

## Исследование методов моделирования цифровых автономных компенсаторов и систем регулирования

Владимир С. Кудряшов	<sup>1</sup>	<a href="mailto:kudryashovvs@mail.ru">kudryashovvs@mail.ru</a>
Сергей В. Рязанцев	<sup>1</sup>	<a href="mailto:rsv1978@mail.ru">rsv1978@mail.ru</a>
Иван А. Козенко	<sup>1</sup>	<a href="mailto:kosenko211986@mail.ru">kosenko211986@mail.ru</a>
Елена А. Хромых	<sup>2</sup>	<a href="mailto:helen_hrom@mail.ru">helen_hrom@mail.ru</a>

<sup>1</sup> кафедра информационных и управляющих систем, Воронеж. гос. ун-т. инж. техн., пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

<sup>2</sup> кафедра информационной безопасности, Воронеж. гос. ун-т. инж. техн., пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

**Реферат.** Особенностью современного этапа развития производства является необходимость контроля и регулирования значительного количества технологических параметров, взаимное влияние которых друг на друга при использовании одноконтурных систем существенно снижает качество переходных процессов, приводит к значительному расходу сырья и энергии, снижению качества получаемой продукции. Использование автономных цифровых систем регулирования позволяет устранить взаимосвязь технологических параметров, придать системе желаемые динамические и статические свойства, повысить качество регулирования. Однако сложность процедуры настройки и реализации (моделирования) автономных компенсаторов систем данного типа, связанные с необходимостью выполнения значительного объема сложных аналитических преобразований, существенно ограничивают область их применения. В связи с этим в работе на основе подхода декомпозиции предлагаются методы расчета и моделирования (реализации), заключающиеся в представлении элементов управляющей части автономной цифровой системы управления в виде последовательно параллельного соединения. Приведенное теоретическое обоснование выполнено в общем виде для систем произвольной размерности. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, полученных в ходе моделирования четырехмерной автономной системы регулирования, сравнительный анализ и выводы об эффективности использований каждого из методов, полученные результаты могут использоваться при разработке систем управления многомерными технологическими процессами.

**Ключевые слова:** автономные цифровые системы управления моделирование, компенсаторы, многосвязность, многомерность

## Research methods of simulate digital compensators and autonomous control systems

Vladimir S. Kudryashov	<sup>1</sup>	<a href="mailto:kudryashovvs@mail.ru">kudryashovvs@mail.ru</a>
Sergei V. Ryazantsev	<sup>1</sup>	<a href="mailto:rsv1978@mail.ru">rsv1978@mail.ru</a>
Ivan A. Kozenko	<sup>1</sup>	<a href="mailto:kosenko211986@mail.ru">kosenko211986@mail.ru</a>
Elena A. Khromykh	<sup>2</sup>	<a href="mailto:helen_hrom@mail.ru">helen_hrom@mail.ru</a>

<sup>1</sup> information and control systems department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

<sup>2</sup> informations security department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

**Summary.** The peculiarity of the present stage of development of the production is the need to control and regulate a large number of process parameters, the mutual influence on each other that when using single-circuit systems significantly reduces the quality of the transition process, resulting in significant costs of raw materials and energy, reduce the quality of the products. Using a stand-alone digital control system eliminates the correlation of technological parameters, to give the system the desired dynamic and static properties, improve the quality of regulation. However, the complexity of the configuration and implementation of procedures (modeling) compensators autonomous systems of this type, associated with the need to perform a significant amount of complex analytic transformation significantly limit the scope of their application. In this regard, the approach based on the decomposition proposed methods of calculation and simulation (realization), consisting in submitting elements autonomous control part digital control system in a series parallel connection. The above theoretical study carried out in a general way for any dimension systems. The results of computational experiments, obtained during the simulation of the four autonomous control systems, comparative analysis and conclusions on the effectiveness of the use of each of the methods. The results obtained can be used in the development of multi-dimensional process control systems.

**Keywords:** autonomous digital system management modeling, expansion joints, multiply-connected, multi-dimensionality

Для цитирования

Кудряшов В. С., Рязанцев С. В., Козенко И. А., Хромых Е. А. Исследование методов моделирования цифровых автономных компенсаторов и систем регулирования // Вестник ВГУИТ. 2016. № 4. С. 67–77. doi:10.20914/2310-1202-2016-4-67-77

For citation

Kudryashov V. S., Ryazantsev S. V., Kozenko I. A., Khromykh E. A. Research methods simulate digital compensators and autonomous control systems. *Vestnik VSUET* [Proceedings of VSUET]. 2016. no. 4. pp. 67–77. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2016-4-67-77

**Введение**

Повышение эффективности современного производства: улучшение качества выпускаемой продукции, минимизация производственных издержек, увеличение рентабельности и т. д. напрямую связано с необходимостью контроля и регулирования значительного числа технологических параметров (десятков, сотен, а иногда тысяч параметров). На многих высокотехнологических производствах для решения данных задач используются одноконтурные системы автоматического регулирования (САР), составляющие основу автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП) предприятия.

Однако наличие взаимного влияния управляющих воздействий на две и более управляемые величины (многосвязность объекта управления), контролируемых возмущающих воздействий, изменение статических и динамических характеристик технологического оборудования (процесса), вызванные изменением режима работы оборудования, характеристик сырья и теплоносителей, значительно снижают качество работы одноконтурных САР.

Взаимосвязь регулируемых величин характеризуется наличием в объекте основных и перекрестных каналов управления. Основные каналы, определяющие взаимосвязь технологического параметра с соответствующим регулирующим воздействием, обеспечивают желаемое заданное

качество регулирования. Перекрестные каналы, определяющие взаимосвязь технологических параметров с другими регулирующими воздействиями, приводят к нежелательному отклонению параметра от заданного значения (появлению ошибки регулирования), выступая в качестве дополнительных возмущающих воздействий. Это определяет сложность регулирования многосвязных объектов и необходимость устранения влияния перекрестных каналов.

Использование цифровых связанных систем регулирования (ЦССР), характеризующихся наличием внешних компенсирующих связей (компенсаторов) между регуляторами, обеспечивает частичную или полную автономность регулируемых параметров, позволяет повысить качество регулирования и придать системе определенные желаемые свойства [1]. Существующие способы расчета и моделирования ЦССР связаны со значительной сложностью и требуют выполнения значительных объемов аналитических преобразований [2]. Теоретической основой одного из способов является принцип автономности, позволяющий обеспечить независимое друг от друга регулирование связанных параметров [3].

**Постановка задачи**

Рассмотрим  $r$ -мерную цифровую систему управления (ЦСУ) (рисунок 1).

