

Анализ эффективности дискретных покрытий рабочих органов при очистке растительного сырья

Геннадий В. Алексеев,	¹	gva2003@mail.ru
Максим О. Карпов,	¹	vargfromfjord@mail.ru
Анна Г. Леу,	¹	anna.lru@mail.ru
Мохаммад Али Шариати	²	shariatymohammadali@gmail.com

¹ Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, г. Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9, Россия, 191002

² Институт Бирлик, Табриз, Иран, Всероссийский научно-исследовательский институт фитопатологии, Московская область, Одинцовский район, р.п. Большие Вяземы, ул. Институт, владение 5, Россия, 143050

Реферат. В статье выполнен анализ эффективности работы очистительного оборудования для различных видов растительного сырья: картофеля, моркови, лука и других видов овощей и корнеплодов. Он свидетельствует о том, что значительная часть очистительного оборудования использует в качестве рабочих органов абразивные вкладыши, усовершенствование которых является одним из направлений повышения его эффективности и улучшения его эксплуатационных характеристик. В процессе анализа рассмотрена классическая модель движения клубня в камере очистительной машины. Для оптимизации процесса очистки установлена траектория движения и рассчитан угол вылета клубня с конической чаши. При формировании модели рассмотрен отдельно взятый клубень картофеля. Предполагая его однородной сферой и не учитывая влияние на него других клубней, определили траекторию его движения по конической чаше и угол, под которым клубень вылетит к стенке. Угол наклона конусной чаши к горизонту принимали 30 градусов. Проинтегрировав полученное уравнение по времени, получали уравнение энергетического баланса, из которого можно выделить требуемое для очистки время. Дальнейший анализ проводили методами численного эксперимента в системе Mathcad. Полученные в этом эксперименте результаты позволяют оптимизировать рисунок нанесения абразивных полос, принимая во внимание разработанные методы формирования для таких объектов как рабочие органы очистительных машин, технологию прерывистого нанесения покрытий. Следующий этап моделирования предполагал рассмотрение процесса очистки для совокупности очищаемых клубней, на котором предполагали отдельные очищаемые объекты (например, клубни картофеля) упругими элементами, заменяя их (в плоской постановке) жесткими дисками, соединенными между собой упругими пружинами. Рассмотрение этой уточненной модели позволило установить частоты свободных колебаний этой системы и, соответственно, моменты касания рабочих органов, что в значительной мере определяет топологию абразивного покрытия.

Ключевые слова: механическая очистка, абразивные покрытия, модель процесса, собственные скорости колебания, топология покрытия

Analysis to efficiency discrete covering worker organ when clearing vegetable raw material

Gennadii V. Alekseev,	¹	gva2003@mail.ru
Maksim O. Carpov,	¹	vargfromfjord@mail.ru
Anna G. Leu	¹	anna.lru@mail.ru
Mohammad Ali Shariati	²	shariatymohammadali@gmail.com

¹ Saint-Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Saint Petersburg, Lomonosova str., 9, Russia, 191002

² Birlik Institute, Tabriz, Iran, All-Russian Research Institute of Phytopathology, Moscow region, Odintsovo district, Big Vyazemy working village, st. Institute, possession 5, Russia, 143050

Summary. In article is executed analysis to efficiency of the functioning the cleansing equipment for different type vegetable cheese: potatoes, carrot, pommel and the other type potatoes. He is indicative of that that much of the cleansing equipment uses as worker organ abrasive put, which improvement is one of the directions of increasing to his efficiency and improvements of his field-performance data. Classical model of the motion club is considered In process of the analysis in camera of the cleansing machine. For optimization of the process peelings is installed path of the motion and is calculated corner of the flight club with cone-shaped chalice. When shaping the models is considered apart taken tuber of the potatoes. Expecting his uniform sphere and without regard influence upon it other club, have defined the path of his motion on cone-shaped chalice and corner, under which tuber flies to wall. The Corner of the slopping cone chalices 30 degrees took to horizon. Integrating equation on time, got the equation of the energy balance, from which possible select required for peelings time. The Further analysis conducted the methods of the numerical experiment in system Mathcad. Got in this experiment results allow to optimize the drawing a fixing abrasive bands, taking into consideration designed methods of the shaping for such object, as worker organs cleansing machines, technology of the intermittent fixing covering. The Following stage of modeling expected consideration of the process peelings for collection cleaned club, on which expected the separate cleaned objects (for instance, potato tubers) springy element, changing their (in flat production) hard disk united between itself springy spring. Consideration this elaborated models have allowed to install the frequencies of the free fluctuations of this system and, accordingly, moments of the osculation worker organ that in significant measure defines the topology of the abrasive covering

Keywords: mechanical clear, abrasive covering, model of the process, own velocities of the fluctuation, topology of the covering

