

УДК 519.8: 678.043.8

Профессор С.В. Бухарин, студент М. Индала,
(Воронеж, гос. ун-т инж. технол.) кафедра информационных и управляющих систем,
тел. (4732) 255-38-75

доцент А.В. Мельников

(Воронеж, гос. ун-т инж. технол.) кафедра информационных технологий, моделирования и управления, тел. (4732) 255-25-50

Определение комплексного показателя «качество-цена» готовой продукции на примере производства резин

Предложен комплексный показатель «качество-цена» изготовленных резин. Сравниваются между собой различные образцы продукции.

The complex quality-price indicator of the made rubbers is offered. Various product samples are compared among themselves.

Ключевые слова: показатель качества, метод анализа иерархий, резины.

Продукция современного химического производства характеризуется множеством показателей, часть из которых носит количественный характер, часть — качественный, а другая часть характеризует наличие или отсутствие определенного свойства. Обычно показателей много, некоторые из них взаимосвязаны, а некоторые изменяются разнонаправленно. Кроме того, обычно возникает вопрос о значимости отдельных показателей и установлении между ними определенного приоритета. Для предприятий важна разработка интегральной оценки качества производимой продукции и введение обобщенных показателей качества. Научно обоснованное решение этой задачи может быть получено на основе теории экспертных систем.

В статье предложено введение комплексного показателя «качество-цена» готовой продукции и модификация его применительно к процессу производства резин. В основе установления приоритета частных показателей (признаков) лежит метод анализа иерархий.

Общая характеристика резиновых смесей. Постоянный интерес к вулканизации и вулканизирующим агентам обусловлен необходимостью быстрой и адекватной корректировки рецептуры резин в связи с изменениями сырьевой базы промышленности. Поэтому актуальным является изучение влияния качества и

© Бухарин С.В., Индала М., Мельников А.В., 2012
способов ввода цинковых белил (активатора вулканизации) на изготовление резин.

В табл. 1 приведены результаты применения дешевых некондиционных белил с содержанием оксида цинка от 86,0 до 97,5 % (образцы НЦ-2, НЦ-3, НЦ-4) в сравнении с высокочистыми цинковыми белилами с содержанием полезного вещества 99,7 % (образец КЦ-1И) [1].

Как видим, введение в резины оксида цинка в виде предварительно приготовленных композиций (сплавов) приводит к улучшению качества получаемых резин практически до уровня резин с высокочистыми белилами.

Выбор признаков объекта экспертизы. Первым этапом экспертизы резиновых смесей и вулканизатов является анализ обычно применяемых показателей качества продукции (см. табл.1) и разделение их на подмножества количественных, качественных признаков, признаков наличия, психофизиологической природы и т.д.

Свойства резиновых смесей и вулканизатов, содержащих цинковые белила различного качества

Показатель	СКИ-3			СКД		
	КЦ-1И порошок	НЦ-2	НЦ-4	КЦ-1И порошок	НЦ-2	НЦ-4
Вязкость по Муни, условных единиц при 100 °С	52,5	58,8/52,5*	60,9/54,6	96,6	92,4/ 94,5	111,3/ 107,1
Вулканизационные характеристики (реометр Монсанто, 150 °С) с, мин	17,0	19,0/18,5	18,8/18,5	18,7	21,3/20,0	20,0/19,5
Содержание свободной серы, % (мас.)	0,027	0,041/0,045	0,039 / 0,041	0,061	0,059 / 0,065	0,054 / 0,060
Условное напряжение при удлинении 300 %, МПа	10,7	10,3/11,0	9,5/11,0	7,8	7,9/ 8,9	7,8/ 8,0
Условная прочность при растяжении, МПа	21,1	18,2/19,3	14,7/16,0	9,1	9,0/ 10,1	8,7/9,1
Относительное удлинение при разрыве, %	470	440/453	395/380	383	343/348	318/324
Сопротивление раздиру, кН/м	29,9	18,1/28,6	21,0/27,0	44,3	25,8/37,4	31,5/37,6
Твердость по Шору А, ед	56	55 /54	56 / 54	63	63/61	64/64
Эластичность по отскоку, %	54	52 / 54	54 / 58	52	51 /52	51/52

* В числителе приведены значения показателей при введении цинковых белил в виде порошка, в знаменателе — в виде сплава.