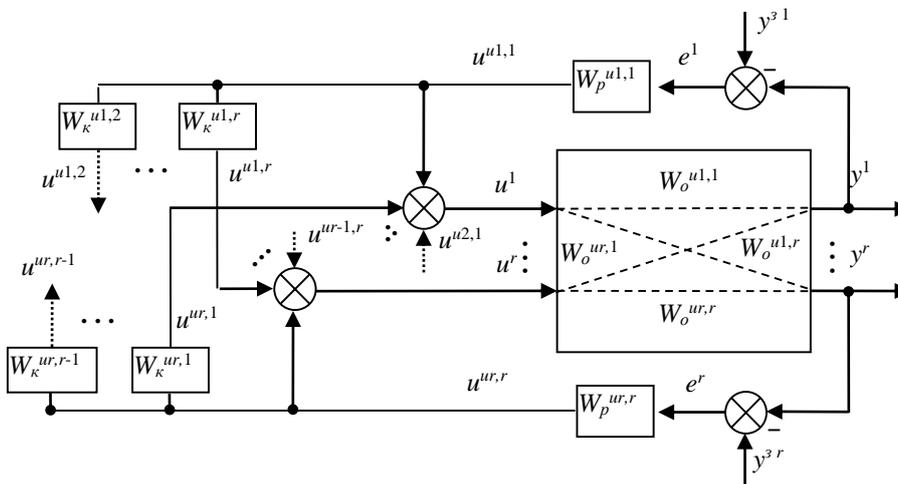


Рисунок 1. Структурная схема  $r$ -мерной системы управления

Figure1. Block diagram of the  $r$ -dimensional management system

В векторно-матричной форме система уравнений, описывающая её поведение, имеет вид:  $e = y^3 - y$ ,

$$u^u = W_p^u \cdot e,$$

$$u = W_k^u \cdot u^u,$$

$$y = W_o^u \cdot u,$$

где  $e = [e^1(z) \dots e^r(z)]^T$  – вектор ошибок управления;  $y^3 = [y^{31}(z) \dots y^{3r}(z)]^T$  – вектор заданий;  $y = [y^1(z) \dots y^r(z)]^T$  – вектор выходов объекта управления (ОУ);  $u^u = [u^{u1,1}(z) \dots u^{ur,r}(z)]^T$  – вектор выходов регуляторов;  $u = [u^1(z) \dots u^r(z)]^T$  – вектор управляющих воздействий;  $W_o^u$  – матрица дискретных передаточных функций объекта по основным и перекрестным

каналам,  $r \times r$ ;  $W_p^u, W_k^u$  – диагональная матрица дискретных передаточных функций регуляторов и матрица дискретных передаточных функций компенсаторов,  $r \times r$ ;  $z$  – оператор временного сдвига;  $r$  – количество входов и выходов (размерность) системы.

$$W_o^u = \begin{bmatrix} W_o^{u,1,1}(z) & \dots & W_o^{u,r,1}(z) \\ W_o^{u,1,2}(z) & \dots & W_o^{u,r,2}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_o^{u,1,r}(z) & \dots & W_o^{u,r,r}(z) \end{bmatrix},$$

$$W_p^u = \begin{bmatrix} W_p^{u,1,1}(z) & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & W_p^{u,r,r}(z) \end{bmatrix},$$

$$W_k^u = \begin{bmatrix} 1 & \dots & W_k^{u,r,1}(z) \\ W_k^{u,1,2}(z) & \dots & W_k^{u,r,2}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_k^{u,1,r}(z) & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

где  $W_o^{u,i,j}(z) = \frac{\sum_{h=1}^{k_o^{u,i,j}} b_h^{u,i,j} \cdot z^{-h+1}}{1 - \sum_{h=1}^{n_o^{u,i,j}} a_h^{u,i,j} \cdot z^{-h}}$  – дискретная передаточная функция объекта по основным ( $i=j$ ) и перекрестным ( $i \neq j$ ) каналам;

$W_o^{u,i,j}(z) = \frac{\sum_{h=0}^{k_{pk}^{u,j,j}} q_h^{u,j,j} \cdot z^{-h}}{1 - \sum_{h=1}^{n_{pk}^{u,j,j}} p_h^{u,j,j} \cdot z^{-h}}$  – дискретная передаточная функция  $j$ -го регулятора;

$W_o^{u,i,j}(z) = \frac{\sum_{h=0}^{k_{pk}^{u,i,j}} q_h^{u,i,j} \cdot z^{-h-d_{pk}^{u,i,j}}}{1 - \sum_{h=1}^{n_{pk}^{u,i,j}} p_h^{u,i,j} \cdot z^{-h}}$  – дискретная передаточная функция компенсатора перекрестной связи ( $i \neq j$ );  $a^u_{i,j}, b^u_{i,j}, d^u_{i,j}$  – параметры и число тактов запаздывания дискретной передаточной функции канала объекта;  $k_o^{u,i,j}, n_o^{u,i,j}$  – порядки числителя и знаменателя дискретной передаточной функции основного ( $i=j$ ) или перекрестного ( $i \neq j$ ) канала объекта;  $q^u_{i,j}, p^u_{i,j}, d^u_{pk}^{i,j}$  – параметры и число тактов запаздывания дискретной передаточной функции регулятора ( $i=j$ ) или компенсатора ( $i \neq j$ );  $k_{pk}^{u,i,j}, n_{pk}^{u,i,j}$  – порядки числителя и знаменателя дискретной передаточной функции регулятора ( $i=j$ ) или компенсатора ( $i \neq j$ );  $i, j = 1, r$ .

Расчет дискретных передаточных функций (ПФ) автономных компенсаторов осуществляется по выражению [1]:

$$W_k^{u,авт} = -(W_o^{u,авт})^{-1} \cdot W_o^{u,авт} \quad (1)$$

где  $W_o^{u,авт}$  – блочная матрица, элементами которой являются матрицы дискретных передаточных функций основных и перекрестных каналов объекта,  $(r \cdot (r-1)) \times (r \cdot (r-1))$ ;  $W_k^{u,авт}$  – блочный вектор, элементами которого являются векторы дискретных передаточных функций компенсаторов,  $r \cdot (r-1)$ ;  $W_o^{u,авт}$  – блочный вектор, элементами которого являются векторы дискретных передаточных функций перекрестных каналов объекта,  $r \cdot (r-1)$ .

Поскольку расчет автономных компенсаторов основан на обращении и перемножении матриц (1), то их ПФ имеют вид дробно-рациональных выражений, числитель и знаменатель которых представляются как сумма  $(r \cdot (r-1))!$  слагаемых, каждое из которых является произведением  $(r \cdot (r-1))$  ПФ каналов объекта:

$$W_k^{u,i,j}(z) = \frac{\sum_{\mu=1}^{(r \cdot (r-1))!} \left( \prod_{v=1}^{(r \cdot (r-1))} W_o^{u,\alpha^{\mu,v},\beta^{\mu,v}}(z) \right)}{\sum_{\mu'=1}^{(r \cdot (r-1))!} \left( \prod_{v'=1}^{(r \cdot (r-1))} W_o^{u,\lambda^{\mu',v'},\gamma^{\mu',v'}}(z) \right)}, \quad (2)$$

где  $W_o^{u,\alpha^{\mu,v},\beta^{\mu,v}}(z), W_o^{u,\lambda^{\mu',v'},\gamma^{\mu',v'}}(z)$  – ПФ каналов объекта;  $\alpha^{\mu,v}, \beta^{\mu,v}, \lambda^{\mu',v'}, \gamma^{\mu',v'} = 1, r$  – индексы, принимающие натуральные значения из диапазона  $1, r$ ;  $\mu, v$  – номер слагаемого и номер сомножителя в числителе (2);  $\mu', v'$  – номер слагаемого и номер сомножителя в знаменателе (2).

