



Методы оптимизации развозки грузов потребителям несколькими транспортными средствами



Юрий В. Бугаев¹ y_bugaev52@mail.ru  0000-0002-1043-7682
 Людмила А. Коробова¹ lyudmila_korobova@mail.ru  0000-0003-1349-732X
 Сергей В. Гудков¹ gudkov3@yandex.ru

¹ Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия

Аннотация. Грузовой транспорт является одной из наиболее важных отраслей народного хозяйства. Увеличение эффективности работы логистической компании обеспечивается точной организации поставок, а также своевременной доставкой груза в пункты маршрута. Именно поэтому возникает потребность в оптимизации развозки грузов. Задача развозки – это транспортная задача по доставке негабаритных грузов из распределительного центра множеству получателей, расположенных в районе действия транспортной компании. Она является обобщением известной задачи коммивояжера, от которой отличается условием ограниченности грузоподъемности применяемого транспортного средства и, как следствие, необходимостью неоднократного возвращения на базу для пополнения перевозимого груза. В данной статье предлагается дополнить традиционную формулировку задачи требованием распределить клиентов по нескольким одновременно работающим транспортным средствам (ТС), чтобы максимальное время выполнения заказа было минимально. Тем самым учитываются не только интересы исполнителя развозки, но и клиентов. Решение задачи состоит из двух этапов. На первом каким-либо известным способом определяются рациональные кольцевые маршруты для каждого ТС, минимизирующие общий пробег. По результатам этапа рассчитывается время прохождения каждого маршрута. На втором этапе решается задача сокращения максимальное время прохождения маршрутов за счет использования нескольких ТС, производящих развозку в одно время. Для этого необходимо оптимально распределить ТС по индивидуальным маршрутам. Предлагается для решения этой задачи воспользоваться алгоритмом решения известной задачи «Упаковка предметов в контейнеры». Данная задача относится к классу NP-трудных задач в сильном смысле и не имеет точного алгоритма решения для произвольных исходных данных. В данной работе предлагается комплексный метод решения, сочетающий известный алгоритм «First fitted (FF)» – «первый подходящий», оригинальный алгоритм «First fitted with reordering (FFR)» – «первый подходящий с переупорядочением», а также нижние оценки С. Мартелло и П. Тота для контроля оптимальности полученного решения. Тестовые расчеты показали эффективность данного подхода при умеренной размерности задачи.

Ключевые слова: математические методы, экономика, задача развозки, оптимальный маршрут, упаковка в контейнеры

Methods for optimizing the delivery of goods to consumers by several vehicles

Yuri V. Bugaev¹ y_bugaev52@mail.ru  0000-0002-1043-7682
 Lyudmila A. Korobova¹ lyudmila_korobova@mail.ru  0000-0003-1349-732X
 Sergey V. Gudkov¹ gudkov3@yandex.ru

¹ Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia

Abstract. Freight transport is one of the most important sectors of the national economy. The increase in the efficiency of the logistics company is ensured by the accurate organization of supplies, as well as the timely delivery of goods to the points of the route. That is why there is a need to optimize the delivery of goods. A delivery task is a transport task of delivering oversized cargo from a distribution center to a multitude of recipients located in the area of operation of a transport company. It is a generalization of the well-known traveling salesman problem, from which it differs in the condition of the limited carrying capacity of the vehicle used and, as a consequence, the need to repeatedly return to the base to replenish the transported cargo. This article proposes to supplement the traditional formulation of the problem with the requirement to distribute customers among several simultaneously operating vehicles (TC) so that the maximum lead time is minimal. This takes into account not only the interests of the delivery contractor, but also the customers. The solution to the problem consists of two stages. On the first one, in some known way, rational ring routes for each vehicle are determined, minimizing the total mileage. Based on the results of the stage, the time for passing each route is calculated. At the second stage, the problem of reducing the maximum travel time of routes is solved by using several vehicles delivering at the same time. To do this, it is necessary to optimally distribute vehicles along individual routes. It is proposed to use the algorithm for solving the well-known problem "Packing items into containers" to solve this problem. This problem belongs to the class of NP-hard problems in the strong sense and does not have an exact solution algorithm for arbitrary input data. This paper proposes a complex solution method combining the well-known First fitted (FF) algorithm, the original First fitted with reordering (FFR) algorithm, and S. Martello's lower bounds and P. Toth to control the optimality of the obtained solution. Test calculations have shown the effectiveness of this approach for a moderate dimension of the problem.

