

Доцент С.В. Глущенко

(Воронеж. гос. ун-т инж. технол.) кафедра информационных технологий, моделирования и управления, тел. (473) 255-38-75

## Вероятностные и информационные аспекты анализа функционирования системы в условиях конфликта

Рассмотрена задача исследования структуры взаимодействия параметров и формализация конфликта в стохастических системах в рамках общей теории систем. Проанализированы математические аспекты отношений конфликта, содействия и безразличия. Рассмотрен информационный подход для анализа конфликта.

The problems of research of the parameters interaction structure and the conflict formation are considered in the stochastic systems by the general system theory. The mathematical aspects of relations conflict, promotion and indifference are analyzed. We consider the information approach for the analysis of the conflict.

*Ключевые слова:* конфликт, корреляция, группа, симметрия, информация.

При исследовании систем надо выделить свойства функционирующих систем, в частности конфликт в системе.

В силу необходимости придать общей теории систем максимальную общность целесообразно было ввести понятие “системный изоморфизм” как отношение  $(R)$ , обладающее следующими свойствами:

1) рефлексивность: всякий объект-система системно изоморфичен самому себе, т.е.  $(a, a) \in R$  или  $a R a$ ;

2) симметричность: если  $a$  системно изоморфичен  $b$ , то  $b$  системно изоморфичен  $a$ , т.е. если  $(a, b) \in R$ , то также  $(b, a) \in R$ , или  $a R b \rightarrow b R a$  ( $R = R^{-1}$ ).

Высшей формой системного изоморфизма является тождество. Наиболее распространенная форма его существования - неполное сходство. Частным случаем его будет отношение эквивалентности, один из видов которого есть равенство.

Отношение эквивалентности между двумя объектами – системами обладает свойствами:

1) рефлексивность: всякий объект-система  $a$  эквивалентен самому себе, т.е.  $(a, a) \in R$  или  $a R a$ ;

2) симметричность: если  $a$  эквивалентен  $b$ , то  $b$  эквивалентен  $a$ , т.е. если  $(a, b) \in R$ , то также  $(b, a) \in R$ , или  $a R b \rightarrow b R a$  ( $R = R^{-1}$ );

3) транзитивность: если  $a$  эквивалентен  $b$ ,  $a, b$  эквивалентен  $c$ , то  $a$  эквивалентен  $c$ ,

другими словами:  $(a, b) \in R$  и  $(b, c) \in R \rightarrow (a, c) \in R$  или  $a R b$  и  $b R c \rightarrow a R c$ .

Из определений системного изоморфизма и эквивалентности следует частный характер второй по отношению к первому. Если в последнем слово эквивалентность заменить словом равенство, получим определение отношения равенства.

Приведенные определения работают также в случае, если можно выделить множество признаков  $P_1, P_2, \dots, P_k$  для соответствия между объектами - системами. Тогда можно считать равными по признакам  $P_1, P_2, \dots, P_k$  такие объекты, которые становятся неотличимыми выделенным признакам.

От отношения равенства можно перейти к отношению симметрии, которая предстает как системная категория, обозначающая совпадение по признакам “П” систем “С” после изменений “И” [1]. Отсюда следует вывод, что равенство - это симметрия (неравенство - асимметрия). Нарушение изоморфизма в ходе функционирования системы приводит к образованию полиморфизма, т.е. выделяется на основании какого-либо признака множество объектов, различающихся по числу и (или) отношению “строющих” их элементов.

Таким образом, если системному изоморфизму соответствует отношение симметрии, то полиморфизму - отношение асимметрии. Часто наблюдается ситуация, когда при сравнении состояний системы в различные моменты времени в целом фиксируется равен-

ство по некоторому интегральному признаку  $\Pi = (\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k)$ , однако по отдельным признакам  $\Pi_{i1}, \Pi_{i2}, \dots, \Pi_{in}$  ( $n \ll k$ ) наблюдается неравенство. Очевидно нарушение (хотя и незначительное) изоморфизма, а значит и симметрии. В силу того, что по  $\Pi$  равенство существует, асимметрия незначительна. Соответствующий такой асимметрии вид отношения называется диссимметрией. Описанная ситуация часто наблюдается при функционировании стохастических систем.

Если развитие системы рассматривать на принципах диалектики, тогда ее качественные и количественные изменения базируются на законе единства и борьбы противоположностей. Вследствие этого система должна обладать раздельно или виртуально существующими прямыми и обратными - взаимоположенными - элементами, связанными законом композиции данной группы. Кроме того, любой системе присуще некоторое количество отношений непротиворечия. Как и предыдущее, это утверждение следует из симметричности, групповой природы любой системы [1] и, следовательно, наличия в ней отношения непротиворечия, но уже между взаимоположенными элементами системы.

