

Соискатель И.В. Фоменко

(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра технической механики, тел. (473)255-47-20

Моделирование кинематики пластического течения при формообразовании гофра облегченного фланца

Определение предельных возможностей формообразования гофра фланца раздачей со свободным перемещением конца трубной заготовки в жестких разъемных матрицах эластичной средой.

The determination of the forming maximum possibilities of the flange corrugation by stretching with a free movement of the billets end in the rigid sectional matrices detachable by the flexible filler.

Ключевые слова: штамповка эластичной средой, предельные возможности.

Для авиастроения традиционно актуальным является уменьшение веса при одновременном повышении прочности конструкции, а также сокращение времени на капитальный ремонт воздушных судов. Эту задачу решают в том числе с применением быстроразъемных соединений, реализованных посредством облегченных фланцев (рис. 1) из титановых сплавов. Преимуществами данных соединений являются быстрота, удобство и легкость при многократном монтаже титанового трубопровода, его ремонте или частичной замене [1].



Рис. 1. Облегченные фланцы из сплава ПТ-7М с диаметром условного прохода 90 мм

Процесс формообразования зига облегченного фланца подразделяется на две стадии: штамповка гофра с целью предварительного набора материала в зоне интенсивного пластического формоизменения; калибровка гофра с целью придания ему окончательной формы зига фланца (рис. 2).

Наиболее ответственной является первая стадия штамповки, на которой возможно образование браковочных признаков в виде недопустимого утонения стенки и разрыва материала, поэтому для оценки предельных возможностей процесса была предложена математическая модель кинематики пластического течения в конечный момент формообразования предварительного гофра фланца (рис. 3).

В силу наличия горизонтальной плоскости симметрии будем рассматривать верхнюю половину гофра. В пределах рассматриваемой части облегченного фланца выделим три зоны: I – переходная зона между основной трубой и гофром; II – основная часть гофра; III – вершина гофра.

Для описания геометрии используем следующие системы координат: в зоне I – тороидальную систему координат r, θ, φ (φ – угловая координата в плоскости, перпендикулярной оси симметрии фланца (на рис. 3 не показана)); в зоне II – цилиндрическую систему координат z, r, φ ; в зоне III – тороидальную систему координат r, θ, φ .

В принятых системах координат границы зон определяются следующими неравенствами [2]:

$$\text{зона I: } r_1 \leq r \leq r_1 + t; 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

$$\text{зона II: } r_2 - t \leq z \leq r_2; R_1 \leq r \leq R_2; 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

$$\text{зона III: } r_2 - t \leq r \leq r_2; 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

Поле скоростей, моделирующее пластическое течение в каждой зоне должно удовлетворять соответствующим условиям несжимаемости и кинематическим краевым условиям.

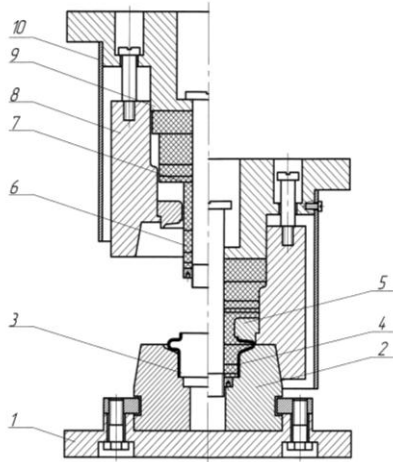


Рис. 2. Схема штампа для калибровки облегченных фланцев: 1 – плита; 2 – нижняя полуматрица; 3 – фланец с предварительным гофром; 4 – фланец с откалиброванным гофром; 5 – верхняя полуматрица; 6 – пуансон эластичный; 7 – прижим эластичный; 8 – корпус; 9 – пуансон жесткий; 10 – крышка

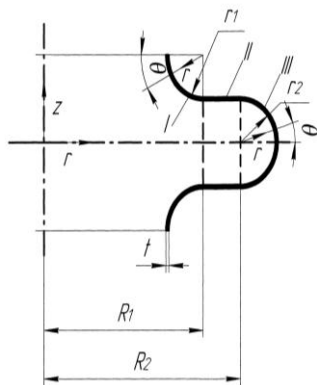


Рис. 3. Конфигурация и геометрические параметры предварительного гофра облегченного фланца: r_1 и r_2 – радиусы кривизны поверхности ручья матрицы

Для формообразования осесимметричных элементов трубопроводов применяют процесс штамповки раздачей со свободным перемещением конца трубной заготовки в жестких разъемных матрицах эластичным пуансоном. В силу осевой симметрии гофра принимаем, что во всех зонах компонента вектора скорости $V_\varphi = 0$, а остальные компоненты вектора скорости не зависят от координаты φ .