Keywords: mathematical methods, economics, delivery problem, optimal route, packing in containers

Для цитирования

Бугаев Ю.В., Коробова Л.А., Гудков С.В. Методы оптимизации развозки грузов потребителям несколькими транспортными средствами // Вестник ВГУИТ. 2021. Т. 83. № 1. С. 466–472. doi:10.20914/2310-1202-2021-1-466-472

For citation

Bugaev Yu.V., Korobova L.A., Gudkov S.V. Methods for optimizing the delivery of goods to consumers by several vehicles. *Vestnik VGUIT [Proceedings of VSUET]*. 2021. vol. 83. no. 1. pp. 466–472. (in Russian). doi:10.20914/2310-1202-2021-1-466-472

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

Введение

В настоящее время актуальным управленческим решением становится оптимизация производственных процессов на всех этапах. Грузовой транспорт – одна из наиболее важных отраслей народного хозяйства. Увеличение эффективности работы логистической компании обеспечивается не только точной организацией поставок, но и своевременной доставкой груза в пункты маршрута. Организация работы погрузочно-разгрузочных пунктов, грамотно соотношенная с работой транспортных средств, становится неотъемлемой частью эффективного функционирования автотранспортного предприятия. Именно поэтому возникает потребность в оптимизации развозки грузов посредством привлечения математических методов.

Задача развозки – это транспортная задача по доставке негабаритных грузов из распределительного центра, например, оптовой базы, склада, грузового терминала и пр., множеству получателей, расположенных в районе действия транспортной компании. Она является обобщением известной задачи коммивояжера, от которой отличается условием ограниченности грузоподъемности применяемого транспортного средства и, как следствие, при движении по маршруту необходимостью неоднократного возвращения на базу для пополнения перевозимого груза для обеспечения всех клиентов. Математически стандартная задача развозки формулируется следующим образом.

Дано: n – число клиентов, которым необходимо доставить грузы; q – вектор заказов, определяющий количество груза, доставляемого каждому клиенту; M – матрица расстояний между всеми клиентами и базой, а также клиентов между собой. C – грузоподъемность применяемого транспортного средства (ТС).

Определить кратчайший маршрут развозки груза, обеспечивающий потребности всех клиентов.

Реальная ситуация отличается от сформулированной канонической задачи чаще всего тем, что помимо пройденного расстояния необходимо каким-то образом учитывать и максимальное время развозки. Если минимизация суммарного расстояния учитывает интересы перевозчика, снижая расход горючего, а значит, себестоимость развозки, то минимизация времени отвечает интересам клиентов, нуждающихся не просто в доставке груза, но и в обеспечении минимального срока доставки. Системный подход подразумевает рассмотрения любой ситуации с различных сторон и учета всех возможных

интересов. Поэтому дополним сформулированную задачу следующим условием: требуется распределить клиентов по нескольким одновременно работающим ТС грузоподъемности C , чтобы максимальное время выполнения заказа было минимально.

Поясним последнее условие. Пусть после определения кратчайшего маршрута развозки определилось необходимое число рейсов m и t_{Σ} – суммарное время всех поездок. Если для выполнения заказа привлечь несколько автомобилей и заставить их работать одновременно, то, очевидно время выполнения всего заказа уменьшится, и оно будет равно t_{\max} – максимальное время работы одного автомобиля. Поскольку время реализации индивидуальных маршрутов в общем случае различается, то задача будет состоять в том, чтобы оптимально распределить ТС по индивидуальным маршрутам для минимизации t_{\max} .

Материалы и методы

Рассмотрим пример. Имеется 30 пунктов развозки и склад, откуда необходимо развести груз. Массы заказанных грузов приведены в таблице 1.

Таблица 1.
Массы заказанных грузов
Table 1.
Weights of ordered goods

№	Масса груза, кг Weight of cargo, kg	№	Масса груза, кг Weight of cargo, kg	№	Масса груза, кг Weight of cargo, kg
1	1120	11	300	21	490
2	540	12	226	22	512
3	690	13	356	23	256
4	328	14	420	27	388
5	620	15	236	25	288
6	760	16	222	26	430
7	236	17	552	27	368
8	256	18	460	28	252
9	620	19	292	29	156
10	370	20	920	30	312

Известны также матрица M расстояний между объектами и время преодоления этих расстояний плюс время разгрузки. Необходимо составить маршруты развозки ТС грузоподъемностью 1500 кг.