Для упрощения описания дальнейших преобразований и выводов введем новые обозначения:

Для упрощения описания дальнейших преобразований и выводов введем новые обозначения:

$$W_o^{u,\alpha^{\mu,v},\beta^{\mu,v}}(z) = W^{\mu,v}(z), \quad W_o^{u,\lambda^{\mu',v'},\gamma^{\mu',v'}}(z) = W^{\mu',v'}(z),$$

$$(r \cdot (r-1))! = M, \quad (r \cdot (r-1)) = N,$$

где  $W^{\mu,v}(z), W^{\mu',v'}(z)$  – ПФ каналов объекта;  $\mu, \mu' = 1, M$ ;  $v, v' = 1, N$ .

В процессе синтеза системы расчет численного значения выходов всех элементов осуществляется на основе конечно-разностных уравнений. Для получения конечно-разностного уравнения автономного компенсатора необходимо его ПФ, представленную формулой (2), привести к одноэтажному дробно-рациональному выражению относительно оператора сдвига  $z$ , что требует выполнения большого объема аналитических преобразований.

В работе [2] приводится алгоритм, обеспечивающий автоматическое выполнение аналитических преобразований, реализуемый на ЭВМ. Однако использование данного алгоритма автоматизированного выполнения преобразований не обеспечивает получения искомого результата в силу недостатка самой методики. Суть недостатка заключается в недопустимости округления результата перемножения дробных чисел при вычисления коэффициентов ПФ компенсаторов, что нереализуемо в силу ограниченности разрядной сетки ЭВМ. В конечном счете, для систем размерности больше двух это приводит к не реализуемости условия автономности и работоспособности системы.

В связи с этим поставлена задача разработки алгоритма, обеспечивающего высокую точность расчета численного значения выхода автономного компенсатора  $r$ -мерной ЦСУ по известной ПФ (2) в автоматическом режиме.

### Разработка метода расчета

В данной работе предлагается метод, базирующийся на представлении автономного компенсатора в виде последовательно-параллельного соединения элементов с ПФ основных и перекрестных каналов объекта управления в соответствии с правилами структурного преобразования. Из выражения (2) следует,

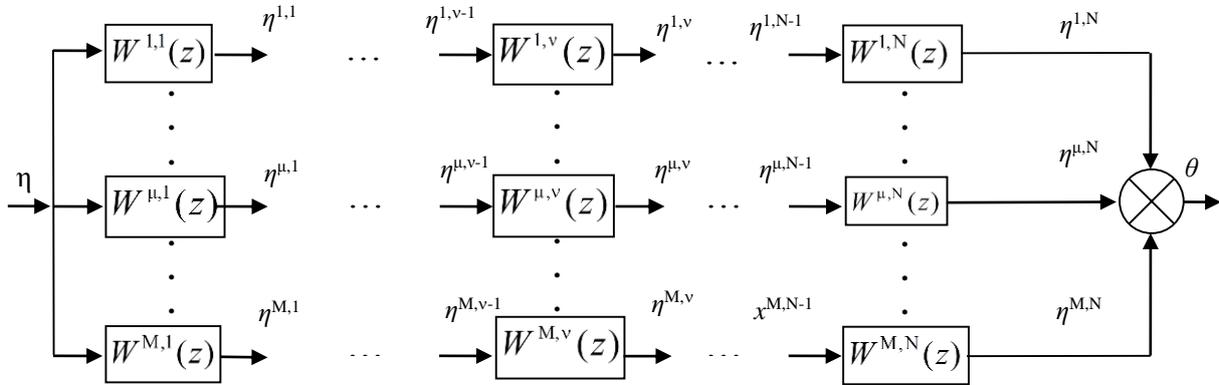


Рисунок 3. Схема соединения элементов, входящих в  $W'(z)$

Figure 3. Connecting diagram elements included in  $W'(z)$

В общем случае система конечно-разностных уравнений, используемая для описания элементов последовательно-параллельного соединения (рисунок 3), примет вид:

$$\eta_i^{\mu,1} = \sum_{j=1}^{n^{\mu,1}} a_j^{\mu,1} \cdot \eta_{i-j}^{\mu,1} + \sum_{j=1}^{k^{\mu,1}} b_j^{\mu,1} \cdot u_{i-j-d^{\mu,1}}, \quad (5)$$

$$\eta_i^{\mu,v} = \sum_{j=1}^{n^{\mu,v}} a_j^{\mu,v} \cdot \eta_{i-j}^{\mu,v} + \sum_{j=1}^{k^{\mu,v}} b_j^{\mu,v} \cdot \eta_{i-j-d^{\mu,v}}^{\mu,v-1}, \quad (6)$$

что автономный компенсатор можно представить в виде последовательного соединения элементов.

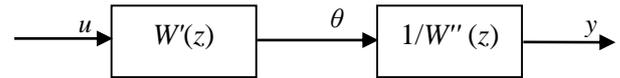


Рисунок 2. Схема автономного компенсатора:  $u$  – вход компенсатора;  $\theta$  – выход звена с ПФ  $W'(z)$ ;  $y$  – выход компенсатора

Figure 2. Autonomous driving compensator:  $u$  – the input of the compensator;  $\theta$  – the output level with PF  $W'(z)$ ;  $y$  – the output of the compensator

$$W'(z) = \sum_{\mu=1}^M \left( \prod_{v=1}^N W^{\mu,v}(z) \right) \quad (3)$$

$$W''(z) = \sum_{\mu=1}^M \left( \prod_{v=1}^N W^{\mu,v'}(z) \right) \quad (4)$$

Выход автономного компенсатора можно найти путем последовательного расчета численных значений выходов элементов с ПФ  $W'(z)$  и  $1/W''(z)$ .

В свою очередь  $W'(z)$  (3) на основании правил структурного преобразования, представляет собой  $M$  цепочек, каждая из которых состоит из  $N$  элементов с ПФ моделей каналов объекта (рисунок 3).

$$\theta_i = \sum_{j=1}^M \eta_i^{j,N}, \quad (7)$$

где  $\eta_i^{\mu,v}$  – выход  $v$ -го элемента  $\mu$ -й цепочки;  $a^{\mu,v}$ ,  $b^{\mu,v}$ ,  $d^{\mu,v}$  – параметры и целое число тактов запаздывания моделей каналов объекта;  $k^{\mu,v}$ ,  $n^{\mu,v}$  – порядки правой и левой частей моделей каналов объекта;  $\eta_i^{\mu,1}$  – выход 1-го элемента  $\mu$ -ой цепочки.