Для цитирования

Алексеев Г. В., Карпов М. О., Леу А. Г., Шариати М. А. Анализ эффективности дискретных покрытий рабочих органов при очистке растительного сырья // Вестник ВГУИТ. 2016. № 3. С. 18–25. doi:10.20914/2310-1202-2016-3-18-25

For citation

Alekseev G. V., Carpov M. O., Leu A. G., Shariati M. A. Analysis to efficiency discrete covering worker organ when clearing vegetable raw material. *Vestnik VSUET* [Proceedings of VSUET]. 2016. no. 3. pp. 18–25. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2016-3-18-25

Введение

Анализ состояния развития очистительного оборудования для растительного сырья, картофеля, моркови, лука и других видов овощей и корнеплодов свидетельствует о том, что значительная часть его использует в качестве рабочих органов абразивные вкладыши, усовершенствование которых является одним из эффективных методов улучшения его эксплуатационных характеристик.

Механический способ очистки, реализованный на рассматриваемом типе машин, позволяет получать полуфабрикат с высокими потребительскими свойствами, создавать машины небольшой производительности, пригодные для использования как на предприятиях пищевой промышленности, так и в общественном питании. Все это свидетельствует о необходимости исследования возможностей совершенствования абразивных покрытий рабочих органов очистительных машин [1].

Удаление с клубней наружных покровов происходит в рабочих камерах овощечисток периодического действия острыми гранями абразивных зерен. Клубень, попадая на абразивную поверхность, приводится по отношению к ней в относительное движение. В момент соприкосновения с абразивной поверхностью клубень трется об нее, в результате чего между ними возникает сила трения, направленная в противоположную инерционной силе сторону. Одновременно происходит закручивание клубня и степень изменения скорости и направления движения клубня в результате соприкосновения его с абразивной поверхностью в значительной мере зависят от взаиморасположения соседних клубней и участка соприкосновения поверхности клубня с абразивной поверхностью. Осуществим более детальное рассмотрение процесса очистки с помощью моделирования.

Моделирование и численный эксперимент

Рассмотрим классическую модель движения клубня в камере очистительной машины [2]. Она предполагает следующие допущения: клубень рассматривается как правильная сфера, перемещение которой происходит под действием центробежной силы, силы трения и силы собственной тяжести клубня без учета влияния остальных клубней, находящихся в рабочей камере. Как показывает многолетний опыт использования рассматриваемого оборудования, подобная модель позволяет достаточно точно определить кинематику движения клубня по рабочей камере, в том числе и рассчитать угол, под которым основная масса клубней попадает на рабочую абразивную поверхность.

При попадании на плоскую часть абразивной чаши клубень начинает вращаться с ней, но с меньшей скоростью. Между диском и клубнем наблюдается проскальзывание, которое можно учесть коэффициентом проскальзывания, равным:

$$l = \frac{\omega_p - \omega_k}{\omega_p}, \quad (1)$$

где ω_k – угловая скорость клубня картофеля;

ω_p – угловая скорость рабочего органа.

Тогда скорость продукта относительно днища будет равна:

$$\omega_k^1 = l\omega_p \quad (2)$$

Коэффициент проскальзывания, как правило, принимают равным 0,2.

С учетом этого замечания на первом участке, плоском диске чаши, это условие в соответствии с описанным выше характером перемещения клубней запишется в виде:

$$C \geq T$$

или

$$m \cdot 4\pi^2 \cdot n^2 \cdot l^2 \cdot r \geq f \cdot m \cdot g, \quad (3)$$

где n – частота вращения чаши, об/сек; f – коэффициент трения (принимается в пределах от 0,8 до 1,3); m – масса клубня; r – переменный радиус вращения клубня.

На втором участке, конусом, на клубень картофеля действуют те же силы C – центробежная, T – сила трения и G – вес клубня. Под действием этих сил клубень должен быть выброшен к стенке. При составлении уравнения сил, действующих на клубень, появляется такой конструкционный параметр, как угол при вершине конуса θ .

Раскладывая эти силы на две составляющие: перпендикулярно наклонной стенке чаши C_N и G_N , а также направленные вдоль этой поверхности C_O и G_O можно записать

$$C_O = C \cdot \sin \theta; \quad C_N = C \cdot \cos \theta; \quad G_O = G \cdot \cos \theta; \quad G_N = G \cdot \sin \theta.$$

Спроецируем силы, действующие на клубень, на оси O и N . Проекции силы тяжести и центробежной силы на ось N будут уравновешиваться силой реакции N со стороны наклонной стенки:

$$N = C_N + G_N \quad (4)$$

Под действием силы реакции N возникает сила трения, направленная в сторону, противоположную скорости движения клубня относительно диска:

$$T = f \cdot (C_N + G_N) \quad (5)$$

Условие движения клубня на этом участке определяется уравнением:

$$C_o \geq G_o + T \quad (6)$$

Для условий движения клубня картофеля на участке поверхности конуса необходимо, чтобы составляющая силы инерции, действующая вдоль конусной поверхности, превосходила суммарное воздействие от сил трения и скатывающей силы.