Предельная форма противоречия - конфликт. Рассмотренное отношение противоречия позволяет перейти к отношению конфликта, а отношение непротиворечия - к отношению содействия и безразличия.

Можно представить симметрию как свойство группы в стохастических системах.

В [2] показано, что симметричность свойственна произвольной стохастической системе, параметры которой связаны отношениями конфликта, согласия и безразличия.

Была сформулирована и доказана **теорема 1**: отношения конфликта, содействия и безразличия образуют группу.

Даны определения ядер конфликта, содействия и безразличия,  $W^k$ ,  $W^c$  и  $W^6$ . Можно сделать вывод, что симметрия присутствует в любой стохастической системе.

Если сравнение состояний конфликта и содействия дает положительный результат, то система находится в стационарном состоянии.

Если  $W^6(t_1) = W^6(t_2)$  и для  $\forall i, j$   $W^c_i(t_1) = W^c_i(t_2)$ ,  $W^k_j(t_1) = W^k_j(t_2)$ , причем не изменились структуры связей между параметрами в каждом ядре, то можно говорить об изомор-

физме и симметрии состояний системы. Стационарность системы в этой ситуации будем понимать в узком смысле. Если же  $\exists i$  и (или)  $j$  такие, что  $W^c_i(t_1) = W^c_i(t_2)$ ,  $W^k_j(t_1) = W^k_j(t_2)$ , но нарушаются структуры связей, то очевиден полиморфизм состояний системы. Последние находятся в отношении диссимметрии. Стационарность системы в этом случае будем понимать в широком смысле.

Система будет нестационарной, если или  $W^6(t_1) \neq W^6(t_2)$ , и (или)  $\exists i$ , и (или)  $j$ :  $W^c_i(t_1) \neq W^c_i(t_2)$ ,  $W^k_j(t_1) \neq W^k_j(t_2)$  в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ . В этой ситуации наблюдается полиморфизм состояний системы и их асимметрия.

Вышеизложенное позволяет говорить, что симметрия и диссимметрия состояний системы свойственна стационарным системам, асимметрия - нестационарным.

Остается проанализировать вид наблюдаемой симметрии и асимметрии. Симметрия состояний системы - конформная симметрия, потому что несмотря на неизменность структуры взаимосвязей в ядрах конфликта и согласия, сила отдельных связей (определяемая значением коэффициента корреляции) может как увеличиваться, так и уменьшаться, причем для разных связей - с разными пропорциями изменения значений коэффициента корреляции.

В работе [3] было дано следующее **определение 1**: Две непрерывные случайные величины  $X$  и  $Y$  находятся в состоянии конфликта, если для любых  $\Delta x > 0$  и  $\Delta y \geq 0$  ( $\Delta y > 0$  и  $\Delta x \geq 0$ ) функция плотности вероятности  $f(y/x)$  ( $f(x/y)$ ) убывает.  $\Delta x$  и  $\Delta y$  - изменения значений  $X$  и  $Y$ . Далее сформулирована и доказана **лемма**: Если для любых  $\Delta x > 0$  и  $\Delta y \geq 0$  функция плотности вероятностей  $f(y/x)$  убывает, то условное математическое ожидание  $M(Y/x)$  также убывает.

Этот факт позволил затем сформулировать и доказать **теорему 2**: Если две непрерывные случайные величины находятся в состоянии конфликта, то их парный коэффициент корреляции имеет отрицательное значение.

Рассматривался коэффициент корреляции случайных величин  $X$  и  $Y$  с математическими ожиданиями  $m_x$  и  $m_y$  и дисперсиями  $\delta_x^2$  и  $\delta_y^2$ :

$$r_{xy} = M[(x - m_x)(y - m_y)]/(\delta_x \delta_y).$$

Далее вводились непрерывные случайные величины  $G$  и  $S$  с нулевыми математическими ожиданиями  $m_g, m_s$  и дисперсиями  $\delta_g^2 = \delta_x^2, \delta_s^2 = \delta_y^2$ .  $G$  принимает значения  $g = x - m_x, S - s = y - m_y, m_g = m_s = 0$ . При этом характер взаимозависимости между случайными величинами не изменяется. Отрезки варьирования  $S - [c1, d1], G - [a1, b1]$ , где  $a1 = a - m_x, b1 = b - m_x, c1 = c - m_y, d1 = d - m_y$ . Коэффициент корреляции непрерывных случайных величин  $S$  и  $G$ :

$$r_{sg} = r_{xy} = M(SG)/(\delta_s \delta_g).$$

Показано, что  $r_{sg} < 0$ . Для этого достаточно было показать, что  $M[sg] < 0$ , поскольку  $\delta_g > 0, \delta_s > 0$ :

$$M(SG) = \int_{a1}^{b1} \int_{c1}^{d1} gf(s,g)dsdg < 0.$$

Обратное утверждение выполняется, если случайные величины распределены по нормальному закону.