По уравнению (5) рассчитывается выход

1-го элемента, а по (6) –v-го элемента ( $v = 2, N$ ) в  $\mu$ -ой цепочке. Выход всего последовательно-параллельного соединения  $f$  (элемента с ПФ  $W'(z)$ ) рассчитывается по выражению (7).

Система уравнений (5) –(7) позволяет найти выход звена с ПФ  $W'(z)$  (рисунок 2), без выполнения сложных аналитических преобразований, поскольку использует заранее известные модели каналов объекта.

Сложность расчета выхода второго элемента (рисунок 2) связана с дробно-рациональным видом его ПФ, в знаменатель которой входит сумма произведений ПФ каналов ОУ. Для решения данной задачи предложено два метода.

В соответствии с первым методом предлагается рассмотреть выход  $y$  в качестве входа, а вход  $f$  в качестве выхода.

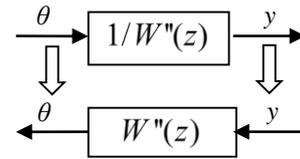


Рисунок 4. Схема расчета выхода звена с ПФ  $1/W''(z)$

Figure4. The scheme of calculating the output level with PF  $1/W''(z)$

Данный прием позволяет избавиться от дробно-рационального вида ПФ второго элемента (рисунок 2) и представить взаимосвязь сигналов  $f$  и  $y$ , как и в предыдущем случае, в виде последовательно-параллельного соединения элементов с ПФ каналов объекта, где известен выход  $f$  и требуется найти вход  $y$  (рисунок 5).

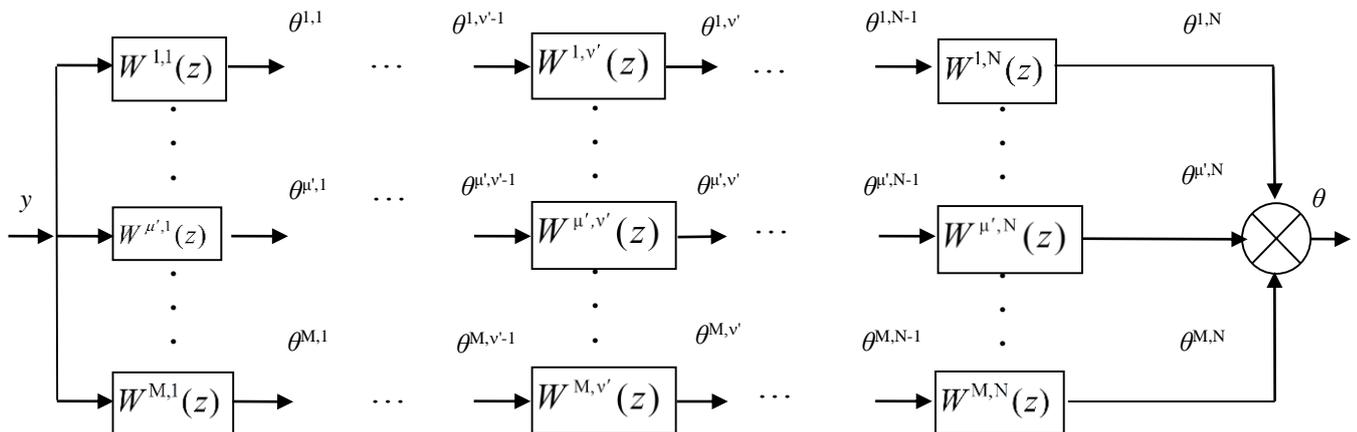


Рисунок 5. Схема соединения элементов, входящих в выражение  $W''(z)$

Figure 5. Connecting diagram elements contained in the expression  $W''(z)$ .

Система уравнений, описывающая взаимосвязь сигналов  $\theta$  и  $y$  примет вид:

для расчета 1-го элемента в  $\mu$ -ой цепочке:

$$\theta_i^{\mu,1} = \sum_{j=1}^{n^{\mu,1}} a_j^{\mu,1} \cdot \theta_{i-j}^{\mu,1} + \sum_{j=1}^{k^{\mu,1}} b_j^{\mu,1} \cdot y_{i-j-d^{\mu,1}}, \quad (8)$$

для расчета  $v'$ -го ( $v' = 2, N$ ) элемента в  $\mu$ -ой цепочке:

$$\theta_i^{\mu,v'} = \sum_{j=1}^{n^{\mu,v'}} a_j^{\mu,v'} \cdot \theta_{i-j}^{\mu,v'} + \sum_{j=1}^{k^{\mu,v'}} b_j^{\mu,v'} \cdot \theta_{i-j-d^{\mu,v'}} \cdot \quad (9)$$

Выход соединения определяется по формуле:

$$\theta_i = \sum_{\mu=1}^M \theta_i^{\mu,N}. \quad (10)$$

В общем случае любой канал объекта может иметь транспортное запаздывание. Поэтому представим каждый элемент цепочки в виде последовательного соединения звена без запаздывания и звена чистого запаздывания (рисунок 6).

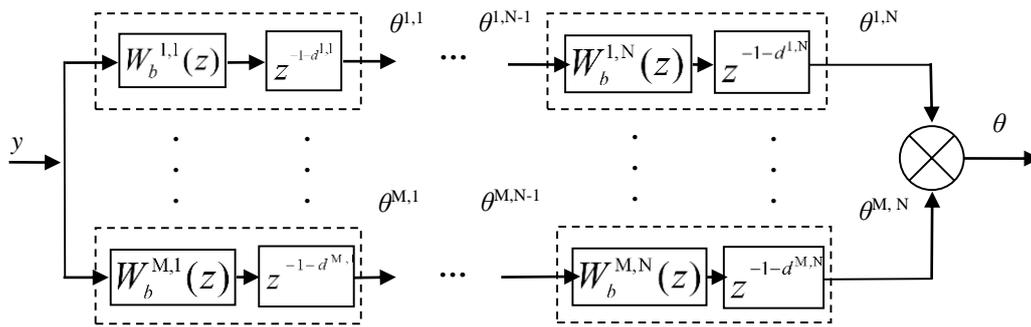


Рисунок 6. Представление ПФ  $W''(z)$  в виде соединения звеньев без запаздывания и звеньев чистого запаздывания.  $W_b(z)$  – ПФ канала без запаздывания

Figure 6. Presentation of PF  $W''(z)$  as a compound units without delay and units of pure delay.  $W_b(z)$  – PF channel without delay

Преобразуем схему с учетом суммарного запаздывания каждой цепочки (рисунок 7).