Воспользуемся каким-либо из многочисленных алгоритмов оптимизации развозки [1- 10] для составления системы кольцевых маршрутов. Результат приведён таблице 2. В последнем столбце приведено расчетное время поездки по маршруту с учётом дорожной ситуации и времени разгрузки.

Таблица 2.
Кольцевые маршруты по алгоритму
Кларка-Райта

Table 2.
Clark-Wright loop routes

Маршрут Route	Маршрут (0-склад) Route (0-warehouse)	Перевезенный груз, кг Carried cargo, kg	Расстояние, км Distance, km	Время, мин Time, min
1	0-1-0	1120	5,72	48,6
2	0-3-2-0	1230	10,58	85,2
3	0-13-6-0	1116	7,35	74,8
4	0-16-15-12-7-0	1476	11,04	118,5
5	0-18-20-0	1380	8,03	76,8
6	0-19-27-21-29-0	1306	13,18	134,5
7	0-24-10-9-0	1306	8,32	84,6
8	0-26-25-23-22-0	1486	20,58	161,8
9	0-28-5-4-0	1200	15,3	128,1
10	0-30-17-14-0	1284	8,58	94,4

При использовании одного ТС время выполнения всего заказа составит 1007,3 мин или 16 ч 48 мин. Поставим цель сократить это время за счет использования нескольких ТС, производящих развозку в одно время. Как было сказано выше, проблема, очевидно, состоит в том, чтобы оптимально распределить ТС по индивидуальным маршрутам для минимизации времени выполнения всего заказа. Предлагается для решения этой задачи воспользоваться алгоритмом решения известной задачи «Упаковка предметов в контейнеры» [11–17]. Она формируется следующим образом.

Имеется конечное множество $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ объектов, «размеры» $s(u)$ которых заданы и представлены рациональными числами. Требуется найти такое разбиение множества U на подмножества U_1, U_2, \dots, U_k , чтобы сумма размеров объектов в каждом подмножестве не превосходила некоторого положительного числа H , и чтобы число классов разбиения k было минимальным. Наиболее типичная интерпретация задачи, по которой она была названа – требуется упаковать объекты, принадлежащие каждому подмножеству в контейнеры размера H , так чтобы число контейнеров было минимально.

Данная задача имеет множество приложений, мы предлагаем еще одно: объекты ассоциировать с полученными кольцевыми маршрутами, $s(u)$ – со временем поездки по маршруту, подмножества U_j отождествлять с множеством маршрутов, реализуемых одним ТС. Под H следует понимать максимально допустимое общее время развозки. Конкретное значение H не задано в условиях. Очевидно, что его минимальным значением может быть максимальное значение $s(u)$, поскольку нет смысла разбивать

сформированные маршруты на части. Что касается прочих рекомендуемых значений H , то тут надо исходить из критерия минимизации общих затрат и имеющегося временного ресурса. Также важным является равномерность загрузки различных единиц ТС.

Задача упаковки относится к классу NP -трудных задач в сильном смысле и не имеет точного алгоритма решения для произвольных исходных данных. При малых n можно воспользоваться полным перебором, для больших n разработано несколько приближенных алгоритмов примерно одинаковой эффективности. Наиболее простым является алгоритм «First fitted (FF)» – «первый подходящий» [14, 17]. Он состоит в том, что объекты помещаются в контейнеры в порядке живой очереди. Очередной предмет u_i помещается в контейнер с наименьшим номером, у которого сумма размеров уже помещенных в него предметов не превосходит $H - s(u_i)$, т. е. в первый «допустимый» контейнер.

Более эффективный алгоритм, т. е. дающим лучший результат в смысле минимума целевой функции можно получить, если заметить, что наихудшей для алгоритма FF будет ситуация, когда в упорядочении объектов предметы с меньшими размерами идут раньше предметов с большими размерами. Тогда первые контейнеры будут забиты мелкими объектами, а для крупных объектов свободного места не останется, и последующие контейнеры будут оставаться полупустыми. Отсюда улучшенным вариантом алгоритма является алгоритм «First fitted with decreasing (FFD)» – «первый подходящий с убыванием» [17]. От первого варианта он отличается тем, что перед упаковкой объекты упорядочиваются по уменьшению размеров и к полученной очереди применяется алгоритм FF.