В нашем случае все признаки являются количественными и делятся на две группы: положительного и отрицательного эффекта.

Приведем далее традиционно используемые показатели и выберем для них соответствующие обозначения признаков (табл.2).

Т а б л и ц а 2

Выделенные признаки экспертизы x_i резиновых смесей и вулканизатов

Условная прочно-сть при растяжении, МПа	Сопротивление раздиру, кН/м	Относительное удлинение при разрыве, %	Эластичность по отскоку, %	Вулканизационные характеристики (по Монсанто)	Содержание свободной серы, % (мас.)	Условное напряжение при удлинении 300 %, %
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1	x_1

Введенные выше признаки могут быть кластеризованы следующим образом. Первые четыре из них $x_1 - x_4$ являются количественными признаками положительного эффекта. Последние три из них $x_5 - x_7$ являются количественными признаками отрицательного эффекта (ПОЭ).

В связи с выделением упомянутых подмножеств признаков, необходимо модифицировать обычно применяемое выражение для обобщенного показателя «качество-цена».

Обобщенный показатель качества. Рассмотрим мультипликативную модель

детерминированного комплексного показателя «качество-цена» [2]:

$$J = \left[\hat{V}_{\text{еіе}} \frac{\sum_j V_{j,\text{еіе}} \hat{x}_{j,\text{еіе}}}{\sum_j V_{j,\text{еіе}}} + \hat{V}_{\text{іае}} \frac{\sum_i V_{i,\text{іае}} x_{i,\text{іае}}}{\sum_i V_{i,\text{іае}}} + \right. \\ \left. + \hat{V}_{\text{еа÷іа}} \frac{\sum_l V_{l,\text{еа÷іа}} \hat{x}_{l,\text{еа÷іа}}}{\sum_l V_{l,\text{еа÷іа}}} \right] \times \frac{\hat{V}_{\text{оаіу}} \hat{P}(x_{\text{оаіу}})}{\hat{V}_{\text{еіе}} + \hat{V}_{\text{іае}} + \hat{V}_{\text{еа÷іа}}} = J_{\text{еа÷іа}} \cdot J_{\text{оаіу}}, \quad (1)$$

где $\hat{V}_{\hat{e}\hat{e}}, \hat{V}_{\hat{a}\hat{e}}, \hat{V}_{\hat{a}\hat{e}\hat{e}}$ — групповые весовые коэффициенты, определяющие предпочтительность количественных признаков, признаков наличия и качественных признаков. Множества $\{V_j, V_i, V_l\}$ определяют относительный вклад отдельных признаков (частных критериев); $\hat{P}(x_{\hat{a}\hat{a}\hat{u}})$ — нормированная функция цены.

Модифицируем показатель (1) применительно к данной задаче. Во-первых, исключим два слагаемых в квадратной скобке, соответствующих признакам наличия и качественным признакам. Во-вторых, введем слагаемое, соответствующее признакам отрицательного эффекта (ПОЭ) в квадратную скобку. В-третьих, положим множитель $\hat{V}_{\hat{a}\hat{a}\hat{u}} = 1$, поскольку в дальнейшем речь пойдет о сравнении изделий, а при этом абсолютная величина $\hat{V}_{\hat{a}\hat{a}\hat{u}}$ значения не имеет. В итоге получим следующую упрощенную формулу:

$$J^{(\hat{a}\hat{a}\hat{a})} = \left[\hat{V}_{\hat{e}\hat{e}} \frac{\sum_j V_{j,\hat{e}\hat{e}} \hat{x}_{j,\hat{e}\hat{e}}}{\sum_j V_{j,\hat{e}\hat{e}}} + \hat{V}_{\hat{l}\hat{l}\hat{y}} \frac{\sum_i V_{i,\hat{l}\hat{l}\hat{y}} \hat{x}_{i,\hat{l}\hat{l}\hat{y}}}{\sum_i V_{i,\hat{l}\hat{l}\hat{y}}} \right] \times \frac{\hat{P}(x_{\hat{a}\hat{a}\hat{u}})}{\hat{V}_{\hat{e}\hat{e}} + \hat{V}_{\hat{l}\hat{l}\hat{y}}} \quad (2)$$