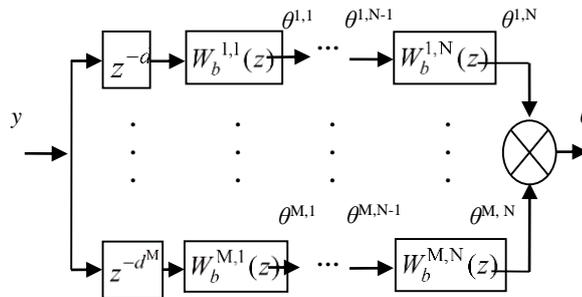


Рисунок 7. Представление ПФ  $W''(z)$  в виде соединения звеньев без запаздывания и звеньев суммарного чистого запаздывания

Figure 7. Presentation of PF  $W''(z)$  as a compound units without delay, and the delay units of the total net

При этом  $z^{-d^{\mu'}}$  – передаточная функция звена чистого запаздывания  $\mu'$ -й цепочки, а  $d^{\mu'} = \sum_{v=1}^N (1 + d^{\mu',v'})$ .

Определяя минимальное из суммарных запаздываний всех цепочек, преобразуем схему к виду (рисунок 8).

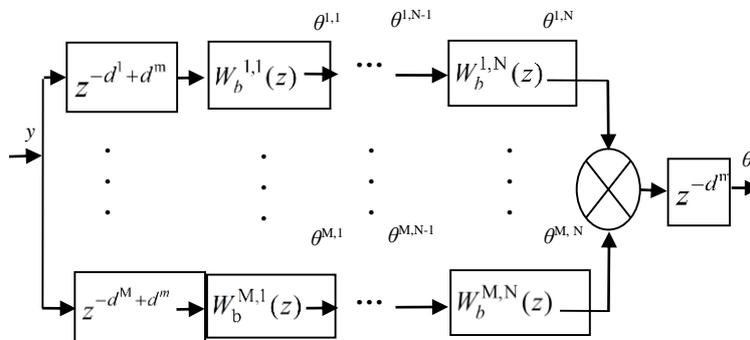


Рисунок 8. Преобразованная структурная схема

Figure 8. The transformed structural diagram

При этом  $d^m = \min(d^u)$  – минимальное из запаздываний цепочек последовательно-параллельного соединения (рисунок 7). В результате получим цепочки с запаздыванием и без запаздывания.

На основании структурной схемы (рисунок 8) по известным значениям сигнала  $y$  осуществляется последовательный расчет выходов элементов цепочек  $\theta_i^{u,v}$  с запаздыванием (8)–(9). Из уравнения (10) вычисляется суммарный выход цепочек без запаздывания:

$$\sum_{c=1}^{\rho} \theta_i^{c,N} = \theta_i - \sum_{s=1}^l \theta_i^{s,N}, \quad (11)$$

где  $\rho$  – количество цепочек без запаздывания ( $\rho \leq r$ );  $l$  – количество цепочек с запаздыванием ( $l < r$ ).

Для цепочек без запаздывания уравнение (9) для последнего элемента можно записать в виде:

$$\theta_i^{s,N} = \sum_{t=1}^{n^{s,N}} a_t^{s,N} \cdot \theta_{i-t}^{s,N} + \sum_{t=2}^{k^{s,N}} b_t^{s,N} \cdot \theta_{i-t+1}^{s,N} + b_1^{s,N} \cdot \theta_i^{s,N-1} \quad (12)$$

В свою очередь уравнение для предпоследнего элемента (с номером  $N-1$ ) имеет вид:

$$\theta_i^{s,N-1} = \sum_{t=1}^{n^{s,N-1}} a_t^{s,N-1} \cdot \theta_{i-t}^{s,N-1} + \sum_{t=2}^{k^{s,N-1}} b_t^{s,N-1} \cdot \theta_{i-t+1}^{s,N-2} + b_1^{s,N-1} \cdot \theta_i^{s,N-2} \quad (13)$$

Вместо  $\theta_i^{s,N-1}$  выражения (12) подставим правую часть выражения (13):

$$\theta_i^{s,N} = \sum_{t=1}^{n^{s,N}} a_t^{s,N} \cdot \theta_{i-t}^{s,N} + \sum_{t=2}^{k^{s,N}} b_t^{s,N} \cdot \theta_{i-t+1}^{s,N-1} + b_1^{s,N} \cdot \left( \sum_{t=1}^{n^{s,N-1}} a_t^{s,N-1} \cdot \theta_{i-t}^{s,N-1} + \sum_{t=2}^{k^{s,N-1}} b_t^{s,N-1} \cdot \theta_{i-t+1}^{s,N-2} \right) + b_1^{s,N-1} \cdot \theta_i^{s,N-2} \quad (14)$$

После преобразований получим:

$$\theta_i^{s,N} = \sum_{t=1}^{n^{s,N}} a_t^{s,N} \cdot \theta_{i-t}^{s,N} + \sum_{t=2}^{k^{s,N}} b_t^{s,N} \cdot \theta_{i-t+1}^{s,N-1} + b_1^{s,N} \cdot \sum_{t=1}^{n^{s,N-1}} a_t^{s,N-1} \cdot \theta_{i-t}^{s,N-1} + b_1^{s,N} \cdot \sum_{t=2}^{k^{s,N-1}} b_t^{s,N-1} \cdot \theta_{i-t+1}^{s,N-2} + b_1^{s,N-1} \cdot b_1^{s,N-1} \cdot \theta_i^{s,N-2}$$

Выполняя аналогичные действия для всех остальных элементов цепочки, приходим к выражению, связывающему вход  $u$  и выход  $s$ -ой цепочки  $\theta_i^{s,N}$ :

$$\theta_i^{s,N} = \sum_{j=N}^2 \left( \left( \sum_{t=1}^{n^{s,j}} a_t^{s,j} \cdot \theta_{i-t}^{s,j} + \sum_{t=0}^{k^{s,j}} b_{t+1}^{s,j} \cdot \theta_{i-t}^{s,j-1} \right) \cdot \prod_{q=N}^{j+1} b_1^{s,q} \right) + \left( \sum_{t=1}^{n^{s,1}} a_t^{s,1} \cdot \theta_{i-t}^{s,1} + \sum_{t=2}^{k^{s,1}} b_t^{s,1} \cdot \theta_{i-t+1}^{s,1} \right) \cdot \prod_{q=N}^2 b_1^{s,q} + \prod_{q=N}^1 b_1^{s,q} \cdot y_i \quad (15)$$

Подставляя в (11) вместо  $\theta_i^{s,N}$  правую часть (15) получим выражение для расчета значения входа на текущем такте:

$$y_i = \left( \sum_{c=1}^{\rho} \theta_i^{c,N} - \sum_{c=1}^{\rho} \left( \sum_{j=N}^2 \left( \sum_{t=1}^{n^{c,j}} a_t^{c,j} \cdot \theta_{i-t}^{c,j} + \sum_{t=0}^{k^{c,j}} b_{t+1}^{c,j} \cdot \theta_{i-t}^{c,j-1} \right) \cdot \prod_{q=N}^{j+1} b_1^{c,q} \right) + \left( \sum_{t=1}^{n^{c,1}} a_t^{c,1} \cdot \theta_{i-t}^{c,1} + \sum_{t=2}^{k^{c,1}} b_t^{c,1} \cdot \theta_{i-t+1}^{c,1} \right) \cdot \prod_{q=N}^2 b_1^{c,q} \right) / \left( \prod_{c=1}^{\rho} \left( \prod_{q=N}^1 b_1^{c,q} \right) \right) \quad (16)$$

где  $b_1^{c,N+1} = 1$ ;  $\sum_{c=1}^{\rho} \theta_i^{c,N}$  – сумма выходов цепочек без запаздываний.