Это можно записать следующим образом в преобразованном виде:

$$m\omega_p^2(1-l)^2 r \sin \Theta > mg(\cos \Theta + f), \quad (7)$$

где r – расстояние от оси вращения чаши до центра клубня, g – ускорение свободного падения.

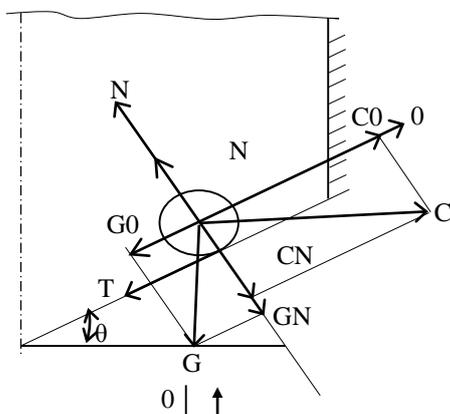


Рисунок 1. Схема силового взаимодействия клубня картофеля с конической частью абразивной чаши

Figure 1. Scheme of the power interaction of the potatoes tubers with cone-shaped part of abrasive chalice

Принимая в данном процессе $\omega_k = 38$ рад/с, $r = 0,1$ м, $l = 0,6$, получают значение для угла подъема $\Theta = 0,34$ рад. При производстве абразивных чаш с запасом берут угол при вершине конуса, равный 30 градусам.

Для оптимизации процесса очистки необходимо установить траекторию движения и рассчитать угол вылета клубня с конической чаши. Рассмотрим отдельно взятый клубень картофеля. Предполагая его однородной сферой и не учитывая влияние на него других клубней, определим траекторию его движения по конической чаше и угол, под которым клубень вылетит к стенке. Угол наклона конусной чаши к горизонту примем 30 градусов.

На находящийся на конической чаше клубень, действуют следующие силы: сила тяжести $G = mg$, направленная вертикально вниз,

центробежная сила $C = m\omega^2(1-l)^2 r$, стремящаяся отбросить клубень на цилиндрическую стенку, и сила трения, направленная противоположно вектору скорости [3]. Для расчетов примем следующие значения величин:

$m = 0,2$ кг – масса одного клубня; $g = 9,81$ м/с² – ускорение свободного падения; $\omega = 40$ рад/с, угловая скорость вращения конической чаши; $l = 0,4$ – коэффициент проскальзывания клубня по чаше; r, m – переменный радиус вращения клубня, изменяется от 0 до 0,25 м.

Под действием этих сил клубень совершает составное движение (рисунок 2). Переносное движение будет вращательным вокруг оси Z с переменной скоростью $\omega_k = \omega(1-l) = 24$ рад/с, относительное движение будет прямолинейным. Тогда в любой момент времени переносная скорость $v_e = \omega_k t$ будет направлена перпендикулярно к плоскости треугольника OMZ, а относительная скорость $v_r = \frac{dl}{dt}$ будет направлена вдоль прямой $l = OM$.

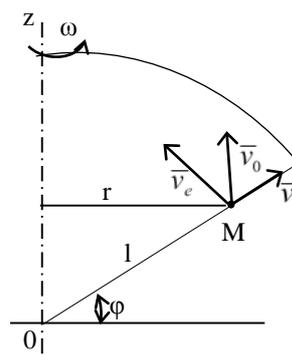


Рисунок 2. Схема векторов скоростей клубня

Figure 2. Scheme of vector of tubers velocities

По теореме сложения скоростей найдем, что вектор абсолютной скорости $\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$, а угол его наклона к горизонту будет искомым углом подъема спирали $\Theta(t)$.

Из треугольника скоростей нам известно $ctg(\Theta) = \frac{v_e}{v_r}$. Рассмотрим изменение скоростей и угла подъема спирали, происходящее за пренебрежимо малое время dt . Учтем, что расстояние от вершины конуса до места нахождения клубня $l = OM$ связано с переменным радиусом вращения r следующей зависимостью: $r = l \cos(\frac{30\pi}{180})$.

$$\text{Тогда } \Delta v_e = \omega_k \frac{\sqrt{3}}{2} l, \text{ а } \Delta v_r = \frac{dl}{dt}.$$

Из треугольника скоростей определим соотношение: $ctg(\Theta) = \frac{\Delta v_e}{\Delta v_r}$.

В таком случае приращение угла подъема за пренебрежимо малый промежуток времени составит: $\Delta\Theta = arcctg \frac{\Delta v_e}{\Delta v_r} = arcctg(\frac{\sqrt{3}}{2} \omega_k t)$ (7)

Проинтегрируем выражение по времени t:

$$\Theta = tarcctg(20,76t) + 2,41 \cdot 10^{-2} \ln(1 + 431t^2)$$
 (8)

В левой части мы получим значение угла Θ , а в правой его зависимость от времени. Нам останется только определить, какое время пройдет клубень на конической чаше [4].