Такой показатель качества является аддитивным и обозначается $J^{(\hat{a}\hat{a}\hat{a})}$. Однако используемая в дальнейшем нормировка признаков должна обеспечить противоположное изменение величины $J^{(\hat{a}\hat{a}\hat{a})}$: при увеличении исходных значений признаков $x_{j,\hat{e}\hat{e}}$ показатель должен возрастать, а при увеличении значений $x_{i,\hat{l}\hat{l}\hat{y}}$ — уменьшаться.

Кроме аддитивного показателя (2), предложим и мультипликативную модель комплексного показателя качество-цена, обладающую большей чувствительностью к различию характеристик сравниваемых объектов:

$$J^{(\hat{l}\hat{e}\hat{u}\hat{u})} = \left[\frac{\sum_j V_{j,\hat{e}\hat{e}} \hat{x}_{j,\hat{e}\hat{e}}}{\sum_j V_{j,\hat{e}\hat{e}}} \right] \left[\frac{\sum_i V_{i,\hat{l}\hat{l}\hat{y}} x_{i,\hat{l}\hat{l}\hat{y}}}{\sum_i V_{i,\hat{l}\hat{l}\hat{y}}} \right] \hat{P}(x_{\hat{a}\hat{a}\hat{u}}) \quad (3)$$

Определение нормированных значений признаков. Приведем далее правила нормировки количественных признаков положительного и отрицательного эффектов, а также признака цены последовательно.

1. Нормировка количественных признаков положительного эффекта. Для того чтобы обеспечить однородный вклад различных слагаемых во взвешенные суммы показателей (2), (3), необходимо привести их значения к единому диапазону. Для этого введем следующую нормировку:

$$\hat{x}_j = \frac{x_j}{x_{j,\hat{a}\hat{a}\hat{c}}}, \quad j=1,2,\dots,m,$$

где знаменатель — максимальное значение признака по все сравниваемым K объектам экспертизы:

$$x_{j,\hat{a}\hat{a}\hat{c}} = \max_k x_j^{(k)}, \quad k=1,2,\dots,K. \quad (4)$$

Нормированные таким образом значения признаков принадлежат единичному интервалу $\hat{x}_j \in [0,1]$. Приведем в единой таблице значения признаков и их нормированные значения (табл. 3).

2. Нормировка количественных признаков отрицательного эффекта (ПОЭ). В отличие от формулы (4) выберем в качестве базового объекта для сравнения с другими объектами экспертизы объект с минимальным значением признака по группе сравниваемых объектов:

$$x_{j,\hat{a}\hat{a}\hat{c}} = \min_k x_j^{(k)}, \quad k=1,2,\dots,K. \quad (5)$$

Тогда превышение значения j -го признака для k -го объекта над базовым значением (5) будет характеризоваться нормированным признаком

$$\hat{x}_j^{(k)} = \frac{x_{j,\hat{a}\hat{a}\hat{c}}}{x_j^{(k)}}.$$

Значения признаков отрицательного эффекта и результаты их нормировки приведены в трех последних столбцах табл.3.

3. Функция цены. Цена объекта также является признаком отрицательного эффекта, и для ее нормировки используем формулу

$$\hat{P}^{(k)} = \frac{P_{\hat{a}\hat{a}\hat{c}}}{P^{(k)}}, \quad (6)$$

где $P_{\hat{a}\hat{a}\hat{c}}$ — минимальная цена по группе сравниваемых объектов; $P^{(k)}$ — цена k -го объекта экспертизы.