Таким образом, конфликт в системе можно определять по знакам парных коэффициентов корреляции между параметрами системы. Остается еще вопрос, можно ли исследовать систему только анализируя ядра конфликта? Положительный ответ можно дать в том случае, если основную информацию о системе несут ядра конфликта. В [4] были доказаны и сформулированы следующие утверждения. **Теорема 3:** информативность параметра из  $W^k$  превышает информативность параметра из  $W^c$  ( $W^n$ ); **Теорема 4:** информативность  $W^k$  превышает информативность  $W^c$  ( $W^n$ ) при  $k \geq s$  ( $k \geq n$ ), где  $k, s$  и  $n$  - количество параметров в ядрах конфликта, содействия и безразличия.

Действительно, информативность ядра конфликта равна

$$I_k = \log[(2\pi e)^{k/2} \prod_{i=1}^k (\sigma_{ik} (1 - r_{ijk}^2)^{1/2} / \Delta x_i)],$$

- ядра содействия

$$I_c = \log[(2\pi e)^{s/2} \prod_{i=1}^s (\sigma_{ic} (1 - r_{ijc}^2)^{1/2} / \Delta x_i),$$

- ядра безразличия

$$I_n = \log[(2\pi e)^{n/2} \prod_{i=1}^n (\sigma_{in} / \Delta x_i)].$$

В силу того что  $\sigma_{ik} \gg \sigma_{ic}$ , а величины  $s$  и  $k, r_{ijk}$  и  $r_{ijc}$  являются величинами одного порядка, то  $I_k > I_c$ . Аналогично, поскольку  $\sigma_{ik} \gg \sigma_{in}$ , а величины  $(1 - r_{ijk}^2)^{1/2}$  - не бесконечно малые, то  $I_k > I_n$ .

При исследовании стационарности системы производят сравнение средних значений параметров и выборочных дисперсий в различные моменты времени функционирования системы.

Вышеизложенные рассуждения приводят к мысли о возможности при определенных условиях анализировать стационарность системы лишь по параметрам из  $W^k$ . В случае если информативность среднего и выборочной дисперсии конфликтующего параметра больше информативности среднего и выборочной дисперсии неконфликтующего, то при определенных условиях возможен анализ стационарности случайной системы по параметрам из  $W^k$ . Отсюда следует, что информативность среднего значения и выборочной дисперсии параметра из  $W^k$  превышает информативность среднего значения и выборочной дисперсии параметра из  $W^c$  ( $W^n$ ).

Приведенные рассуждения позволяют аргументировать анализ функционирования случайной системы, включая анализ стационарности системы, а также ее оптимизацию на основе исследования конфликта взаимодействующих параметров. Частным случаем случайной системы допустимо считать технологическую систему. В связи с этим вышеизложенное позволяет определить задачи анализа функционирования системы в условиях конфликта взаимодействующих параметров. Тогда необходимо очертить круг основных технологических задач, из которых вытекают первые. Перечислим их.

I. Поддержание системы в стационарном состоянии:

- а) статистический контроль;
- б) статистическое регулирование.

II. Контроль качества технологического процесса как способ функционирования системы:

а) исследование механизмов отказа функционирования системы;

б) повышение качества изделий.

Чтобы решить эти задачи, необходимо определить круг задач анализа функционирования системы, без решения которых невозможно и решение вышеперечисленных технологических задач.

А. Диагностический анализ.

В. Снижение размерности по параметрам (определение оптимального состава параметров).

С. Определение характера взаимосвязей между параметрами (выявление скрытых, причинных связей).

Д. Оптимизация по результатам анализа брака и выхода годных. Для решения задач анализа функционирования системы нужен соответствующий математический аппарат, состоящий как из известных и широко используемых моделей, методов, алгоритмов, так и новых, применение которых целесообразно в силу изложенного выше.