Воспользуемся алгоритмом FFD для оптимального распределения ТС по построенным маршрутам. Положим «размер» контейнеров равным 211 минут или 3 часа 31 минута. Результат расчетов приведен в таблице 3.

Таблица 3.
Результаты расчета по алгоритму «первый подходящий с убыванием»

Table 3.
Calculation results according to the "first fit with descending" algorithm

ТС vehicle	Продолжительность составляющих маршрутов, мин Duration of component routes, min	Суммарное время, мин Total time, min
1	161,8 48,6	210,4
2	134,5 74,8	209,3
3	128,1 76,8	204,9
4	118,5 85,2	203,7
5	94,4 84,6	179,0

При таком распределении максимальное время развозки составит 210,4 мин, или 3 часа 31 минута, т. е. в 4,78 раза меньше, чем при использовании одной единицы ТС. При этом придется задействовать пять единиц ТС, которые будут загружены примерно в одинаковой степени, за исключением ТС № 5.

Попробуем получить более экономный вариант по количеству ТС. Зададимся целью обеспечить развозку тремя единицами ТС. Для подбора подходящего значения H нам понадобится метод оценки числа контейнеров независимый от используемого алгоритма. Прежде всего, определим примерный минимальный размер контейнера при заданном их количестве k . Очевидно $H_{\min} = \sum_i s(u_i) / k$.

В нашем примере при $k = 3$ получим $H_{\min} = 335,8$. С другой стороны, нижней оценкой числа контейнеров при заданном H является величина

$$m_0 = \left\lceil \sum_i s(u_i) / H \right\rceil.$$

Здесь символ $\lceil a \rceil$ означает наименьшее целое, большее или равное a . Т.е. фактически это результат округления до целых в большую сторону. Ясно, что при упаковке будет получено такое число контейнеров, если предметы можно разрезать на части произвольным образом. Понятно, что оценка m_0 является прикидочной и на практике, скорее всего, недостижима. Поэтому для нашей цели воспользуемся более точными оценками С. Мартелло и П. Тота (Martello & Toth) [12, 13].

Обозначим $L = \{1, \dots, n\}$ – множество номеров объектов, $w_i = s(u_i) / H$ – размеры объектов в долях H , $0 < w_i \leq 1$. Для произвольного $\alpha \in [0; 1/2]$ положим $L_1 = \{i \in L \mid w_i > 1 - \alpha\}$ – множество номеров крупных предметов; $L_2 = \{i \in L \mid 1 - \alpha \geq w_i > 1/2\}$ – множество номеров средних предметов; $L_3 = \{i \in L \mid 1/2 \geq w_i \geq \alpha\}$ – множество номеров мелких предметов.

Тогда для любого $\alpha \in [0; 1/2]$ величина

$$M_1(\alpha) = |L_1| + |L_2| + \max \left\{ 0, \left\lceil \sum_{i \in L_3} w_i - |L_2| + \sum_{i \in L_2} w_i \right\rceil \right\} \quad (1)$$

является нижней оценкой для оптимального числа контейнеров $OPT(L)$.

Поясним оценку (1). Каждый предмет из множества $L_1 \cup L_2$ требует отдельный контейнер. Поэтому в любом допустимом решении не менее $|L_1| + |L_2|$ контейнеров. Предметы из множества L_3 невозможно поместить вместе с предметами из L_1 . Значит, они лежат либо вместе с предметами из L_2 , либо в отдельных контейнерах. В контейнерах для L_2 осталось

$S = |L_2| - \sum_{i \in L_2} w_i$ свободного пространства. Следовательно, для предметов из множества L_3 требуется как минимум $\sum_{i \in L_3} w_i - S$ отдельных

контейнеров.

Похожим способом получается другая оценка:

$$M_2(\alpha) = |L_1| + |L_2| + \max \left\{ 0, \left\lceil \frac{|L_3| - \sum_{i \in L_2} \left\lfloor \frac{1 - w_i}{\alpha} \right\rfloor}{\lfloor 1/\alpha \rfloor} \right\rceil \right\} \quad (2)$$

Для получения оценки (2) заменим размер каждого предмета из множества L_3 на α . Тогда в один контейнер войдет $\lfloor 1/\alpha \rfloor$ предметов, и для множества L_3 потребовалось бы $\lceil |L_3| / \lfloor 1/\alpha \rfloor \rceil$ дополнительных контейнеров. Но часть предметов из L_3 можно уложить в контейнеры для L_2 . Каждый из них имеет $1 - w_i$, $i \in L_2$ свободного места, где поместится $\lfloor (1 - w_i) / \alpha \rfloor$ предметов из L_3 .