Рассмотрим, на что расходуется подаваемая от электродвигателя энергия (его мощность $N_{\varepsilon} = 0,75кВт$). С учетом потерь в соединительных муфтах ($\eta_m = 0,99$) и ременной передаче $\eta_{рем} = 0,97$ на вал конической чаши подается следующая мощность: $N_K = N_{\varepsilon} \eta_m^2 \eta_{рем} = 0,75 \cdot 0,99^2 \cdot 0,97 = 0,71кВт$.

Она будет расходоваться на сообщение кинетической и потенциальной энергии клубням, находящимся на конической чаше. Их количество примем равным 25 % от всей массы загруженных клубней, то есть суммарная масса одновременно находящихся на конической чаше клубней будет равна $M = 5,5$ кг.

Получим уравнение энергетического баланса, из которого можно выделить требуемое время t. При составлении уравнения коэффициент α будет учитывать потери на трение, а коэффициент β – взаимодействие клубней между собой. Оба коэффициента зависят от модуля упругости картофеля и, соответственно, от срока его хранения. Причем значение α будет возрастать, а значение β будет уменьшаться при хранении с уменьшением модуля упругости. Но их произведение при этом меняться будет незначительно и может быть принято при расчетах значению 0,65. Уравнение будем решать в системе Mathcad [5].

$$\frac{N_K}{t} = \alpha\beta(Mg \frac{l \sin 30}{2} + \frac{M(\omega_k r \cos \Theta)^2}{4})$$
 (9)

Корнем этого уравнения является значение времени $t = 0,07с$, которому соответствует угол $\Theta = 35$ градусов.

Проанализируем полученную формулу и попытаемся определить, насколько существенными будут изменения значений t при варьировании следующих величин: l и ω_k . Учтем при этом, что $l = \frac{\omega_p - \omega_k}{\omega_p}$ и, следовательно:

$$\omega_k = \omega_p (1-l)$$
 (10)

Сама же величина коэффициента проскальзывания изменяется от 0,3 до 0,45. Рассчитаем соответствующий угол Θ для трех значений коэффициента проскальзывания (0,3; 0,4; 0,45) с помощью указанной выше формулы в системе Mathcad. Полученные результаты сведем в таблицу 1

Таблица 1
Результаты численного эксперимента

Table 1
The results of the numerical experiment

Коэффициент проскальзывания, l	Скорость вращения клубня ω_k , рад/с	Время контакта t, с	Угол вылета Θ , градусы
0,35	26	0,05	29,1
0,4	24	0,07	31,6
0,45	22	0,08	33,8

Проанализировав полученные данные, можно сделать вывод о незначительном изменении угла вылета клубней с конической части чаши и о допустимости принятия значения этого угла, равного 30 градусам, для дальнейшего рассмотрения и проведения исследований.

Эти результаты позволяют оптимизировать рисунок нанесение абразивных полос, если принять за метод усовершенствования процесса очистки прерывистое нанесение покрытия. Во многих отраслях успешно внедряется, так называемый, многолезвийный режущий инструмент, изготавливаемый методами гальваностегии, путем закрепления металлической связкой на металлической подложке высокопрочных абразивных зерен. Такой инструмент, воздействуя на обрабатываемый объект одновременно многими режущими кромками, прочно закрепленными на подложке, имеет большую долговечность и обеспечивает “мягкий” режим поверхностного слоя материала. Преимущество такого покрытия состоит в том, что контакт очищаемого объекта с рабочим органом периодически прерывается, следовательно, исключается тепловое насыщение поверхностных слоев обрабатываемого материала. Такой подход позволяет повысить качество очистки при одновременном увеличении производительности, сократить энергозатраты, увеличить время работы абразивов без засаливания, улучшить качество очистки сырья, а также снизить количество отходов.

Одной из возможностей улучшения качества очистки картофеля в камерах конусных картофелеочистительных машин является замена боковых вставок из сплошного абразива на вставки с прерывистым нанесением абразива (рисунок 2).

Такие покрытия рабочих органов состоят из пластмассовой подложки 1 с закрепленными на ней полосами терочных элементов 2, которые имеют дополнительный слой 3 из электропроводного материала (медной фольги). Торцы слоя 3 закрыты металлической связкой. При приведении рабочих органов в движение корнеплоды начинают перемещаться относительно покрытия и прижиматься под действием силы тяжести и центробежной силы к терочным элементам, которые надежно удерживаются на подложке посредством слоя 3. Остро выступающими гранями абразивных частиц терочные элементы 2 снимают с корнеплодов тонкий слой кожуры. Проходя последовательно все абразивные полосы одну за другой, клубни очищаются от кожуры. При этом, проходя каждую очередную полосу терочных элементов 2, они выталкивают из зазоров между отдельными абразивными частицами кожуру от предыдущего клубня в межполосовое пространство. Оттуда кожура смывается струями воды.