Зона III. Условие несжимаемости для данной зоны имеет вид:

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi + \varepsilon_\theta = 0, \quad (1)$$

где линейные компоненты тензора скоростей деформации имеют вид

$$\varepsilon_r = \frac{\partial v_r}{\partial r};$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{R_2 + r \cos \theta} (V_r \cos \theta - V_\theta \sin \theta);$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_r \right).$$

Компоненты скорости V_r и V_θ должны удовлетворять краевым условиям:

$$\left. V_r \right|_{r=R_2} = 0; \quad \left. V_\theta \right|_{\theta=0} = 0. \quad (2)$$

Принимаем, что

$$V_r = r_2 - r,$$

тогда

$$\varepsilon_r = \frac{\partial V_r}{\partial r} = -1. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), получим следующее уравнение для определения скорости V_θ :

$$\frac{1}{R_2 + r \cos \theta} [(r_2 - r) \cos \theta - V_\theta \sin \theta] + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + r_2 - r \right) - 1 = 0 \quad (4)$$

Толщина стенки фланца t является достаточно малой величиной. Поэтому с целью упрощения расчетов в (4) можно принять

$$r \approx r_2. \quad (5)$$

С учетом (5) соотношение (4) принимает вид:

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} - \frac{r \sin \theta}{R_2 + r \cos \theta} \cdot V_\theta - r = 0. \quad (6)$$

Решение (6) будем искать в виде

$$V_\theta = u \cdot v,$$

тогда

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} \cdot v + \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{r \sin \theta}{R_2 + r \cos \theta} \cdot v \right) \cdot u - r = 0.$$

Принимаем, что

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{r \sin \theta}{R_2 + r \cos \theta} \cdot v = 0. \quad (7)$$

Решая (7), находим

$$\ln v = \ln \frac{1}{R_2 + r \cos \theta} \Rightarrow v = \frac{1}{R_2 + r \cos \theta}.$$

Используя v , находим множитель u :

$$\frac{1}{R_2 + r \cos \theta} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} - r = 0,$$

$$u = (R_2 \theta + r \sin \theta) r + c_1(r).$$

В итоге скорость V_θ равна:

$$V_\theta = \frac{(R_2 \theta + r \sin \theta) r}{R_2 + r \cos \theta} + \frac{c_1(r)}{R_2 + r \cos \theta}.$$

Используя краевые условия (2), находим, что $c_1(r) = 0$.

Таким образом, для зоны III будем иметь следующее поле скоростей:

$$V_r^{(3)} = r_2 - r; \quad V_\theta^{(3)} = \frac{(R_2 \theta + r \sin \theta) r}{R_2 + r \cos \theta};$$

$$V_\phi^{(3)} = 0. \quad (8)$$

Зона II. В зоне II линейные скорости деформации равны:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial V_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_\phi = \frac{V_r}{r}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial V_z}{\partial z},$$

а условие несжимаемости имеет вид

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\phi + \varepsilon_z = 0. \quad (9)$$

Компоненты поля скоростей должны удовлетворять краевому условию:

$$V_z|_{z=r_2} = 0 \quad (10)$$

и условиям неразрывности скоростей между зонами II и III:

$$V_z^{(2)}|_{z=R_2} = V_r^{(3)}|_{r=R_2}; \quad V_r^{(2)}|_{r=R_2} = -V_\theta^{(3)}|_{\theta=\frac{\pi}{2}}. \quad (11)$$

Для границы между зонами II и III:

$$r^{(3)} = r^{(2)}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в выражение для $V_r^{(3)}$, будем иметь

$$V_z^{(2)} = r_2 - z, \quad (13)$$

при этом первое условие (11) и условие (10) будут выполнены.