Поскольку каждая из величин (1) и (2) является нижней оценкой для $OPT(L)$ при некотором α , то чтобы применить эти оценки на практике, надо найти максимальные значения $M_1(\alpha)$ и $M_2(\alpha)$ по всем $\alpha \in [0; 1/2]$. Причём доказано, что в качестве значений α достаточно брать $\alpha = w_i \leq 1/2$. Тогда в качестве обобщающей нижней оценки Мартелло и Тота можно использовать

$$m_1 = \max \left\{ \max_{\alpha} (M_1(\alpha)); \max_{\alpha} (M_2(\alpha)) \right\}. \quad (3)$$

В результате применения этой методики получаем оценку $m_1(H)$ которая при $H = H_{\min}$ также равна 3. Значит, можно выдвинуть предположение, что данная оценка достижима при некотором H , ненамного большем, чем H_{\min} .

Однако применение алгоритма FFD при разных H позволило добиться значения $k = 3$ только при $H = 384,3$, при этом длительность работы трех используемых ТС составила 327,1; 295,9 и 384,3 мин, соответственно. Т.е. загрузка единиц ТС далека от равномерной. Это означает, что надо подобрать более совершенный алгоритм.

Несложно заметить, что распределение объектов по контейнерам зависит от очередности их рассмотрения. В алгоритме FFD в качестве такой очередности принята упорядоченность по убыванию размеров, хотя строго обоснования такой эвристики нет. Можно ожидать, что проверив несколько вариантов упорядочения,

и применив при каждом из них алгоритм FF, мы сможем найти лучшее распределение объектов.

Для генерации различных упорядоченностей можно воспользоваться различными «экономичными» алгоритмами из [18 – 20], в котором каждое упорядочение отличается от предыдущего перестановкой всего двух элементов. Вот как выглядит набор таких перестановок из трех объектов

1 2 3
1 3 2
3 1 2
3 2 1
2 3 1
2 1 3

Помимо экономичности в смысле затрат времени, этот алгоритм при неполном количестве перестановок позволяет варьировать достаточно много элементов набора. Это позволяет надеяться, что для получения оптимальной расстановки не потребуется рассматривать все комбинации, а будет достаточно ограничиться их небольшой частью. Назовем этот алгоритм «First fitted with reordering (FFR)» – «первый подходящий с переупорядочением».

Кроме того, для контроля оптимальности полученного решения можно использовать оценку m_1 при выбранном H , и при совпадении текущего количества контейнеров с этой оценкой можно быть уверенным, что найдено оптимальное решение.

Описанный алгоритм был проверен на примере при нескольких значениях H . Наилучший результат был получен при $H = 338$. При $n = 10$ общее число упорядочений составляет $10! = 3628800$. Данный же результат был получен после применения $r = 400$ вариантов перестановок, примерно за 1,5 секунды. Он приведен в таблице 4. Значение $m_1(338)$ также получилось равным 3. Это означает, что при $H = 338$ получить меньшее число контейнеров невозможно никаким алгоритмом и полученное решение оптимально.

Таблица 4.

Результаты расчета по алгоритму «первый подходящий с переупорядочением»

Table 4.

Calculation results by the "first fit with reordering" algorithm

ТС vehicle	Продолжительности составляющих маршрутов, мин Duration of component routes, min	Суммарное время, мин Total time, min
1	128,1 85,2 74,8 48,6	336,7
2	161,8 94,4 76,8	333
3	118,5 134,5 84,6	337,6

Общее время выполнения заказа составит 337,6 минуты, или 5 часов 38 минут. Загрузка ТС близка к равномерной. Выигрыш по времени по сравнению с первоначальным вариантом составил 2,984 раза, при этом число единиц ТС увеличилось в 3 раза. Практически, достигнут идеальный вариант.

Обсуждение

Предлагается следующая методика применения двух приближенных алгоритмов FFD и FFR.

1. После построения системы кольцевых маршрутов, исходя из условий развозки и имеющихся ресурсов, определяем наиболее приемлемое целевое количество k единиц ТС.