Абсолютные x_i и нормированные $\hat{x}_i$ значения признаков экспертизы

Показатель		СКД					
		КЦ-1И		НЦ-2		НЦ-4	
№	Наименование показателя	x_i	$\hat{x}_i$	x_i	$\hat{x}_i$	x_i	$\hat{x}_i$
Признаки положительного эффекта							
1	Условная прочность при растяжении, МПа	9,1	1,000	9,0	0,989	8,7	0,956
2	Сопротивление раздиру, кН/м	44,3	1,000	25,8	0,582	31,5	0,711
3	Относительное удлинение при разрыве, %	383	1,000	343	0,895	318	0,83
4	Эластичность по отскоку, %	52	1,000	51	0,981	51	0,981
Признаки отрицательного эффекта							
5	Вулканизационная характеристика (реометр Монсанто, 150 °C) с, мин	18,7	1,000	21,3	0,877	20,0	0,935
6	Содержание свободной серы, % (мас.)	0,061	0,885	0,059	0,915	0,054	1,000
7	Условное напряжение при удлинении 300 %, МПа	7,8	1,000	7,9	0,987	7,8	1,000

Определение весовых коэффициентов признаков положительного эффекта методом анализа иерархий. Для расчета численных значений показателей качества (2), (3) необходимо определить векторы приоритетов весовых коэффициентов $V_{\text{ггг}}, V_{\text{гггг}}$. Для этого воспользуемся методом анализа иерархий [3, 4]. Учитывая относительную важность признаков, составим матрицу парных сравнений A .

При построении матрицы A будем считать, что наиболее значимым признаком является условная прочность при растяжении (ранг равен 1), несколько менее значимым – сопротивление раздиру (ранг равен 2), наименее значимым — эластичность по отскоку (ранг равен 5). Тогда матрица A примет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0,5 & 1 & 1,5 & 2,5 \\ 0,33 & 0,667 & 1 & 1,667 \\ 0,2 & 0,4 & 0,6 & 1 \end{pmatrix}$$

Определим собственные числа матрицы A из уравнения

$$AV = \lambda V, \quad (7)$$

где V — искомый вектор весовых коэффициентов. Расчеты показывают, что максимальное собственное число матрицы $\lambda_{\text{max}} = 3,998$. Индекс согласованности $IS = 0,0007$, отношение согласованности $OS = 0,0007$. Итак, сформированная матрица A оказалась хорошо согласованной.

Определим собственные векторы матрицы парных сравнений A с помощью процедуры *eigenvals* (A). Первый собственный вектор имеет вид

$$V_{\text{гггг},1}(A) = (0,845 \ 0,422 \ 0,281 \ 0,169)^T.$$

Разделив первый собственный вектор на сумму его элементов 1,717, получим нормированный вектор приоритетов признаков положительного эффекта:

$$V_{\text{гггг}}^T = (0,492 \ 0,246 \ 0,164 \ 0,0984)^T. \quad (8)$$

Определение весовых коэффициентов признаков отрицательного эффекта методом анализа иерархий. Учитывая относительную важность признаков, составим матрицу парных сравнений B . При построении матрицы B будем считать, что наиболее значимым признаком является вулканизационная характеристика

(реометр Монсанто, 150 °С) с, мин (ранг равен 1), несколько менее значимым — содержание свободной серы, % (мас.) (ранг равен 3), наименее значимым — условное напряжение при удлинении 300 %, МПа (ранг равен 5). Тогда матрица В примет вид

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0,33 & 1 & 1,667 \\ 0,2 & 0,6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Определим собственные числа матрицы В из уравнения (7). Расчеты показывают, что максимальное собственное число матрицы $\lambda_{\max} = 2,996$. Индекс согласованности ИС = 0,0016, отношение согласованности ОС = 0,0028. Итак, сформированная матрица В оказалась хорошо согласованной.

