротив, при больших значениях коэффициента теплоотдачи (число Био много больше единицы) главным в правой части (3) будет первое слагаемое, и толщина корки будет пропорциональна корню квадратному из продолжительности процесса (а следовательно, массе ВТЗ в степени 1/3). Поскольку, как мы видели, ситуация промежуточная (число Био порядка единицы), то реально толщина корки будет пропорциональна корню квадратному из массы ВТЗ (при условии неизменности формы ВТЗ).

Чтобы рассчитать по соотношению (4) толщину корки Δ , нам нужны значения объёмной теплоты испарения воды в ВТЗ q , и теплопроводности корки λ . Примем следующие значения [2]: $\lambda = 0,2$ Вт/(м · °С); $q = 10^9$ Дж/м³ (отвечает понижению влажности от 0,55 до 0,1). Подставляя эти значения в (4), получим (при $\delta = 1$, что отвечает окончанию процесса) $\Delta = 0,0062$ м, то есть чуть более половины сантиметра, что близко к истинному значению. Это, в свою очередь, подтверждает адекватность модели. Однако в ряде случаев корка оказывается слишком толстой или подгорелой, тогда к концу процесса температуру в камере следует понижать.

Таким образом, предложенная модель процесса и соответствующие расчетные соотношения позволяют рассчитать время процесса выпечки, а также оценить толщину образовавшейся корки. Это позволяет предложить оптимальные параметры процесса выпечки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ауэрман, Л.Я. Технология хлебопекарного производства [Текст] / Л.Я. Ауэрман. – СПб.: Профессия, 2002. – 416 с.
2. Гинзбург, А.С. Теплофизические характеристики пищевых продуктов [Текст] / А.С. Гинзбург, М.А. Громов, Г.И. Красовская. – М.: Агропромиздат, 1990. – 288 с.
3. Бараненко, А.В. Холодильная технология пищевых продуктов [Текст] / А.В. Бараненко, В.Е. Куцакова, Е.И. Борзенко, С.В. Фролов. Часть 1. Теплофизические основы. – СПб.: ГИОРД, 2012. - 272 с.
4. Бараненко, А.В., Примеры и задачи по холодильной технологии пищевых продуктов [Текст] / А.В. Бараненко, В.Е. Куцакова, Е.И. Борзенко, С.В. Фролов. Часть 3. Теплофизические основы. – СПб.: ГИОРД, 2012. - 272 с.