Найденная величина является искомым выходом звена с ПФ  $1/W(z)$  и автономного компенсатора в целом.

Из выражения (16) следует, что при расчете выхода автономного компенсатора на текущем такте квантования используются значения выходов элементов цепочек без запаздываний на предыдущих тактах. Поэтому для расчета численного значения выхода автономного компенсатора на каждом последующем такте квантования необходимо рассчитать выходы элементов цепочек без запаздываний по выражениям (8)–(9) на текущем такте.

Таким образом, итерационный алгоритм поиска численного значения выхода автономного компенсатора на основании предложенного метода включает выполнение следующих этапов:

1. По выражениям (5) – (6) рассчитывается значение выхода объекта с ПФ  $W'(z)$ ;
2. Определяется минимальное суммарное запаздывание из всех слагаемых, входящих в  $W''(z)$  (4);
3. По выражениям (8) – (9), (11) рассчитывается суммарный выход цепочек без запаздывания для элемента с ПФ  $W''(z)$ ;
4. По (16) вычисляется величина входа элемента с ПФ  $W''(z)$  (выхода элемента с ПФ  $1/W''(z)$ ) на текущем такте;

5. По выражениям (8) – (9) рассчитываются выходы промежуточных звеньев цепочек без запаздываний, необходимые для расчетов на последующих тактах.

Среди недостатков данного метода можно указать относительную громоздкость используемых математических выражений и сложность алгоритма расчета.

В связи с этим предложен второй метод расчета выхода второго элемента (рисунок 2) с дробно-рациональным видом ПФ, в знаменатель которой входит сумма произведений ПФ каналов ОУ. его суть заключается в рассмотрении обратных сигналов входа и выхода, т. е.  $1/f$  и  $1/y$ . Данный переход позволяет перейти от передаточной функции  $1/W''(z)$  к передаточной функции  $W''(z)$  (рисунок 11).

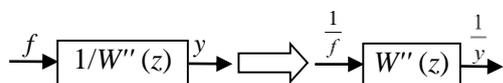


Рисунок 9. Способ расчета выхода звена с ПФ  $1/W''(z)$  на основе обратных величин

Figure 9. A method of calculating the output level from the PD  $1/W''(z)$  based on the reciprocals

После этого моделирование элемента осуществляется тем же способом, что и звена с ПФ  $W''(z)$ . Для этого используются зависимости аналогичные выражениям (5)–(7). Недостатком данного подхода является невозможность формирования на входе элемента бесконечно большого значения, в случае когда сигнал  $f$  равен нулю. Это приводит к появлению некоторой погрешности, величина которой от одной итерации расчета к другой будет расти, что в итоге может привести к существенному искажению конечного результата и как следствие к неработоспособности системы.

Проверка достоверности и работоспособности разработанных методов моделирования автономных цифровых систем регулирования осуществлялась путем численного моделирования четырехмерной системы регулирования.

В качестве объекта управления выбран технологический процесс синтеза аммиака, протекающий в 4-х слойном полочном реакторе в присутствии катализатора с промежуточным охлаждением между слоями (рисунок 9). Структура взаимосвязи каналов объекта представлена на рисунке 10. Значения параметров моделей основных и перекрестных каналов приведены в таблице 1.

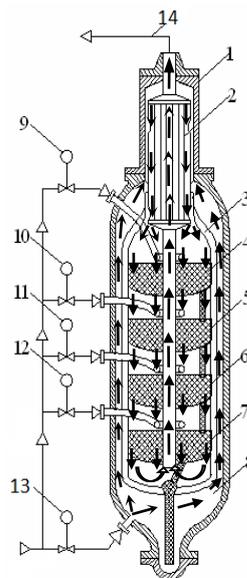


Рисунок 10. Реактор синтеза аммиака мощностью 1360 т/сут: 1 – корпус колонны; 2 – внутренний теплообменник; 3 – корпус катализаторной коробки; 4, 5, 6, 7 – I, II, III, IV катализаторные слои соответственно; 8 – пространство между корпусом колонны и катализаторной коробки; 9, 10, 11, 12 – клапаны подачи холодного газа на полки колонны; 13 – основной клапан подачи смеси по основному ходу колонны; 14 – выход колонны (смесь газообразного аммиака, водорода и азота)

Figure 10. Ammonia synthesis reactor capacity of 1360 t / day: 1 – the case of the column; 2 – internal heat; 3 – the case of the catalyst of the box; 4, 5, 6, 7 – I, II, III, IV catalyst layers, respectively; 8 – the space between the casing column and rolled-mash of the box; 9, 10, 11, 12 – cold gas flow valves to column flange; 13 – main control valve supplying the mixture in the main course of the column; 14 – output of the column (a mixture of gaseous ammonia, hydrogen and nitrogen)

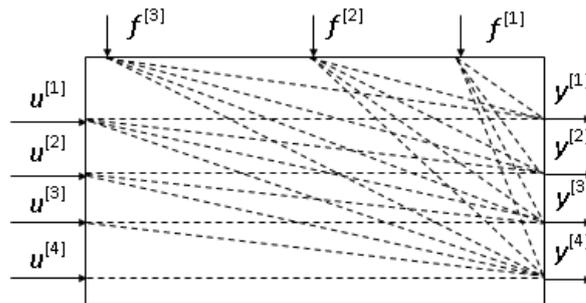


Рисунок 11. Структурная схема взаимосвязи параметров:  $u^{[1]} \div u^{[4]}$  – степени открытия заслонок на байпасных потоках (управляющие параметры);  $y^{[1]} \div y^{[4]}$  – температура в слоях катализатора (управляемые параметры);  $f^{[1]}, f^{[2]}, f^{[3]}$  – концентрация аммиака, инертных газов и соотношение водород/азот (возмущающие воздействия)

Figure 11. Block diagram of the relationship of parameters:  $u^{[1]} \div u^{[4]}$  - the degree of opening of valves in the bypass flow (control parameters);  $y^{[1]} \div y^{[4]}$  - The temperature in the catalyst layers (controlled parameters);  $f^{[1]}, f^{[2]}, f^{[3]}$  - concentration of ammonia, inert gases and the hydrogen / nitrogen (disturbance variables)

Параметры дискретной четырехмерной полной модели ОУ процесса синтеза аммиака

Table 1.