Из (13) находим

$$\varepsilon_z = \frac{\partial V_z}{\partial z} = -1. \quad (14)$$

Подставив (14) в (9), для определения скорости V_r имеем уравнение:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} - 1 = 0 \quad \text{или}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(V_r \cdot r) = r. \quad (15)$$

Решая (15), получаем

$$V_r = \frac{r}{2} + \frac{c_2(z)}{r}. \quad (16)$$

Для определения постоянной интегрирования $c_2(z)$ используем второе условие (11).

Подставляя в выражение для $V_\theta^{(3)}$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $r = z$ (условие (12)), имеем

$$V_\theta^{(3)}|_{\substack{\theta=\frac{\pi}{2} \\ r=z}} = \frac{(R_2 \frac{\pi}{2} + z)z}{R_2}.$$

Тогда, используя (16) и второе условие (11), определяем

$$V_r^{(2)}|_{r=R_2} = \frac{R_2}{2} + \frac{c_2(z)}{R_2} = -\frac{(R_2 \frac{\pi}{2} + z)z}{R_2},$$

$$c_2(z) = -(R_2 \frac{\pi}{2} + z)z - \frac{R_2^2}{2}.$$

В итоге для скорости V_r имеем соотношение:

$$V_r = \frac{r}{2} - \frac{2(R_2 \frac{\pi}{2} + z)z + R_2^2}{2r}.$$

Таким образом, поле скоростей в зоне II описывается соотношением:

$$V_z^{(2)} = r_2 - z; \quad V_r^{(2)} = \frac{r}{2} - \frac{2(R_2 \frac{\pi}{2} + z)z + R_2^2}{2r};$$

$$V_\phi^{(2)} = 0. \quad (17)$$

Зона I. Для тороидальной системы координат r, θ, ϕ зоны I условие несжимаемости определяется соотношением:

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\phi + \varepsilon_\theta = 0, \quad (18)$$

где $\varepsilon_r = \frac{\partial V_r}{\partial r};$

$$\varepsilon_\phi = \frac{1}{R_1 - r \cos \theta} (V_\theta \sin \theta - V_r \cos \theta);$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_r \right).$$

Кинематическое краевое условие для данной зоны имеет вид

$$V_r|_{r=r_1} = 0, \quad (19)$$

а условия неразрывности скоростей на границе между зонами I и II определяются выражениями:

$$V_r^{(1)}|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = -V_z^{(2)}|_{r=R_1}; \quad V_\theta^{(1)}|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = V_r^{(2)}|_{r=R_1}. \quad (20)$$

Для границы между зонами I и II:

$$z^{(2)} = (r_1 + r_2) - r^{(1)}. \quad (21)$$

Подставляя (21) в выражение для $V_z^{(2)}$, находим из первого условия (20):

$$V_r^{(1)}|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = r_1 - r.$$

Принимаем для зоны I

$$V_r = r_1 - r, \quad (22)$$

при этом условие (19) будет выполнено.

Из (22) определяем

$$\varepsilon_r = \frac{\partial V_r}{\partial r} = -1. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (18) и принимая, как и для зоны III, $r = r_1$, для определения скорости V_θ будем иметь следующее уравнение:

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{r \sin \theta}{R_1 - r \cos \theta} \cdot V_\theta - r = 0. \quad (24)$$

Пусть $V_\theta = u \cdot v$, тогда (24) принимает вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} v + \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{r \sin \theta}{R_1 - r \cos \theta} v \right) u - r = 0. \quad (25)$$

Принимаем, что

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{r \sin \theta}{R_1 - r \cos \theta} v = 0. \quad (26)$$

Из (26) находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{v} &= - \frac{r \sin \theta}{R_1 - r \cos \theta} \cdot \partial \theta, \\ \ln v &= \ln \frac{1}{R_1 - r \cos \theta}, \\ v &= \frac{1}{R_1 - r \cos \theta}. \end{aligned} \quad (27)$$

Подставляя (27) в (25), определяем множитель u

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \theta} \cdot \frac{1}{R_1 - r \cos \theta} &= r, \\ u &= (R_1 \theta - r \sin \theta) r + c_3(r). \end{aligned}$$

Таким образом,

$$V_\theta = \frac{(R_1 \theta - r \sin \theta) r}{R_1 - r \cos \theta} + \frac{c_3(r)}{R_1 - r \cos \theta}.$$