2. С помощью оценки m_1 определяем теоретическое значение H_{\min} , при котором выбранное количество k ТС может быть достижимо.

3. Постепенно увеличивая значение $H \geq H_{\min}$, применяем алгоритм FFD, как наиболее быстрый, для получения распределения ТС по маршрутам.

4. Если достигнутое распределение нас устраивает в смысле равномерности загрузки ТС, то его принимаем за окончательное решение.

5. В противном случае аналогичным образом используем алгоритм FFR. Число упорядочений, в зависимости от значения n , выбираем в диапазоне $1000 \leq r \leq 10000$.

6. Обозначим H^* – минимальное значение H , при котором выбранное число контейнеров k находится каким либо из примененных алгоритмов. Для найденного значения H^* вычисляем оценку $m_1(H^*)$. Если $m_1(H^*) = k$, то убеждаемся в нахождении оптимального решения. В противном случае делаем вывод, что с помощью данной методики оптимальное решение найти невозможно, и при приемлемом показателе равномерности загрузки ТС удовлетворяемся полученным распределением ТС по маршрутам.

Отметим, что наряду с классической задачей об упаковке существует другая задача, в которой требуется упаковать не все объекты в минимальное число контейнеров, а максимальное число объектов в имеющиеся контейнеры [17]. В отношении ее названия в литературе нет однозначного мнения. Иногда ее называют обратной задачей об упаковке в контейнеры. Однако если сопоставить постановки данной задачи и предлагаемой в работе с классической задачей упаковки, то станет ясно, что предлагаемая задача в полной мере соответствует термину «обратная задача упаковки» в отличие от задачи из [17].

Заключение

1. Предложен и проверен на тестовых примерах метод повышения эффективности использования комплекса из нескольких транспортных средств при развозке грузов потребителям.

2. Разработан оригинальный приближенный алгоритм FFR решения известной NP-трудной задачи «Упаковка в контейнеры».
3. Разработана новая методика решения

задачи развозки грузов потребителям, основанная на сочетании двух приближенных алгоритмов ее решения и контроля оптимальности найденного числа единиц ТС.