The parameters of a discrete model of the four full OU ammonia synthesis process

Канал Channel	$a_1$	$a_2$	$b, \%/^{\circ}\text{C}$	$d,$ такт tact
Степень открытия первой заслонки –температура в первом слое катализатора. The first valve opening degree - the temperature in the first catalyst layer ( $W_o^{u[1][1]}$ )	1,206811	-0,244581	0,64043	10
Степень открытия второй заслонки –температура во втором слое катализатора. The second valve opening degree - the temperature in the second catalyst layer ( $W_o^{u[2][2]}$ )	1,250636	-0,28338	0,262926	16
Степень открытия третьей заслонки –температура в третьем слое катализатора. The third valve opening degree - the temperature in the third catalyst layer ( $W_o^{u[3][3]}$ )	0,977349	-0,012609	0,213039	24
Степень открытия четвертой заслонки –температура в четвертом слое катализатора. The fourth valve opening degree - the temperature in the fourth catalyst layer ( $W_o^{u[4][4]}$ )	1,020477	-0,045886	0,102611	30
Степень открытия первой заслонки –температура во втором слое катализатора. The first valve opening degree - the temperature in the second catalyst layer ( $W_o^{u[1][2]}$ )	1,079484	-0,106821	0,082372	18
Степень открытия первой заслонки –температура в третьем слое катализатора. The first valve opening degree - the temperature in the third catalyst layer ( $W_o^{u[1][3]}$ )	1,120682	-0,145529	0,037712	28
Степень открытия первой заслонки –температура в четвертом слое катализатора. The first valve opening degree - the temperature in the fourth catalyst layer ( $W_o^{u[1][4]}$ )	0,755068	0,215573	0,014607	34
Степень открытия второй заслонки –температура в первом слое катализатора. The second valve opening degree - the temperature in the first catalyst layer ( $W_o^{u[2][1]}$ )	1,063117	0,095382	0,089176	19
Степень открытия второй заслонки –температура в третьем слое катализатора. The second valve opening degree - the temperature in the third catalyst layer ( $W_o^{u[2][3]}$ )	0,897605	0,078798	0,023784	38
Степень открытия второй заслонки –температура в четвертом слое катализатора. The second valve opening degree - the temperature in the fourth catalyst layer ( $W_o^{u[2][4]}$ )	1,004704	-0,027202	0,009057	46
Степень открытия третьей заслонки –температура в первом слое катализатора. The third valve opening degree - the temperature in the first catalyst layer ( $W_o^{u[3][1]}$ )	1,09690	-0,126882	0,041269	29
Степень открытия третьей заслонки –температура во втором слое катализатора. The third valve opening degree - the temperature in the second catalyst layer ( $W_o^{u[3][2]}$ )	1,014329	0,039309	0,022401	39
Степень открытия третьей заслонки –температура в четвертом слое катализатора. The third valve opening degree - the temperature in the fourth catalyst layer ( $W_o^{u[3][4]}$ )	0,950717	0,025159	0,004863	50
Степень открытия четвертой заслонки –температура в первом слое катализатора. The fourth valve opening degree - the temperature in the first catalyst layer. ( $W_o^{u[4][1]}$ )	0,939813	0,033397	0,012603	35
Степень открытия четвертой заслонки –температура во втором слое катализатора. The fourth valve opening degree - the temperature in the second catalyst layer ( $W_o^{u[4][2]}$ )	1,102983	-0,126918	0,008534	47
Степень открытия четвертой заслонки –температура в третьем слое катализатора. The fourth valve opening degree - the temperature in the third catalyst layer ( $W_o^{u[4][3]}$ )	1,012685	-0,040337	0,004862	52

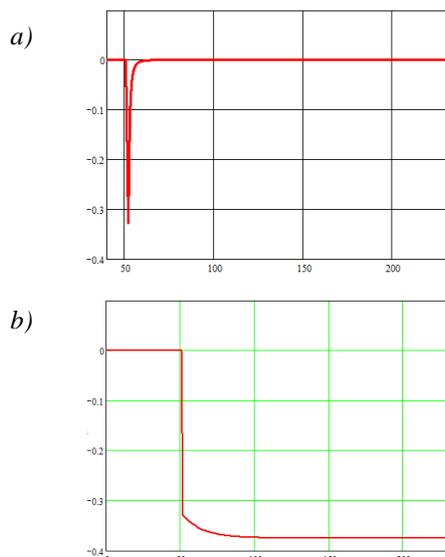


Рисунок 12. Динамические характеристики автономных компенсаторов *a)* рассчитанные при обращении сигналов; *б)* рассчитанные при инвертировании направления сигналов (предложенная методика)

Figure 12. The dynamic characteristics of autonomous expansion joints *a)* designed for handling signals; *b)* calculated by inverting the direction of the signal (the proposed method)

На первом этапе осуществлялось моделирование одного из автономных компенсаторов, связывающего выходы первого и второго регуляторов. Результаты моделирования по первому и второму предложенному методу, представленные графиками переходных процессов (рисунок 12), сравнивались с эталонным, полученным на основе аналитического расчета передаточной функции компенсатора в явном виде.

Анализ результатов показывает, что использование первой предложенной методики позволяет получить переходной процесс, полностью совпадающий с эталонным (рисунок 12б). Динамическая характеристика, полученная на основе обращения сигналов (рисунок 12а) вначале имеет схожий характер, однако затем сходится к прежнему установившемуся значению, что существенно отличается от эталонной. Это подтверждает предположение о влиянии невозможности цифровой вычислительной техники оперировать с бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.

На втором этапе моделировалась работа всей четырехмерной цифровой автономной системы регулирования. В первом случае работа всех автономных компенсаторов моделировалась на основе первого метода, кроме компенсатора 12, работа которого моделировалась согласно второму методу. Во втором случае работа всех компенсаторов моделировалась по первому методу.