Используемый для решения поставленных задач математический аппарат включает:

1. Предварительный статистический анализ:

а) исключение аномальных наблюдений;  
б) фиксация параметров, по которым отмечен брак.

2. Корреляционный анализ, анализ конфликта :

а) оценка возможности анализа функционирования СС на основе конфликтующих параметров;

б) выделение ядер конфликта, согласия, безразличия [1];

в) выделение конфликтного множества [1].

3. Сравнение векторов средних значений параметров в различные моменты времени функционирования технологической системы.

4. Покомпонентное сравнение векторов средних.

5. Сравнение выборочных дисперсий параметров.

6. Сравнение ковариационных матриц (сравнение состояний конфликта параметров СС), анализ динамики конфликта.

7. Факторный анализ.

8. Причинный анализ.

Для решения поставленных задач необходимо создание автоматизированной системы

анализа функционирования стохастических систем на основе исследования конфликта взаимодействующих параметров.

**Анализ динамики конфликта.** На втором этапе анализа функционирования стохастической системы необходимо исследовать поведение групп параметров (в первую очередь, конфликтующих) в динамике.

Исследование динамики конфликта представляет собой один из этапов анализа функционирования системы, который заключается в сравнении состояний конфликта для различных серий реализаций функционирования системы, либо сравнение состояний конфликта в текущих сериях реализаций и эталонной. При этом возможны следующие состояния, при которых конфликт является:

а) затухающим;

б) усиливающимся;

в) содержащим элементы а) и б) одновременно;

г) исчезающим;

д) образующимся;

е) неизменяющимся.

Конфликт в стационарной системе описывается пунктом е). Гораздо больший интерес для анализа представляют состояния конфликта, которые описываются в пунктах а), б), в).

Для усиливающегося конфликта характерно:

- увеличение количества связей в ядрах между конфликтующими параметрами от одной серии реализаций процесса к другой;

- увеличение количества ядер конфликта;

- усиление связей между конфликтующими параметрами.

Для затухающего конфликта напротив характерно:

- уменьшение количества связей в ядрах между конфликтующими параметрами от одной серии реализации функционирования системы к другой;

- уменьшение количества ядер конфликта;

- ослабление связей между конфликтующими параметрами.

Наибольший интерес и одновременно сложность при анализе вызывает та ситуация, когда одновременно могут исчезать одни связи между конфликтующими параметрами

в ядрах и появляться другие, исчезать одни ядра конфликта, образовываться новые, ослабевать одни связи и усиливаться другие. Нередки также случаи, когда конфликт полностью исчезает или образуется новый.

Вышеописанные возможные состояния конфликта системы нужно исследовать с целью:

- определения технологических причин развития конфликта в ту или иную сторону;
- прогнозирования тенденции изменения конфликта;
- определения комплекса мер по воздействию на процесс для направления развития конфликта в нужную сторону.

Сравнительный анализ состояний конфликта предполагает как качественное сравнение состояний конфликта в различных сериях реализаций функционирования системы, так и количественное.

Усиление или ослабление связей между конфликтующими параметрами можно определить, численно сравнивая ядра конфликта, полученные в различных сериях реализаций процесса. Говоря о численном сравнении ядер конфликта, будем подразумевать сравнение оценок ядер, полученных в различных сериях реализаций системы.

Сравнивая ядра конфликта, во-первых, можно определить их равенство или неравенство (равенство или неравенство состояний конфликта), а затем в случае неравенства выявить тенденцию его изменения. Понятие равенства двух состояний конфликта будем понимать в широком и узком смысле. Равенство в узком смысле предполагает, в первую очередь, сохранение связей между конфликтующими параметрами и отсутствие новых связей между ними. Если это условие выполнено, то можно приступить к сравнению ядер конфликта, полученных в двух различных сериях реализаций системы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Система, симметрия, гармония [Текст] / под ред. В.С. Тюхтина, Ю.А. Урманцева. – М: Мысль, 1988, - 315 с.
2. Глущенко, С. В. Конфликт и свойства взаимодействующих параметров в рамках общей теории систем [Текст] / С.В. Глущенко // Вестник ВГТА. - 2010. - № 2. - С.15 – 20.
3. Глущенко, С. В. Конфликт взаимодействующих случайных величин [Текст] / С.В. Глущенко // Финансы, экономика, стратегия - 2010. - С. 30 – 34.
4. Глущенко, С. В. Конфликт и информация в стохастических системах [Текст] / С.В. Глущенко // Вестник ВГТА. 2011. -№ 2. - С. 57 – 60.