Литература

- 1 Zhou L., Baldacci R., Vigo D., Wang X. A multi-depot two-echelon vehicle routing problem with delivery options arising in the last mile distribution // *European Journal of Operational Research*. 2018. V. 265. № 2. P. 765–778. doi: 10.1016/j.ejor.2017.08.011
- 2 Kampf R., Hlatka M., Savin G. Proposal for optimizing specific distribution routes by means of the specific method of operational analysis // *Communications-Scientific letters of the University of Zilina*. 2017. V. 19. №. 2. P. 133–138.
- 3 Parhusip S.F. Composite Algorithm Based on Clarke-Wright and Local Search for the Traveling Salesman Problem // *Proceedings of the 2019 5th International Conference on Industrial and Business Engineering*. 2019. P. 87–90.
- 4 Иванова А.А., Черноморова Т.С. Об алгоритме решения задачи развозки и его реализации // *Бюллетень науки и практики*. 2017 № 4. С. 107–114
- 5 Доценко С.И. Задача распределения расходов при развозке по кольцевому маршруту как кооперативная игра // *Информатика*. 2017. № 1. С. 12–19.
- 6 Просов С.Н., Кузьменко Е.А. Декомпозиция задачи маршрутизации по эвристикам метода Кларка-Райта. // *Мир транспорта*. 2018. 16(3). С. 190–199.
- 7 Бугаев Ю.В., Коробова Л.А., Зеленова Е.Е. Планирование грузовых перевозок модифицированным методом Кларка-Райта // В сборнике: *Виртуальное моделирование, прототипирование и промышленный дизайн. Материалы III Международной научно-практической конференции*. 2016. С. 179–182.
- 8 Бугаев Ю.В., Коробова Л.А., Гудков С.В. Решение задачи развозки негабаритных грузов несколькими транспортными средствами // *Математические методы в технике и технологиях: сб. тр. междунар. науч. конф. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та*, 2021. С. 55–60.
- 9 Коновалова Т.В., Супрун О.С. К вопросу выбора критерия оптимизации маршрута при доставке грузов автомобильным транспортом // *Электронный сетевой политематический журнал "Научные труды КубГТУ"*. 2017. №. 11. С. 143–150.
- 10 Подшивалова К.С., Подшивалов С.Ф. Исследование метода ветвей и границ при решении задачи развозки грузов по кольцевому маршруту // *Проблемы качества и эксплуатации автотранспортных средств*. 2017. С. 276–281.
- 11 Christensen H.I. et al. Approximation and online algorithms for multidimensional bin packing: A survey // *Computer Science Review*. 2017. V. 24. P. 63–79. doi: 10.1016/j.cosrev.2016.12.001
- 12 Delorme M., Iori M., Martello S. Bin packing and cutting stock problems: Mathematical models and exact algorithms // *European Journal of Operational Research*. 2016. V. 255. №. 1. P. 1–20. doi: 10.1016/j.ejor.2016.04.030
- 13 Boyar J., Larsen K.S., Kamali S., López-Ortiz A. Online bin packing with advice // *Algorithmica*. 2016. V. № 1. P. 507–527. doi: 10.1007/s00453-014-9955-8
- 14 Dósa G., Epstein L. The tight asymptotic approximation ratio of first fit for bin packing with cardinality constraints // *Journal of Computer and System Sciences*. 2018. V. 96. P. 33–49. doi: 10.1016/j.jcss.2018.03.004
- 15 Asta S., Özcan E., Parkes A.J. CHAMP: Creating heuristics via many parameters for online bin packing // *Expert Systems with Applications*. 2016. V. 63. P. 208–221. doi: 10.1016/j.eswa.2016.07.005
- 16 Чепикова А.В., Коробова Л.А., Бугаев Ю.В. Задача трехмерной упаковки элементов // *Аллея науки*. 2018. Т. 1. № 9 (25). С. 433–436. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_36430946_56294686.pdf
- 17 Фуремс Е.М. Обратная задача об упаковке в контейнеры при наличии качественных критериев – постановка и обзор применяемых методов // *Искусственный интеллект и принятие решений*. 2016. № 3. С. 31–43.
- 18 Орлов Б.Ю. Построение алгоритма последовательности перестановок в исследованиях и работе оборудования маслдобывающих предприятий // *Научные исследования и современное образование*. 2017. С. 183–185.
- 19 Шабля Ю.В., Кручинин Д.В., Репкин А.С. Сравнение подходов к разработке алгоритмов комбинаторной генерации на примере множеств перестановок и сочетаний // *Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук*. 2019. С. 75–80.
- 20 Титенко Е.А., Крипачев А.В., Марухленко А.Л. Коммутационная схема параллельных парных перестановок для специализированного производственного устройства // *Известия Южного федерального университета. Технические науки*. 2018. №. 8 (202).

References

- 1 Zhou L., Baldacci R., Vigo D., Wang X. A multi-depot two-echelon vehicle routing problem with delivery options arising in the last mile distribution. *European Journal of Operational Research*. 2018. vol. 265. no. 2. pp. 765–778. doi: 10.1016/j.ejor.2017.08.011
- 2 Kampf R., Hlatka M., Savin G. Proposal for optimizing specific distribution routes by means of the specific method of operational analysis. *Communications-Scientific letters of the University of Zilina*. 2017. vol. 19. no. 2. pp. 133–138.
- 3 Parhusip S.F. Composite Algorithm Based on Clarke-Wright and Local Search for the Traveling Salesman Problem. *Proceedings of the 2019 5th International Conference on Industrial and Business Engineering*. 2019. pp. 87–90.
- 4 Ivanova A.A., Chernomorova T.S. On the algorithm for solving the delivery problem and its implementation // *Bulletin of Science and Practice*. 2017 No. 4. P. 107–114. (in Russian).
- 5 Dotsenko S.I. The problem of distribution of costs during transportation along a circular route as a cooperative game. *Informatics*. 2017. no. 1. pp. 12–19. (in Russian).
- 6 Prosov S.N., Kuzmenko E.A. Decomposition of the routing problem according to the heuristics of the Clark-Wright method. *World of transport*. 2018. vol. 16. no. 3. pp. 190–199. (in Russian).

7 Bugaev Yu.V., Korobova L.A., Zelenova E.E. Freight traffic planning by the modified Clark-Wright method. In the collection: Virtual modeling, prototyping and industrial design. Materials of the III International Scientific and Practical Conference: Electronic resource. General edition: V.A. Nemtinov. 2016. pp. 179–182. (in Russian).

8 Bugaev Yu.V., Korobova L.A., Gudkov S.V. Solution of the problem of delivery of oversized cargo by several vehicles. Mathematical methods in engineering and technology: collection of articles. tr. international scientific. SPb, Publishing house of Polytechnic. University, 2021. pp. 55–60. (in Russian).