Конструкционными параметрами таких рабочих органов являются ширина полос a , расстояние между полосами b и их угол наклона $\acute{\alpha}$.

При малых зазорах между терочными элементами в них накапливается счищаемая с картофеля мезга, которая забивает их, приводя к традиционному “засаливанию”. Особенно сильно это влияет на рабочие органы с малой зернистостью. Чрезмерное увеличение зазоров, a , следовательно, и отношения $\frac{a}{b}$, приводит к тому, что наиболее эффективно работают только кромки терочных элементов, которые воздействуя на клубень ударом, по-видимому, отдалают его от терочной поверхности и не дают ей полностью реализовать свои абразивные способности.

Угол наклона полос $\acute{\alpha}$ определяется, исходя из того, что наиболее эффективно процесс очистки идет при движении клубня перпендикулярно абразивным полосам. При таком взаимном расположении будет минимальна величина поперечного закручивания клубня и отклонение его траектории от винтовой, а выталкивание частиц кожуры в межполосное пространство будет идти наиболее активно, что способствует уменьшению вероятности засаливания абразива. При прерывистом нанесении абразива очистка идет не только за счет микротрения, но и, как при токарной обработке резцом, за счет процесса резания острой кромкой абразивной полосы (рисунок 3). Пластины с прерывистым нанесением абразива. Поскольку угол наклона абразивных полос определяется по формуле:

$$\acute{\alpha} = 90 - \Theta, \quad (11)$$

для изготовления рабочего покрытия остается только подобрать ширину абразивных полос.

Рассмотренная выше модель движения не учитывала взаимодействие отдельных элементов очищаемого сырья между собой. Такой подход был оправдан при кинематическом расчете угла вылета клубня с конической части абразивной чаши, но не подходит для этапа перемещения картофеля вдоль неподвижной цилиндрической стенки.

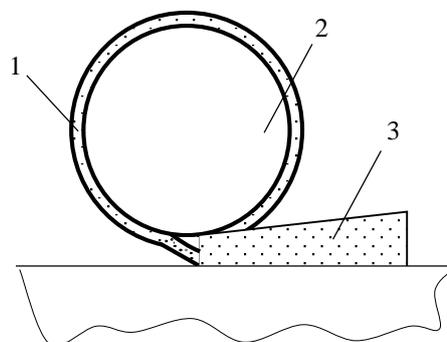


Рисунок 3. Схема воздействия кромки абразивной полосы на клубень

Figure 3. Scheme of the influence of the edge of the abrasive band on tuber

Предполагая отдельные очищаемые элементы (например, клубни картофеля) упругими элементами, заменим их (в плоской постановке) жесткими дисками, соединенными между собой упругими пружинами. Предположим дополнительно крайний левый клубень закрепленным неподвижно (опертым на основную массу очищаемого картофеля). Взаимодействие трех контактирующих между собой и со стенкой рабочей камеры клубней можно тогда рассматривать в рамках следующей задачи: определить частоты свободных колебаний и найти формы главных колебаний системы с двумя степенями свободы, указанной на рисунке (l_{01} и l_{02} – длины недеформированных пружин 1 и 2). Система состоит из двух однородных дисков, присоединенных к вертикальным поверхностям пружинами с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 и соединенных пружиной с коэффициентом жесткости c_3 . В состоянии покоя пружины с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 растянуты соответственно на величины f_{cr1} ; f_{cr2} . Пружина с коэффициентом жесткости c_3 сжата на величину $f_{cr1} + f_{cr2}$.

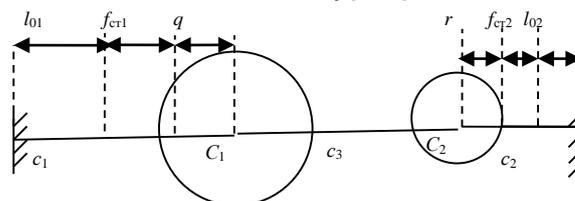


Рисунок 4. Модель взаимодействия клубней
Figure 4. Model of the tubers interaction

За обобщенные координаты примем: q, r – горизонтальные смещения центров масс дисков 1 и 2 от положения статического равновесия. На рисунке показано положение системы при положительных обобщенных координатах.

Найдем кинетическую и потенциальную энергии системы. Кинетическая энергия системы состоит из кинетической энергии дисков:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1 \dot{q}^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{r}^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}, \quad (12)$$

где \dot{q}, \dot{r} – обобщенные скорости; J_1, J_2 – моменты инерции дисков относительно осей, проходящих соответственно через их центры масс C_1 и C_2 . Моменты инерции дисков будут:

$$J_i = \frac{m_i r_i^2}{2}, \quad i = 1, 2 \quad (13)$$

т.к. $\omega_1 = \frac{\dot{q}}{r_1}, \omega_2 = \frac{\dot{r}}{r_1}$, то $T = \frac{3}{4}(m_1 \dot{q}^2 + m_2 \dot{r}^2)$.