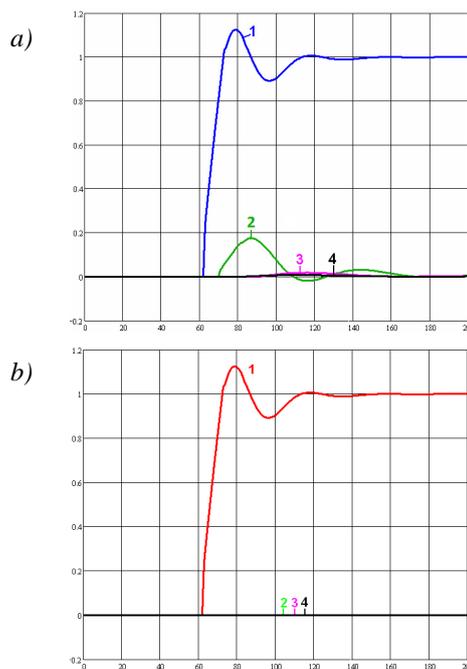


Рисунок 13. Динамические характеристики процесса синтеза аммиака (по заданию только на первый канал) *a)* рассчитанные при обращении сигналов; *б)* рассчитанные при инвертировании направления сигналов; 1, 2, 3, 4 – температура катализатора в соответствующих слоях

Figure 13. The dynamic characteristics of the ammonia synthesis process (only on the instructions of the first channel) *a)* designed for handling signals; *b)* calculated by inverting the direction of the signal; 1, 2, 3, 4 – the catalyst temperature in the respective layers

Как видно из графиков (рисунок 13), использование первого метода даже для расчета одного из компенсаторов не позволяет полностью устранить влияние перекрестных связей на температуру во втором, третьем и четвертом слоях катализатора. Применение же второго способа реализует принцип автономности в полном объеме.

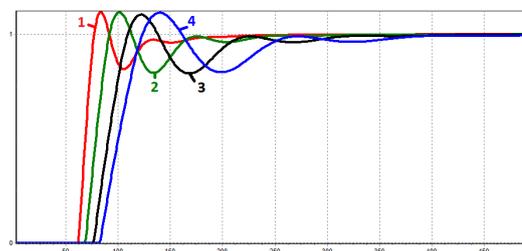


Рисунок 14. Динамические характеристики процесса синтеза аммиака при изменении заданий по температурам на всех слоях катализатора; 1, 2, 3, 4 – температура в каждом слое.

Figure 14. The dynamic characteristics of processes ammonia synthesis when changing tasks at all temperatures of the catalyst layers; 1, 2, 3, 4 in each layer temperature

## Заключение

Несмотря на указанные ранее относительные недостатки, результаты моделирования подтвердили достоверность и работоспособность первого предложенного метода моделирования и реализации автономных компенсаторов и системы в целом. Второй же подход, несмотря на простоту и легкость использования приводит к получению недостоверных результатов и в конечном счете к невозможности реализации автономной системы регулирования.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Кудряшов В.С., Рязанцев С.В., Иванов А.В., Козенко И.А. Способ автоматизированного синтеза структуры передаточных функций автономных компенсаторов многосвязной цифровой системы управления // Вестник Воронежской государственной технологической академии. Серия: Информационные технологии, моделирование и управление. 2011. №2. С.16-20.
- 2 Кудряшов В.С., Рязанцев С.В., Козенко И.А. Метод моделирования и реализации многосвязных автономно-инвариантных цифровых систем управления // Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2012. №2. Т. 18. С. 350-360.
- 3 Кудряшов В.С. Рязанцев С.В., Иванов А.В., Свиридов Д.А. Синтез корректирующего контура цифровой системы регулирования низкой чувствительности // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2012. № 3. С. 65-69.
- 4 Haddad W.M., Nersesov S.G. Stability and Control of Large-Scale Dynamical Systems // Princeton University Press. 2011. P. 389.
- 5 Wang Q.-G., Nie Z.-Y. PID Control for MIMO Processes // PID Control in the Third Millennium, Advances in Industrial Control. London: Springer, 2012. P. 177-204.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Владимир С. Кудряшов** д. т. н., профессор, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, kudryashovvs@mail.ru  
**Сергей В. Рязанцев** к. т. н., доцент, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, rsv1978@mail.ru  
**Иван А. Козенко** к. т. н., старший преподаватель, кафедра информационных и управляющих систем, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, kosenko211986@mail.ru  
**Елена А. Хромых** к.т.н., доцент, кафедра информационной безопасности, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, helen\_hrom@mail.ru

## КРИТЕРИЙ АВТОРСТВА

Все авторы в одинаковой степени принимали участие в подготовке материала для рукописи. Ответственными за плагиат являются **Сергей В. Рязанцев** и **Иван А. Козенко**

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПОСТУПИЛА 20.10.2016

ПРИНЯТА В ПЕЧАТЬ 22.11.2016

Разработанный метод позволяет автоматизировать процесс вычисления значений выходов автономных компенсаторов с высокой точностью без выполнения сложных аналитических преобразований.

Полученные в общем виде выражения (5)–(16) обеспечивают расчет выходов автономных компенсаторов перекрестных связей для систем произвольной размерности и различных порядков моделей каналов объекта управления.

## REFERENCES

- 1 Kudryashov V.S., Ryazantsev S.V., Ivanov A.V., Kozenko I.A. The method of automated synthesis of the structure of the transfer functions of autonomous compensators multiply digital control. *Vestnik VGTA* [Proceedings of Voronezh State Technological Academy. Series: Information Technologies, Simulation and Control] 2011, no. 2, pp.16-20. (in Russian)
- 2 Kudryashov V.S., Ryazanzev S.V., Kozenko I.A. Method of modeling and implementation a multiply autonomous-invariant digital control systems. *Vestnik TGTU* [Proceedings of Tambov State Technical University] 2012, no. 2, vol. 8, pp. 350-360. (in Russian)
- 3 Kudryashov V.S., Ryazantsev S.V., Ivanov A.V., Sviridov D.A. Synthesis correction contour digital control system of low sensitivity. *Vestnik VGUIT* [Proceedings of Voronezh State University of Engineering Technology] 2012, no. 3, pp. 65-69. (in Russian)
- 4 Haddad W.M., Nersesov S.G. Stability and Control of Large-Scale Dynamical Systems. Princeton University Press, 2011, pp. 389.
- 5 Wang Q.-G., Nie Z.-Y. PID Control for MIMO Processes. PID Control in the Third Millennium, Advances in Industrial Control. London: Springer, 2012, pp. 177-204.

## INFORMATION ABOUT AUTHORS

**Vladimir S. Kudryashov** doctor of technical sciences, professor, information and control systems department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19, Voronezh, 394036, Russia, kudryashovvs@mail.ru  
**Sergei V. Ryazantsev** candidate of technical sciences, assistant professor, information and control systems department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19, Voronezh, 394036, Russia, rsv1978@mail.ru  
**Ivan A. Kozenko** candidate of technical sciences, senior lecturer, information and control systems department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19, Voronezh, 394036, Russia, kosenko211986@mail.ru  
**Elena A. Khromykh** candidate of technical sciences, associate professor, informations security department, Voronezh state university of engineering technologies, Revolution Av., 19, Voronezh, Russia, helen\_hrom@mail.ru

## CONTRIBUTION

All authors have equally participated in the preparation of material for the manuscript. Responsible for plagiarism are **Sergey V. Ryazantsev** and **Ivan A. Kozenko**

## CONFLICT OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

RECEIVED 10.20.2016

ACCEPTED 11.22.2016