9 Konovalova T.V., Suprun O.S. To the question of choosing a route optimization criterion for the delivery of goods by road. Electronic network polythematic journal "Scientific works of KubSTU". 2017. no. 11. pp. 143–150. (in Russian).

10 Podshivalova K.S., Podshivalov S.F. Research of the branch and bound method in solving the problem of delivering goods along a circular route. Problems of quality and operation of vehicles. 2017. pp. 276–281. (in Russian).

11 Christensen H.I. et al. Approximation and online algorithms for multidimensional bin packing: A survey. Computer Science Review. 2017. vol. 24. pp. 63–79. doi: 10.1016/j.cosrev.2016.12.001

12 Delorme M., Iori M., Martello S. Bin packing and cutting stock problems: Mathematical models and exact algorithms. European Journal of Operational Research. 2016. vol. 255. no. 1. pp. 1–20. doi: 10.1016/j.ejor.2016.04.030

13 Boyar J., Larsen K.S., Kamali S., López-Ortiz A. Online bin packing with advice. Algorithmica. 2016. no. 1. pp. 507–527. doi: 10.1007/s00453-014-9955-8

14 Dósa G., Epstein L. The tight asymptotic approximation ratio of first fit for bin packing with cardinality constraints. Journal of Computer and System Sciences. 2018. vol. 96. pp. 33–49. doi: 10.1016/j.jcss.2018.03.004

15 Asta S., Özcan E., Parkes A.J. CHAMP: Creating heuristics via many parameters for online bin packing. Expert Systems with Applications. 2016. vol. 63. pp. 208–221. doi: 10.1016/j.eswa.2016.07.005

16 Chepikova A.V., Korobova L.A., Bugaev Yu.V. The problem of three-dimensional packing of elements. Alley of Science. 2018. vol. 1. no. 9 (25). pp. 433–436. Available at: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_36430946_56294686.pdf (in Russian).


17 Furems E.M. Inverse problem of packing into containers in the presence of qualitative criteria – formulation and review of applied methods. Artificial Intelligence and Decision Making. 2016. no. 3. pp. 31–43. (in Russian).


18 Orlov B.Yu. Construction of an algorithm for the sequence of permutations in the research and operation of equipment of oil-extracting enterprises. Scientific research and modern education. 2017. pp. 183–185. (in Russian).

19 Shablya Yu.V., Kruchinin D.V., Repkin A.S. Comparison of approaches to the development of algorithms for combinatorial generation on the example of sets of permutations and combinations. Applied mathematics and informatics: modern research in the field of natural and technical sciences. 2019. pp. 75–80. (in Russian).

20 Titenko E.A., Kripachev A.V., Marukhlenko A.L. Switching scheme of parallel paired permutations for a specialized production device. Bulletin of the Southern Federal University. Technical science. 2018. no. 8 (202). (in Russian).

Сведения об авторах

Юрий В. Бугаев д.ф.-м.н., профессор, кафедра высшей математики и информационных технологий, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, y_bugaev52@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-1043-7682>

Людмила А. Коробова к.т.н., доцент, кафедра высшей математики и информационных технологий, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, lyudmila_korobova@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0003-1349-732X>

Сергей В. Гудков магистрант, кафедра высшей математики и информационных технологий, Воронежский государственный университет инженерных технологий, пр-т Революции, 19, г. Воронеж, 394036, Россия, gudkov3@yandex.ru


Вклад авторов


Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about authors

Yuri V. Bugaev Dr. Sci. (Phys.-Math.), professor, higher mathematics and information technologies department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, y_bugaev52@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-1043-7682>

Lyudmila A. Korobova Cand. Sci. (Engin.), associate professor, higher mathematics and information technologies department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, lyudmila_korobova@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0003-1349-732X>

Sergey V. Gudkov master student, higher mathematics and information technologies department, Voronezh State University of Engineering Technologies, Revolution Av., 19 Voronezh, 394036, Russia, gudkov3@yandex.ru

Contribution

All authors are equally involved in the writing of the manuscript and are responsible for plagiarism

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Поступила 27/01/2021

После редакции 19/02/2021

Принята в печать 05/03/2021

Received 27/01/2021

Accepted in revised 19/02/2021

Accepted 05/03/2021