Потенциальная энергия системы равна работе сил при перемещении системы из отклоненного положения в нулевое (положение статического равновесия). Потенциальную энергию системы вычислим как потенциальную энергию деформированных пружин. Деформации пружин следующие: $\lambda_1 = q + f_{c1}$ – для пружины с коэффициентом жесткости c_1 , $\lambda_2 = r + f_{c2}$ – для пружины с коэффициентом жесткости c_2 ; $\lambda_3 = q + r + f_{c1} + f_{c2}$ – для пружины с коэффициентом жесткости c_3 . Следовательно,

$$\Pi = 1/2c_1(q + f_{c1})^2 - 1/2c_1 + 1/2c_2(r + f_{c2})^2 - 1/2c_2 + 1/2c_3(q + r + f_{c1} + f_{c2})^2 - 1/2c_3(f_{c1} + f_{c2})^2$$

или после упрощений

$$\Pi = 1/2c_1q^2 + 1/2c_2r^2 + 1/2c_3(q + r)^2 + c_1qf_{c1} + c_2rf_{c2} + c_3(q + r)(f_{c1} + f_{c2}). \quad (14)$$

Из условий покоя рассматриваемой системы, находящейся под действием сил, имеющих потенциал, имеем:

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial q}\right)_{q=0, r=0} c_1 f_{c1} + c_3(f_{c1} + f_{c2}) = 0, \quad (15)$$

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial r}\right)_{q=0, r=0} = c_2 f_{c2} + c_3(f_{c1} + f_{c2}) = 0.$$

Потенциальная энергия системы с учетом условий покоя имеет вид:

$$\Pi = 1/2c_1q^2 + 1/2c_2r^2 + 1/2c_3(q + r)^2. \quad (16)$$

Таким образом,

$$T = \frac{3}{4}(m_1 \dot{q}^2 + m_2 \dot{r}^2),$$

$$\Pi = 1/2c_1q^2 + 1/2c_2r^2 + 1/2c_3(q + r)^2$$

или

$$T = 1/2(a_{11}\dot{q} + 2a_{12}\dot{q}\dot{r} + a_{22}\dot{r}^2); \quad (17)$$

$$\Pi = 1/2(c_{11}q^2 + 2c_{12}qr + c_{22}r^2).$$

Здесь a_{ij} – коэффициенты инерции: $a_{11} = \frac{3}{2}m_1, a_{12} = 0, a_{22} = \frac{3}{2}m_2$; c_{ij} – коэффициенты жесткости: $c_{11} = c_1 + c_3, c_{12} = c_3, c_{22} = c_2 + c_3$.

Для рассматриваемой консервативной системы уравнения Лагранжа имеют вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial T}{\partial q} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q}; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}}\right) - \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\partial \Pi}{\partial r}.$$

Вычислив производные

$$\frac{\partial T}{\partial q} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = a_{11}\dot{q}, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) = a_{11}\ddot{q},$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = c_{11}q + c_{12}r,$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{r}} = a_{22}\dot{r}, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}}\right) = a_{22}\ddot{r},$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} = c_{21}q + c_{22}r.$$

и подставив их в уравнения Лагранжа, получим

$$a_{11}\ddot{q} = -c_{11}q - c_{12}r, \quad a_{22}\ddot{r} = -c_{21}q - c_{22}r, \quad (18)$$

где $c_{21} = c_{12}$.

Таким образом, для данной системы дифференциальные уравнения свободных колебаний имеют вид:

$$a_{11}\ddot{q} + c_{11}q + c_{12}r = 0, \quad a_{22}\ddot{r} + c_{21}q + c_{22}r = 0. \quad (19)$$

Частное решение этих уравнений:

$$q = A \sin(kt + \beta), \quad r = B \sin(kt + \beta), \quad (20)$$

где A и B – амплитуды главных колебаний; k – частоты свободных колебаний; β – начальная фаза колебаний.

Уравнение частот, вытекающее из данной системы дифференциальных уравнений, имеет вид:

$$(c_{11} - a_{11}k^2)(c_{22} - a_{22}k^2) - c_{12}^2 = 0. \quad (21)$$

Корни этого биквадратного уравнения, соответствующие квадратам частот, определим по формулам:

$$k_{1,2}^2 = \frac{a_{11}c_{22} + a_{22}c_{11} \mp \sqrt{(a_{11}c_{22} + a_{22}c_{11})^2 - 4a_{11}a_{22}(c_{11}c_{22} - c_{12}^2)}}{2a_{11}a_{22}}.$$

Пусть в рассматриваемой задаче: массы однородных дисков $m_1 = 0,18$ кг, $m_2 = 0,18$ кг, коэффициенты жесткости пружин: $c_1 = c_2 = c_3 = 135$ Н/м, тогда $a_{11} = (3/2) m_1 = 0,27$ кг; $c_{11} = c_1 + c_3 = 270$ Н/м; $c_{12} = c_3 = 135$ Н/м; $a_{22} = (3/2) m_2 = 0,36$ кг; $c_{22} = c_2 + c_3 = 270$ Н/м. Следовательно, частоты свободных колебаний $k_1 = 500$ с⁻¹; $k_2 = 1500$ с⁻¹.