Постоянную интегрирования $c_3(r)$ найдем из второго условия (20):

$$V_r^{(2)} \Big|_{\substack{r=R_1 \\ z=(r_1+r_2)-r}} = \frac{R_1}{2} - \frac{2[R_2 \frac{\pi}{2} + (r_1 + r_2 - r)](r_1 + r_2 - r) + R_2^2}{2R_1},$$

тогда

$$\begin{aligned} V_\theta^{(1)} \Big|_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= \frac{(R_1 \frac{\pi}{2} - r)r}{R_1} + \frac{c_3(r)}{R_1} = \frac{R_1}{2} - \\ &- \frac{2[R_2 \frac{\pi}{2} + (r_1 + r_2 - r)](r_1 + r_2 - r) + R_2^2}{2R_1}, \\ c_3(r) &= \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} - [R_2 \frac{\pi}{2} + (r_1 + r_2 - r)] \times \\ &\times (r_1 + r_2 - r) - (R_1 \frac{\pi}{2} - r)r. \end{aligned}$$

Таким образом, выражение для скорости V_θ в зоне I имеет вид

$$\begin{aligned} V_\theta &= \frac{(R_1 \theta - r \sin \theta) r}{R_1 - r \cos \theta} - \\ &- \frac{R_1^2 - R_2^2 - 2[R_2 \frac{\pi}{2} + (r_1 + r_2 - r)](r_1 + r_2 - r) - 2(R_1 \frac{\pi}{2} - r)r}{2(R_1 - r \cos \theta)}. \end{aligned}$$

Принимаем с целью упрощения расчетов $r = r_1$, окончательно находим:

$$\begin{aligned} V_\theta &= \frac{(R_1 \theta - r \sin \theta) r}{R_1 - r \cos \theta} - \\ &- \frac{R_1^2 - R_2^2 - 2(R_2 \frac{\pi}{2} + r_2)r_2 - 2(R_1 \frac{\pi}{2} - r)r}{2(R_1 - r \cos \theta)}. \end{aligned}$$

В результате получено, что пластическое течение в зоне I описывается соотношениями:

$$\begin{aligned} V_r^{(1)} &= r_1 - r; \quad V_\phi^{(1)} = 0; \\ V_\theta^{(1)} &= \frac{(R_1 \theta - r \sin \theta) r}{R_1 - r \cos \theta} - \\ &- \frac{R_1^2 - R_2^2 - 2(R_2 \frac{\pi}{2} + r_2)r_2 - 2(R_1 \frac{\pi}{2} - r)r}{2(R_1 - r \cos \theta)}. \end{aligned} \quad (28)$$

На основании полученных результатов (8), (17), (28) кинематика пластического течения при формообразовании предварительного гофра фланца описывается следующими соотношениями.

Зона I:

$$V_r^{(1)} = r_1 - r; \quad V_\phi^{(1)} = 0;$$

$$\begin{aligned} V_\theta^{(1)} &= \frac{(R_1 \theta - r \sin \theta) r}{R_1 - r \cos \theta} - \\ &- \frac{R_1^2 - R_2^2 - 2(R_2 \frac{\pi}{2} + r_2)r_2 - 2(R_1 \frac{\pi}{2} - r)r}{2(R_1 - r \cos \theta)}. \end{aligned}$$

Зона II:

$$\begin{aligned} V_z^{(2)} &= r_2 - z; \quad V_r^{(2)} = \frac{r}{2} - \frac{2(R_2 \frac{\pi}{2} + z)z + R_2^2}{2r}; \\ V_\phi^{(2)} &= 0. \end{aligned}$$

Зона III:

$$V_r^{(3)} = r_2 - r; \quad V_\theta^{(3)} = \frac{(R_2 \theta + r \sin \theta) r}{R_2 + r \cos \theta}; \quad V_\phi^{(3)} = 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов, О.Ю. Технология получения элементов быстроразъемных соединений титановых трубопроводов [Текст] / О.Ю. Давыдов, В.Г. Егоров, И.В. Фоменко // Наука и технологии: материалы XXXI Всероссийской конференции. – М: РАН, 2011. – С. 153 – 161.
2. Давыдов, О.Ю. Кинематика пластического течения при формообразовании гофра сильфона [Текст] / О.Ю. Давыдов, В.Г. Егоров, И.В. Фоменко // Новые технологии: материалы VIII Всероссийской конференции. – М: РАН, 2011. – С. 86 – 93.