Определим собственные векторы матрицы парных сравнений В с помощью процедуры *eigenvals* (B). Первый собственный вектор имеет вид

$$V_{\text{н} \hat{\alpha} \hat{\alpha}, 1}(B) = (0,932 \ 0,309 \ 0,186)^T.$$

Разделив первый собственный вектор на сумму его элементов 1,428, получим нормированный вектор приоритетов признаков отрицательного эффекта:

$$V_{\text{н} \hat{\alpha} \hat{\alpha}} = (0,6526 \ 0,2169 \ 0,1305)^T \quad (9)$$

Расчет комплексного показателя качество-цена. Как следует из исходной формулы (1), комплексный показатель «качество-цена»

$$J = J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}} \cdot J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha}},$$

где $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}$ — обобщенный показатель качества продукции; $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha}}$ — функция относительной цены.

Рассчитаем вначале два варианта (аддитивный и мультипликативный) обобщенного показателя качества продукции по формулам (2), (3). Вектор приоритетов количественных признаков положительного эффекта определяется выражением (8), а количественных признаков отрицательного эффекта — выражением (9). Групповые весовые коэффициенты $\hat{V}_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}, \hat{V}_{\text{н} \hat{\alpha} \hat{\alpha}}$ в формуле (2) выберем равными единице.

Результаты расчетов (табл.4) показывают, что с точки зрения обобщенного показателя качества $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}$ наилучшая готовая продукция получается на основе высокочистых цинковых белил с содержанием полезного вещества 99,7 % (образец КЦ-1И).

Т а б л и ц а 4

Комплексный показатель «качество-цена»

Показатели		Образец 1 (КЦ-1И)	Образец 2 (НЦ-2)	Образец 3 (НЦ-4)
Обобщенный показатель качества $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}$	Аддитивный $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}^{(\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha})}$	0,9875	0,8861	0,9176
	Мультипл. $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}^{(\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha})}$	0,9751	0,7851	0,8404
Функция цены $\hat{P}$	$J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha}}$	0,87	0,94	1,00
Комплексный показатель J	Аддитивный $J^{(\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha})}$	0,8591	0,8329	0,9176
	Мультипл. $J^{(\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha})}$	0,8483	0,7379	0,8404

Полученные результаты расчетов подтверждают сделанное ранее предположение о том, что мультипликативный вариант обобщенного показателя качества $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}$ окажется более чувствительным к различию характеристик сравниваемых изделий. Действительно, аддитивный показатель $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}^{(\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha})}$ 1-го образца

превосходит соответствующий показатель 2-го образца на 3,1 %, а мультипликативный $J_{\hat{\alpha} \hat{\alpha}}^{(\hat{\alpha} \hat{\alpha} \hat{\alpha})}$ — на 14,9 %.

Цена продукции является одним из признаков отрицательного эффекта и для ее учета используется нормировка (6). Поэтому при сравнении образцов продукции учитывается

не абсолютное значение цены, а ее относительное значение по сравнению с самым дешевым 3-м образцом. Функция относительной цены для этого образца принимает значение 1,00 (см. табл. 4), а для более дорогих образцов — 0,87 и 0,94.

Учитывая большую чувствительность к различию параметров сравниваемых объектов (следовательно, и большую объективность оценки) выберем для окончательной оценки мультипликативную модель комплексного показателя качество-цена. Как следует из расчетов (см. табл. 4), наиболее предпочтительным видом продукции является 1-й образец, полученный на основе высокочистых цинковых белил КЦ-1И с содержанием полезного вещества 99,7 %, несмотря на его большую себестоимость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шутилин, Ю.Ф. О качестве резин, содержащих цинковые белила различных марок [Текст] / Ю.Ф. Шутилин, И.Г. Пугач, О.В. Карманова // Каучук и резина. — 1996. — № 2. — С. 43-49.
2. Бухарин, С.В. Многокритериальная экспертиза ERP-систем с учетом стоимостно-внедренческих характеристик [Текст] / С.В. Бухарин, А.В. Мельников // Вестник Воронежского института МВД России. — 2011. — № 3. — С. 135-143.
3. Саати, Т. Принятие решений: метод анализа иерархий [Текст] / Т. Саати. — М.: Радио и связь, 1993. — 278 с.
4. Дилигенский, Н.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология [Текст] / Н.В. Дилигенский, Л.Г. Дымова, П.В. Севастьянов. — М.: Издательство Машиностроение – 1, 2004. — 397 с.