Коэффициенты распределения, соответствующие частотам k_1 и k_2 , в общем случае имеют вид

$$\mu_1 = \frac{B_1}{A_1} = -\frac{c_{11} - a_{11}k_1^2}{c_{12} - a_{12}k_1^2} = -\frac{c_{12} - a_{12}k_1^2}{c_{22} - a_{22}k_1^2};$$

$$\mu_2 = \frac{B_2}{A_2} = -\frac{c_{11} - a_{11}k_2^2}{c_{12} - a_{12}k_2^2} = -\frac{c_{12} - a_{12}k_2^2}{c_{22} - a_{22}k_2^2}. \quad (22)$$

В данном случае $\mu_1 = -0,43$; $\mu_2 = 3,46$. Уравнения, определяющие первое главное колебание, примут следующий вид:

$$q_1 = A_1 \sin(500t + \beta_1), \quad (23)$$

$$r_1 = -0,43A_1 \sin(500t + \beta_1). \quad (24)$$

Уравнения, определяющие второе главное колебание:

$$q_2 = A_2 \sin(1500t + \beta_2), \quad (25)$$

$$r_2 = 3,46A_2 \sin(1500t + \beta_2). \quad (26)$$

Общее решение дифференциальных уравнений представляет собой сумму частных решений:

$$q = q_1 + q_2 = A_1 \sin(500t + \beta_1) + A_2 \sin(1500t + \beta_2), \quad (27)$$

$$r = r_1 + r_2 = 0,43 A_1 \sin(500t + \beta_1) + 3,46 A_2 \sin(1500t + \beta_2) \quad (28)$$

Значения A_i и β_i определяются по начальным условиям задачи.

Полученные решения позволяют усовершенствовать конструкцию рабочей камеры, размещая абразивные элементы в тех зонах цилиндрической обечайки, где клубень, контактирующий со стенкой камеры, наиболее интенсивно прижимается к рабочей поверхности. Эти зоны определяются с учетом скорости вращения клубня картофеля и собственной частоты колебаний рассмотренной системы из трех прилежащих к рабочей поверхности клубней.

В общем случае на геометрию расположения абразивных полос должны влиять упругие характеристики пружин – модули упругости мякоти

картофеля. Следовательно, учет сезонных изменений структурно-механических свойств картофеля требует применения различных рабочих органов при очистке свежесобранного картофеля и картофеля, прошедшего определенный срок хранения. Кроме того, на частоту колебаний и, соответственно, на требуемую ширину абразивных полос будет влиять масса очищаемых клубней.

Проведем численное моделирование, применяя систему Mathcad. Рассмотрим для этого следующий интервал изменений массы клубней и коэффициента жесткости картофеля. Массу примем изменяющейся от $m_1 = 0,18$ кг до $m_1 = 0,27$ кг, а коэффициент жесткости – от $c_1 = 135$ Н/м до $c_1 = 160$ Н/м (причем при хранении жесткость уменьшается). Построим графики зависимости частот k_1 и k_2 от массы клубня и его жесткости.

Как выяснено ранее, к геометрическим параметрам рабочих органов относятся ширина абразивных полос и расстояние между ними. Для их расчета зададим следующие величины: $\omega = 9,6$ (рад/с) – угловая скорость вращения клубня относительно стенок рабочей камеры, $d = 0,48$ (м) – диаметр рабочей камеры, $l = d \cdot \pi$ (м) – длина окружности рабочей камеры. Найдем ширину нанесения абразивных полос $b(i)$:

$$b(i) := \omega \cdot \frac{1}{k_2(i)} \quad (29)$$

Выводы

Проведенный обзор литературы и анализ практического опыта свидетельствуют о том, что применяемые в настоящее время сплошные абразивные вкладыши на основе зерна карбида кремния и органических связок не могут обеспечить выполнение поставленных условий ресурсосбережения при необходимом качестве получения полуфабриката – очищенных овощей. Более того, они не отвечают современным требованиям по надежности. Настоящими исследованиями выяснено, что для решения указанных проблем целесообразно применение абразивных покрытий с заранее прогнозируемой топологией нанесения абразивного зерна. Она, в частности, определяется частотой собственных колебаний очищаемого продукта, обуславливающей ширину наносимых абразивных полос. Для картофеля с учетом возможных колебаний массы клубней и сезонных изменений упругих свойств картофеля эта величина будет колебаться в пределах: от 8,14 мм (при массе 0,18 кг и жесткости 135 Н/м) до 9,69 мм (при массе 0,27 кг и жесткости 160 Н/м).

ЛИТЕРАТУРА

1 Абдуллаева С.Ш., Нурмухамедов Х.С. Влияние пара на подсушку корнеплодов при очистке методом мгновенного сброса давления // Хранение и переработка сельхозсырья. 2016. №4. С. 12–16.

2 Алексеев Г.В., Аксенова О.И. Использование математического моделирования для ресурсосберегающих пищевых производств // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2014. № 3. С. 1–10

3 Черенков А.А., Гунар Л.Э. Повышение сохранности семенного картофеля в оригинальном семеноводстве // Хранение и переработка сельхозсырья. 2016. №5. С. 5–8.

4 Khripov A.A., Alekseev G.V. Method of rapid remote control of casein concentration in dairy products in unopened packages // Journal of Food Process Engineering. 2015. V. 38. № 1. P. 11–18.

5 Krasilnikov V.N., Alexeev G.V. Use of flaxseeds in the flour confectionery // International Food Research Journal. 2015. V. 22. № 3. P. 1156–1162.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Геннадий В. Алексеев, д.т.н., профессор, зав. кафедрой Процессы и аппараты пищевых производств, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, д.9, Россия, 191002, gva2003@mail.ru

Максим О. Карпов, магистр, кафедра Процессы и аппараты пищевых производств, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, д.9, Россия, 191002, vargfjord@mail.ru

Анна Г. Леу магистр, кафедра Процессы и аппараты пищевых производств, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, д.9, Россия, 191002, anna.lru@mail.ru

Шариати Мохаммад Али, Институт Бирлик, Табриз, Иран, научный сотрудник отдела, Всероссийский научно-исследовательский институт фитопатологии, Московская область, Одинцовский район, р.п. Большие Вяземы, ул. Институт, владение 5, Россия, 143050, shariatymohammadali@gmail.com

КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Геннадий В. Алексеев предложил методику проведения исследований и организовал численный эксперимент

Максим О. Карпов обзор литературных источников по исследуемой проблеме, выполнил расчёты по кинематике

Анна Г. Леу консультация в ходе исследования, выполнила расчёты по динамике

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 01.08.2016

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 22.08.2016

REFERENCES

1 Abdullaeva S. Sh., Nurmukhamedov Kh. S. The effect of steam on the drying of KOR-nalogov in the purification method of the instant pressure relief. *Khranenie i pererabotka sel'khozsyrya* [Storage and processing of agricultural products] 2016, no. 4, pp. 12–16. (in Russian).

2 Alekseev G.V., Aksenova O.I. The use of mathematical modeling for resursosberegayuschih food production. *Nauchnyi zhurnal NRU ITMO. Seriya: protsessy i apparaty pishchevykh proizvodstv* [Scientific journal ITMO. Series Processes and equipment for food production] 2014, no. 3, pp. 1–10 (in Russian).

3 Cherenkov A.A., Gunar L.E. Increasing the persistence of seed potatoes in the original seed *Khranenie i pererabotka sel'khozsyrya* [Storage and processing of agricultural products] 2016, no. 5, pp. 5–8 (in Russian).

4 Khripov A.A., Alekseev G.V., Method of rapid remote control of casein concentration in dairy products in unopened packages. *Journal of food process engineering*, 2015, vol. 38, no. 1, pp. 11–18.

5 Krasilnikov V.N., Alexeev G.V. Use of flaxseeds in the flour confectionery. *International food research journal*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 1156–1162.

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Gennadii V. Alekseev doc. tech. sci., professor, head of department, Process and apparatus of food technologies department, Saint-Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Saint Petersburg, Lomonosova str., 9, Russia, 191002, gva2003@mail.ru

Maksim O. Karpov master student, Process and apparatus of food technologies department, Saint-Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Saint Petersburg, Lomonosova str., 9, Russia, 191002, vargfjord@mail.ru

Anna G. Leu master student, Process and apparatus of food technologies department, Saint-Petersburg national exploratory university information technology, mechanical engineers and optometrists, Saint Petersburg, Lomonosova str., 9, Russia, 191002, anna.lru@mail.ru

Shariaty Mohammad Ali, TIT Birlik Institute, Tabriz, Iran, researcher at the Department, All-Russian Research Institute of Phytopathology, Moscow region, Odintsovo district, settlement Big Vyazemy Str. Institute, possession 5, Russia, 143050, shariatymohammadali@gmail.com

CONTRIBUTION

Gennadii V. Alekseev proposed a scheme of the experiment and organized production trials

Maksim O. Karpov review of the literature on an investigated problem, conducted an experiment, performed computations

Anna G. Leu consultation during the study, performed calculations on the dynamics

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 8.1.2016

ACCEPTED 8.22.2016